

Մաթեմատիկան Դ Պ Ը Ո Ց Ո Ի Մ

Mathematics

Математика

in
School

В
Школе



Scientific
methodical journal

Գիտամեթոդական
ամսագիր

Научно-методический
журнал

ISSN 1829-4111

№ 3 (116) 2023

Խմբագրական խորհուրդ

Գևորգյան Ս.Ռ., Խ.գ.դ., պրոֆեսոր, խորհրդի
պատվավոր նախագահ
Միքայելյան Հ.Ս., մ.գ.դ., ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր,
գլխավոր խմբագիր
Բաղդասարյան Գ.Ե., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս,
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Գևորգյան Գ.Գ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
պրոֆեսոր
Ղազարյան Է.Մ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
պրոֆեսոր
Նահապետյան Բ.Ս., ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ,
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Այվազյան Է.Ի., մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Իգոշին Վ.Ի., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ղազարյան Հ.Գ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Լոդաստի Ե.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ուկրաինա
Մկրտչյան Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Մկրտչյան Վ.Ս., տ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ավստրալիա
Մովսիսյան Յու. Մ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Ղուշյան Ա. Խ., մ.գ.թ., պրոֆեսոր
Չաշենիկովա Օ.Ս., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ուկրաինա
Նոսկով Մ.Վ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ռոդիոնով Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Տարասենկովա Ն.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ուկրաինա
Իսախանյան Մ. Մ., մ.գ.թ., դոցենտ
Հակոբյան Ս. Է., փ.գ.թ., դոցենտ
Հայրապետյան Գ. Ս., մ.գ.թ., դոցենտ
Հարությունյան Հ. Հ., ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ
Հովհաննիսյան Բ.Ա., մ.գ.թ., դոցենտ,
պատասխանատու քարտուղար
Կուզնեցովա Ե.Պ., մ.գ.թ., դոցենտ, Բելառուս
Մկրտչյան Ա.Տ., մ.գ.թ., դոցենտ
Ենոքյան Ա.Վ., մ.գ.թ., ասիստենտ
Նավասարդյան Հ.Ս., մ.գ.թ., ուսուցիչ
Ավագյան Ա.Հ., դասախոս
Ղազարյան Ն.Ա., ուսուցչուհի
Սեդրակյան Ն.Մ., ուսուցիչ

ՀՀ ԿԳՄՍ նախարարություն
RA Ministry of Education, Science, Culture, Sports
Министерство ОНКС РА
Խ. Արմյանի անվան հայկական պետական
մանկավարժական համալսարան
Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan
Армянский государственный педагогический университет
имени Х. Абовяна

«Մաթեմատիկական դպրոցում»

Գիտամեթոդական ամսագիր
Հրատարակվում է 1998 թվականից
"Mathematics in school"
Scientific methodical journal
Published since 1998
«Математика в школе»
Научно-методический журнал
Издается с 1998 г.

Վկայական N01Ա044424, տրված է ՀՀ ԱՆ կողմից ,
16.02.1999թ.
Certificate N01A044424, issued by RA MJ, 16.02.1999.
Certificate N01A044424, issued by RA МЮ, 16.02.1999.

Երևան, Խանջյան 5, սենյակ 314
Yerevan, Khanjyan 5, room 314
Ереван, Ханджян 5 / 314
Phon: +37493881707
E-mail: h.s.mikaelian@gmail.com
Interet:

Նկարիչ՝ Վ. Միքայելյան
Համակարգչային ձևավորում՝ Ա. Մկրտչյան

Թողարկման պատասխանատու՝
Հ.Ս. Միքայելյան

2023
№ 3 (116) 2023

Սեպտեմբեր
September
Сентябрь

Математика в школе

Mathematics in school

Редколегия

Геворгян С.Р. д.пс.н., профессор, почетный председатель редколлегии
Микаелян Г. С., доктор педагогических наук, к.ф.м.н., профессор, главный редактор
Багдасарян Г.Э., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Газарян Э.М., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Геворгян Г.Г., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Нагапетян Б.С., член-корреспондент НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Айвазян Э.И., д.п.н., профессор
Газарян А.Г., д.ф.м.н., профессор
Гущян А. Х., к.п.н., профессор
Игошин В. И., д.п.н., профессор, РФ
Лодатко Е.А., д.п.н., профессор, Украина
Мкртчян М.А., д.п.н., профессор
Мкртчян В. С., д.т.н., профессор, Австралия
Мовсисян Ю. М., д.ф.м.н., профессор
Носков М.В., д.ф.м.н., профессор, РФ
Родионов М.А., д.п.н., профессор, РФ
Тарасенкова Н.А., д.п.н., профессор, Украина
Чашечникова О.С., д.п.н., профессор, Украина
Акопян С.Е., к.ф.н., доцент
Айрапетян Г.С., к.п.н., доцент
Арутюнян А.Х., к. ф.м.н., доцент
Испирян М. М., к.п.н., доцент
Кузнецова Е.П., к.п.н., доцент, Беларусь
Мкртчян А.Т., к.п.н., доцент
Ованнисян К.А., к.п.н., доцент, ответственный секретарь
Енокян А.В., к.п.н., преподаватель
Навасардян А.С., к.п.н., преподаватель
Авагян А.Г., преподаватель
Казарян Н.А., преподаватель
Седракян Н.М., преподаватель

Editorial board

Gevorgyan S.R. d.p.s.s., Professor, Honorary Chairman of the Board
Mikaelyan H.S., d.p.s., Professor, Editor-in-Chief
Baghdasaryan G.E., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Gazaryan E.M., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Gevorgyan G.G., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Nagapetyan B.S., Corresponding Member of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Ayvazyan E.I., d.p.s., Professor
Chashechnikova O.S., d.p.s., Professor, Ukraine
Gazaryan H.G., d.p.m.s., Professor
Gushchyan A.Kh., Ph.D of pe., Professor
Igoshin V.I., d.p.m.s., Professor, RF
Lodatko E.A., d.p.s., Professor, Ukraine
Mkrтчyan M.A., d.p.s., Professor
Mkrтчyan V.S., d.t.s., Professor, Australia
Movsisyan Yu.M., d.p.m.s., Professor
Noskov M.V., d.p.m.s., Professor, RF
Rodionov M.A., d.p.s., Professor, R.F.
Tarasenkova N.A., d.p.s., Professor, Ukraine
Hakopyan S. E., Ph.D of ph., Associate Professor
Harutyunyan H.Kh., Ph.D of math, Associate Professor
Hayrapetyan G.S., Ph.D of pe., Associate Professor
Hovhannisyan K.A., Ph.D. of pe., Associate Professor, responsible secretary
Ispiryan M. M., Ph D of pe., Associate Professor
Kuznetsova E.P., Ph D of pe., Associate Professor
Mkrтчyan A.T., Ph D of pe., Associate Professor
Enokyan A.V., Ph D of pe, Lecturer
Navasardyan A.S., Ph D of pe., Lecturer
Avagyan A.G., Lecturer
Kazaryan N.A., Lecturer
Sedrakyan N.M., Lecturer

Մաթեմատիկան

Դ պ ր ո ց ո լ մ

Բովանդակություն

ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ

Մուրալյովա Գալինա Լեոնիդովնա, Օրշինեց Ալեքսյա Սերգեևնա, Ուրբան Մարիա Անատոլևնա
Ֆինանսական բովանդակությունների մեթոդական օգնությունը՝ ՈՐԴԵՍ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ
ԱՇԽԱՏՆԵՐԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԵՎ ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ԳՐԱԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑ-----7

Մարտինյուկ Յուլիա Միխայիլովնա, Վանկովա Վալենտինա Սերգեևնա, Դանիլենկո Սոֆիա Վալերևնա
ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ՈՒՈՐՏՈՒՄ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ և ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԱՊԱԳԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ
ԴԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԿԱՆ ԱՌԱՋՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ (անգլերեն) -----23

Շեստակովա Լիդիա Գենադիևնա, Ախմետովա Ռոման Մարատովիչ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՉԻ ԿՈՂՄԻՑ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՏԱՐՐԵՐԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ
ԴՊՐՈՑԱԿԱՆՆԵՐԻ ՀԵՏ ԱՇԽԱՏԱՆՔՈՒՄ (ռուսերեն) -----35

ԳԻՏԱԾԵԹՈՂԱԿԱՆ

Կուզնեցովա Ելենա Պավլովնա, Դանիսյուկ Անատոլիա Իգորովնա
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՀԱՄԱԼԻՐՆԵՐԻ ԴԻԴԱԿՏԻԿԱԿԱՆ ԱՌԱՋՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՆ
ՕՐԻՆԱԿՆԵՐ ՍՏԵՐԵՈՄԵՏԻԱՅՈՒՄ՝ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼՈՒԹՅԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՁԵՎԱՎՈՐԵԼԻՍ
(ռուսերեն) -----45

ԱՌԱՋՑՔԱՅԻՆ ԹԵՄԱՆԵՐ

Չոլտուխին Յուրի Դյոկոֆևիչ
ՏՈՎՈՍՆԵՐԻ ՆԵՐՄՈՒԾՄԱՆ ԵՎՍ ՄԵԿ ԵՂԱՆԱԿ (ռուսերեն) -----64

ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐՆԵՐ

Աբրահամյան Լիանա Ռուդիկի
ԹՎԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԱՄԲՈՂԶ ԹՎԵՐԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ
ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹՅՈՒՄ-----84

Մեղիք-Փարսադանյան Աշոտ Սոսի

ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ
ԱՊԱՅՈՒՑԵԼԻՍ-----94

Խոսարովյան Հերմինե Էդվարդի

ԴԻԴԱԿՏԻԿ ԽԱՂԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹՅՈՒՄ-----110

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԻՍԱՍՏԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ

Հարությունյան Արաքս Սամվելի

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ ԵԶՐՈՒՅԹԻ ՀԻՄՆԱՀԱՐՅԵՐԸ-----120

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ՀՈԳԵԲԱՆԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆԵՐՆԵՐԸ

Միքայելյան Համլետ Սուրենի

ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ԴՐԱԿԱՆ ՀՈՒՅՉԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԹՎԱՅՆԱՑՄԱՆ
ԴԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ (անգլերեն) -----129

Թիվ 3 (116), Սեպտեմբեր, 2023

Mathematics

In Shcool

Contents

INTERCOURSE

Muravieva Galina Leonidovna, Obchinets Alesya Sergeevna, Urban Maria Anatolyevna

PROBLEMS WITH FINANCIAL CONTENT AS A MEANS OF FORMATION MATHEMATICAL AND FINANCIAL LITERACY OF PRIMARY SCHOOL PUPILS (russian)-----7

Martynyuk Yulia Mikhailovna, Vankova Valentina Sergeevna, Sofia Valerievna Danilenko

METHODOLOGICAL FEATURES OF TRAINING FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE FIELD OF PROGRAMMING (russian)-----23

Shestakova Lidia Gennadiyevna, Akhmetzyanov Roman Maratovich

THE USE OF E-LEARNING ELEMENTS BY A MATHEMATICS TEACHER IN WORK WITH SCHOOL CHILDREN (russian) -----35

SCIENTIFIC METHODOLOGY

Kuznetsova Elena Pavlovna, Denisyuk Anastasia Igorevna

DIDACTIC FEATURES OF TASK SERIES AND EXAMPLES OF THEIR USE TO FORM GRAPHIC MODELING SKILLS IN STEREOOMETRY (russian) -----45

KEY TOPICS

Zolotukhin Yuri Prokofievich

ONE MORE WAY OF INTRODUCTION TO PERCENTAGES(russian)-----64

PROBLEMS OF TRAINING

Abrahamyan Liana Rudik

APPLICATION OF SOME METHODS OF NUMBER THEORY IN THE PROCESS OF SOLVING SCHOOL PROBLEMS ON DIVISION OF WHOLE NUMBERS-----84

Ashot Melik-Parsadanyan

THE PERMUTATION METHOD AND ITS APPLICATION TO THE PROOF OF INEQUALITIES-----94

Khosrovyan Hermine Edward

APPLICATION OF DIDACTIC GAMES IN MATH LESSONS-----110

PHILOSOPHY OF MATHEMATICAL EDUCATION

Harutyunyan Araks Samvel

THE PROBLEMS OF THE TERM MATHEMATICAL METHOD (russian) -----120

PSYCHOLOGICAL FOUNDATIONS OF MATHEMATICAL EDUCATION

Mikaelian Hamlet Suren

POSITIVE EMOTIONS OF STUDENTS IN THE CONTEXT OF DIGITALIZATION MATHEMATICS EDUCATION (english)-----129

Математика

В школе

Содержание

№3 (116), Сентябрь, 2023

МЕЖПРЕДМЕТНЫЙ

Муравьева Галина Леонидовна, Обчинец Алеся Сергеевна, Урбан Мария Анатольевна

ЗАДАЧИ С ФИНАНСОВЫМ СОДЕРЖАНИЕМ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ (русский)-----7

Мартынюк Юлия Михайловна, Ванькова Валентина Сергеевна, Софья Валерьевна Даниленко

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В ОБЛАСТИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ (русский)-----23

Шестакова Лидия Геннадьевна, Ахметзянов Роман Маратович

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УЧИТЕЛЕМ МАТЕМАТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В РАБОТЕ СО ШКОЛЬНИКАМИ (русский)-----35

НАУЧНО МЕТОДИЧЕСКИЙ

Кузнецова Елена Павловна, Денисюк Анастасия Игоревна

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧНЫХ СЕРИАЛОВ И ПРИМЕРЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТЕРЕОМЕТРИИ (русский) -----45

КЛЮЧЕВЫЕ ТЕМЫ

Золотухин Юрий Прокофьевич

ЕЩЕ ОДИН СПОСОБ ВВЕДЕНИЯ В ПРОЦЕНТЫ (русский) -----64

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ

Абрамян Лиана Рудиковна

ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ЧИСЛ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ШКОЛЬНЫХ ЗАДАЧ НА ДЕЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ-----84

Ашот Мелик-Парсаданян

МЕТОД ПЕРЕСТАНОВОК И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА НЕРАВЕНСТВ-----94

Хосровян Эрмине Эдвардовна

ПРИМЕНЕНИЕ ДИДАКТИЧЕСКИХ ИГР НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ-----110

ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Арутюнян Аракс Самвеловна

ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕРМИНА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА-----120

ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Микаелян Гамлет Суменович

ПОЗИТИВНЫЕ ЭМОЦИИ УЧАЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ (английский) -----129

**ЗАДАЧИ С ФИНАНСОВЫМ СОДЕРЖАНИЕМ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ
НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ**

Муравьева Галина Леонидовна

Обчинец Алеся Сергеевна

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-0513-2121>

Урбан Мария Анатольевна

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8614-4077>

Кафедра естественнонаучных дисциплин БГПУ имени Максима Танка,
Минск, Беларусь

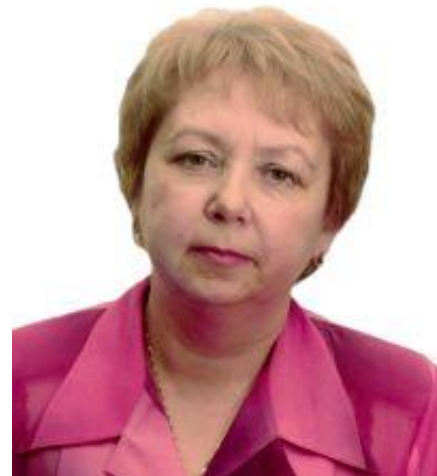


Урбан М.А., д.п.н., доцент

Введение. Постановка проблемы

Формирование функциональной грамотности личности рассматривается в педагогике как актуальная задача современного общества. В последней четверти XX века UNESCO предложила расширить традиционное представление о грамотности, включающей базовые

навыки чтения, письма и счета: было предложено понятие «функциональная грамотность», под которой понимают способность человека принимать участие в деятельности, необходимой для эффективного существования в социуме [1]. Математическая грамотность как разновидность функциональной грамотности изучается в течение последних трех десятилетий, представление о ней развивалось от «числовой/количественной грамотности» по решению простейших бытовых задач до «математической грамотности», направленной на решение реальных проблем с помощью математики [2]. Ключевым в трактовке математической грамотности в сравнении с числовой грамотностью становится, во-первых, принятие личностью значимости математики в жизни и, во-вторых, готовность человека осознанно применять математические знания и умения в реальных ситуациях принятия решений [3].



Муравьева Г.Л., к.п.н., доцент

По мнению авторитетных экспертов в составе математической грамотности учащихся начальных классов можно выделить *содержательную* и *компетентностную* области, а также особую *контекстную* область, где математическая грамотность проявляется (PISA [4]; Н. Ф. Виноградова [5]; В. С. Басюк и Г. С. Ковалева [6]).

Содержательная область математической грамотности связана с достижением предметных результатов обучения и основана на подходе TIMSS к оценке образовательных достижений четвероклассников [7]. Поскольку в TIMSS предложены три блока учебного предмета «Математика» («Числа», «Измерения и геометрические фигуры», «Работа с данными»), им можно поставить в соответствие такие компоненты математической грамотности, как вычислительная, измерительная и информационная грамотности. Показателями их сформированности являются предметные умения учащихся. Для вычислительной грамотности в комплекс предметных умений входят, например, такие умения: читать, записывать и сравнивать числа в пределах 1 000 000; выполнять арифметические действия над числами в пределах 1 000 000, находить значения выражений в 2-4 действия; решать уравнения на основе взаимосвязи между компонентами и результатом арифметического действия; образовывать и сравнивать доли на практической основе, решать текстовые задачи в 1-4 действия. Измерительная грамотность включает в себя умения сравнивать объекты с использованием общепринятых единиц измерения величин; выражать

значения величин (длина, площадь, масса, время) в различных единицах измерения; сравнивать числовые значения величин и выполнять над ними арифметические действия; распознавать геометрические фигуры; определять площадь геометрических фигур с помощью палетки, вычислять периметр геометрических фигур и площадь прямоугольника (квадрата); строить геометрические фигуры (прямая, отрезок, ломаная, угол, прямоугольник, квадрат, окружность); решать текстовые задачи с геометрическим содержанием. К информационной грамотности относятся, например, умения понимать и использовать информацию, представленную в табличной форме; составлять таблицы для упорядочения и представления данных; понимать и использовать информацию, представленную в диаграмме.



Общинец А.С.

Компетентностная область представлена «надпредметным» содержанием, ориентированным на формирование метапредметных и личностных умений, в которых реализуются в различном объеме и сочетании универсальные качества личности учащегося (например, критическое мышление, креативность, коммуникация, кооперация, эмоциональный и социальный интеллект) [8].

Контекстная область математической грамотности учащихся в соответствии с рекомендациями PISA включает наиболее распространенные области практической деятельности человека (общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, научная деятельность) [4]. Это значит, что предлагаемые учащимся сюжеты задач должны отражать жизненные ситуации, связанные с каждым из данных контекстов и требующие применения математики для решения. Именно контекстная область позволяет связать обучение с реальностью, наполняя математическую теорию живым содержанием и содействуя развитию у учащихся интереса к математике как средству познания мира вокруг нас.

Одним из распространенных контекстов области «личная жизнь» является *финансовый контекст*, где учащиеся сталкиваются с проблемами управления денежными средствами, представленными в дидактически обработанных сюжетах на доступном для детей младшего школьного возраста уровне. Для детей характерен интерес к «денежной» тематике, и, понимая это, авторы учебных пособий по математике стараются включать в них текстовые задачи, связанные с деньгами.

С другой стороны, являясь средством формирования математической грамотности учащихся, задачи с финансовым содержанием направлены также на развитие их финансовой грамотности. В документах ОЭСР (Organization for Co-operation and Development), реализующей проект по исследованию и оценке финансовой грамотности населения в сотрудничестве со Всемирным банком, финансовая грамотность трактуется как сочетание осведомленности, знаний, навыков, отношения и поведения личности, позволяющее ей принимать разумные финансовые решения для достижения своего личного финансового благополучия [9]. В толковании понятия “финансовая грамотность” заложены три компонента: знаниевый (знание и понимание понятий, правил и закономерностей, связанных с финансовой сферой), поведенческий (умения и навыки, относящиеся к финансовой сфере и необходимые для выстраивания эффективного поведения) и ценностный (отношение, уверенность и соответствующая мотивация, позволяющие применять имеющиеся знания и навыки в новых обстоятельствах). Эксперты ОЭСР определяют финансово грамотную личность как личность, владеющую возможностями и мотивацией к изменению собственного финансового поведения, приводящими к принятию взвешенных финансовых решений в любых жизненных ситуациях. Улучшение существующей ситуации по исследуемой проблеме ОЭСР видит в разработке и реализации национальных стратегий, направленных на расширение предоставления непрерывного финансового образования населения, начиная с обучения детей дошкольного возраста отдельным элементарным темам финансового содержания [10]. Е. А. Судакова, обобщая подходы к толкованию понятия “финансовая грамотность” во взаимосвязи с родственными понятиями “финансовое образование” и “финансовая компетентность”, определяет финансово грамотную личность как владеющую определенным набором компетенций, которые позволяют ей принимать финансово обоснованные решения с целью увеличения личного благосостояния при минимизации ее финансовых и временных потерь [11]. Ряд зарубежных экспертов подчеркивают влияние финансовой грамотности на разумное финансовое поведение личности: способности продуктивно управлять деньгами и инвестированием, планировать и принимать обоснованные решения о собственных финансах, и считают наиболее эффективным методом быстрого повышения финансовой грамотности населения внедрение в процесс обучения школьников обязательного к изучению курса по личным финансам [12]. Г. С. Ковалева, исследуя проблему формирования и оценки финансовой грамотности, степени влияния уровня овладения математической и читательской грамотности на процесс освоения финансового контекста, выделяет существенные аспекты состояния финансовой грамотности российских учащихся, предлагает научно обоснованные

методические рекомендации по совершенствованию финансового образования школьников как важной составляющей процесса формирования их функциональной грамотности [13].

Несмотря на развитие интереса к формированию финансовой грамотности учащихся различными средствами (прежде всего – средствами математики), в научных исследованиях остается ряд «открытых» вопросов, требующих решения. Эти вопросы связаны с проблемой поиска способов интеграции математической и финансовой составляющей в одном учебном задании и конкретных путей использования математических задач с финансовым содержанием в начальной школе. *Цель* данной статьи – обоснование логики работы над задачами с финансовым содержанием в начальных классах и описание опыта их применения в образовательной практике.

Характеристика авторского комплекса задач с финансовым содержанием

Для того, чтобы обеспечить бинарную направленность на формирование как математической, так и финансовой грамотности, недостаточно предложить учащимся совокупность текстовых задач на определение цены или стоимости товара. Важно выстроить систему работы с такими задачами в соответствии с логикой формирования представлений о деньгах и об управлении денежными средствами.

Примером реализации такого подхода является учебно-методический комплекс (УМК) «Когда учиться легко. В мире финансов», разработанный авторами статьи – Г. Л. Муравьевой, А. С. Обчинец, М. А. Урбан. УМК предназначен для подготовки и проведения факультативных занятий, направленных на формирование функциональной финансовой грамотности учащихся III-IV классов учреждений общего среднего образования Республики Беларусь.

В УМК входят учебная программа факультативных занятий, дидактические материалы для учащихся и методические рекомендации для учителей. Цель учебной программы – приобретение первоначального опыта решения задач с финансовым содержанием, грамотного финансового поведения в социуме, развитие ответственного отношения к деньгам как средству удовлетворения потребностей человека. Содержание факультативных занятий представлено в четырех модулях, выбранных с учетом современных представлений о компонентном составе финансовой грамотности [14], [15].

В третьем классе учащиеся осваивают содержание первых двух модулей, а в четвертом классе – третьего и четвертого модулей. Первый модуль «Про деньги сейчас и в прежние времена» нацелен на формирование у учащихся представлений о функциях денег и их видах,

истории возникновения денег. В этот модуль входят темы «Как появились деньги и какими они были раньше?», «Какими были монеты в прежние времена?», «Какие деньги в Беларуси сейчас?». В содержание первой темы «Как появились деньги и какими они были раньше?» включены вопросы о сущности товара как предмета для покупки или обмена, о причинах появления денег, немонетных деньгах (серебряных и золотых гривнах). Содержание второй темы «Какими были монеты в прежние времена?» включает в себя вопросы о сущности монет и причинах их появления, видах монет, которые использовались в разных странах и на территории Беларуси (грош, копейка, рубль). В третьей теме «Какие деньги в Беларуси сейчас?» рассматриваются вопросы о современных монетах и купюрах Беларуси, об изображениях и надписях на аверсе, реверсе и гурте белорусских монет; о монетах разного достоинства (номинала). Учащиеся также знакомятся с современными купюрами Беларуси, рисунками и надписями на сторонах белорусских купюр. В завершение модуля проводится обобщающее занятие и проверка изученного материала.

Второй модуль «Про доходы и расходы в семье» ставить целью ознакомить учащихся с основными источниками дохода и видами расходов семьи, сформировать у них представление о необходимости планирования доходов и расходов и составления семейного бюджета. Во второй модуль входят темы «Какие доходы бывают у семьи?», «Какие расходы бывают у семьи?» и «Что такое семейный бюджет?».

Содержание первой темы «Какие доходы бывают у семьи?» включает в себя формирование представлений о доходе семьи (постоянные и непостоянные доходы, а также ознакомление с видами доходов – заработная плата, пенсия, пособие, стипендия. Вторая тема «Какие расходы бывают у семьи?» направлена на формирование представлений о расходах семьи: обязательные и необязательные расходы, непредвиденные расходы, неразумные траты. Содержание третьей темы «Что такое семейный бюджет?» посвящено формированию представлений о бюджете семьи как плане доходов, расходов и накоплений. В конце модуля проводится обобщающее занятие и выполняется проверка изученного материала. Кроме этого в конце обучения в третьем классе учащиеся готовят проект и защищают его перед одноклассниками (темы проектов можно выбрать из предложенного списка).

В четвертом классе учащиеся осваивают содержание третьего и четвертого модулей. Третий модуль «Про личные сбережения» направлен на формирование у учащихся представления о целесообразности финансовых сбережений и способах накопления денежных средств, умения экономно тратить деньги и принимать рациональные решения о покупке

товаров и услуг. В третий модуль входят темы «Зачем и как делать сбережения?», «На чем можно экономить?», «Как правильно делать покупки в магазине?».

Содержание первой темы третьего модуля «Зачем и как делать сбережения?» включает в себя формирование представлений о личных (карманных) деньгах и способах накопления денежных средств для приобретения нужных товаров. В третьей теме «На чем можно экономить?» с учащимися идет разговор об экономии и бережливости как полезных привычках членов семьи, экономии на обязательных и необязательных расходах, на использовании электроэнергии и воды. В тему 3 «Как правильно делать покупки в магазине?» включены вопросы о видах магазинов, об особенностях приобретения товаров в интернет-магазине, о составлении списка покупок и грамотном покупательском поведении. Модуль завершается занятием по обобщению, закреплению и проверке изученного материала.

Четвертый модуль «Про финансовую безопасность» ориентирован на ознакомление со способами защиты денег от подделок, на формирование представлений о безопасном использовании банковских карточек и целесообразности оформления страхового полиса. В этот модуль входят темы «Как деньги защищают от подделок?», «Как пользоваться банковской карточкой?», «Зачем люди пользуются страховкой?».

В первой теме «Как деньги защищают от подделок?» учащиеся знакомятся с понятиями «настоящие деньги» и «ненастоящие (игровые, сувенирные) деньги», с проблемой фальшивых денег и элементами защиты купюр и монет, признаками настоящих денег Беларуси и правилами поведения при обнаружении фальшивых денег. Содержание второй темы «Как пользоваться банковской карточкой?» включает ознакомление с банковской платежной карточкой, ее реквизитами и пин-кодом, банкоматом, инфокиоском и платежными терминалами, правилами безопасного пользования интернет-банкингом и мобильным банком, а также с такими видами интернет-мошенничества, как вишинг, фишинг и скимминг. Третья тема «Зачем люди пользуются страховкой?» раскрывает вопросы, связанные со страхованием и его видами, знакомит учащихся с понятием «страховой полис» и его ролью для обеспечения стабильности и безопасности семьи. Модуль завершается обобщающим занятием и проверкой изученного материала. В конце обучения в четвертом классе учащиеся готовят проекты по предложенным темам и защищают их перед одноклассниками.

Тематическое планирование факультативных занятий подчинено логике управления денежными средствами, в основе которой лежат управленческие функции *планирования* и *контроля*. Безусловно, управление включает в себя и ряд других значимых функций, но эти две являются очень важными по причине того, что планирование «запускает» контур

управления, а контроль его «закрывает». Управление – процесс итерационный, поэтому результаты контроля далее используются для совершенствования планирования на следующем этапе [16]. Поэтому в комплексе задач с финансовым содержанием, включенным в дидактические материалы разработанного комплекса, предлагаются специальные задания для формирования умений по планированию и контролю денежных средств. При этом в ходе бесед с учащимися и апробации разработанного комплекса заданий были сделаны выводы о *целесообразности использования «обратной» логики*: в логике управленческого процесса *вначале рассматривается функция планирования, затем – контроля*, а в логике дидактического процесса *удобнее начинать с функции контроля, а завершать – планированием*. Например, прежде чем знакомиться со способами составления семейного бюджета учащимся важно получить представление о том, какие семья имеет регулярные и нерегулярные доходы, а также какие у нее есть денежные траты в течение определенного периода времени. Именно поэтому во втором модуле сначала рассматриваются темы, посвященные доходам и расходам семьи, способам их контроля, и только затем – тема о семейном бюджете, то есть плане расходов, доходов и накоплений семьи за определенный период времени.

Приведем примеры авторских заданий по математике, связанных с функцией *контроля* за денежными средствами.

Задание 1. Рассмотрим перечень регулярных доходов семьи Миколки за месяц.

Зарплата папы	800 рублей
Зарплата мамы	1000 рублей
Стипендия сестры	70 рублей
Сдача квартиры в аренду	400 рублей

Представь, что сестра Миколки плохо сдала сессию. В этом случае она не будет получать стипендию весь следующий семестр, то есть в течение 5 месяцев. На сколько рублей тогда может уменьшиться доход семьи за эти 5 месяцев? Приведи примеры нужных для семьи товаров или услуг, которые можно было бы приобрести на эти деньги.

Задание 2. Рассмотрим таблицу расходов семьи Миколки и семьи Павлинки за один месяц. Какие похожие виды расходов есть у каждой семьи? Сколько денег каждая семья тратит на эти расходы?

Семья Миколки

Виды расходов	Потраченные суммы денег
Еда	200 р.
Коммунальные услуги	60 р.
Транспорт	120 р.
Телефон, Интернет	100 р.
Одежда	140 р.
Музыкальная школа	40 р.
Аттракционы	40 р.
Покупка компьютера	1500 р.

Семья Павлинки

Виды расходов	Потраченные суммы денег
Транспорт, бензин	200 р.
Телефон	80 р.
Питание	250 р.
Коммунальные платежи	70 р.
Одежда, обувь	250 р.
Кино, театры, музеи	90 р.
Посещение кафе	110 р.
Ремонт велосипеда	80 р.

Приведем пример авторского задания по математике, связанного с функцией планирования денежных средств.

Рассмотри месячные бюджеты семей Миколки и Павлинки. Вычисли планируемые суммы доходов и расходов и запиши их в таблицу. Смогут ли эти семьи отложить часть денег в накопления? Если смогут, то сколько денег они смогут отложить?

Бюджет семьи Миколки

Виды расходов	Потраченные суммы денег	Виды доходов	Сумма
Еда	200 р.	Зарплата	1800 р.
Коммунальные услуги	60 р.	Стипендия	70 р.
Транспорт	120 р.	Сдача квартиры в аренду	400 р.
Телефон, Интернет	100 р.		
Одежда	140 р.		
Музыкальная школа	40 р.		
Аттракционы	40 р.		
Компьютер	1500 р.		

Итого			
-------	--	--	--

Бюджет семьи Павлинки

Виды расходов	Потраченные суммы денег	Виды доходов	Сумма
Транспорт, бензин	200 р.	Зарплата	800 р.
Телефон	80 р.	Пособие на ребенка	600 р.
Питание	250 р.	Гонорар за книгу	500 р.
Коммунальные платежи	70 р.	Подарок от бабушки	100 р.
Одежда, обувь	250 р.		
Кино, театры, музеи	90 р.		
Посещение кафе	110 р.		
Ремонт планшета	80 р.		
Итого			

Результаты апробации комплекса задач с финансовым содержанием

В 2022 г. на основании постановления заседания Ученого совета научно-исследовательского центра Национального института образования Министерства образования Республики Беларусь о внедрении результатов научной работы в образовательный процесс началась апробация дидактических материалов для факультативных занятий «Когда учиться легко. В мире финансов» по формированию финансовой грамотности учащихся на I ступени общего среднего образования. В апробации принимают участие студенты – члены студенческих научно-исследовательских лабораторий (СНИЛ) факультета начального образования Белорусского государственного педагогического университета (БГПУ). Проведение факультативных занятий “В мире финансов” – результат сотрудничества трех СНИЛ факультета. Студенты – члены СНИЛ «Continuum» – готовят сценарии занятий и проводят их в гимназии № 23 с белорусским языком обучения. Члены СНИЛ “Lingva Orbis” контролируют корректность передачи финансовой информации на белорусском языке. Члены СНИЛ “Поиск” разрабатывают бланки протоколов наблюдений, фиксируют ход занятий и

проводят отдельные занятия. На рисунке 1 приведены фотографии первых занятий из цикла “В мире финансов”, проведенные студентами факультета начального образования.

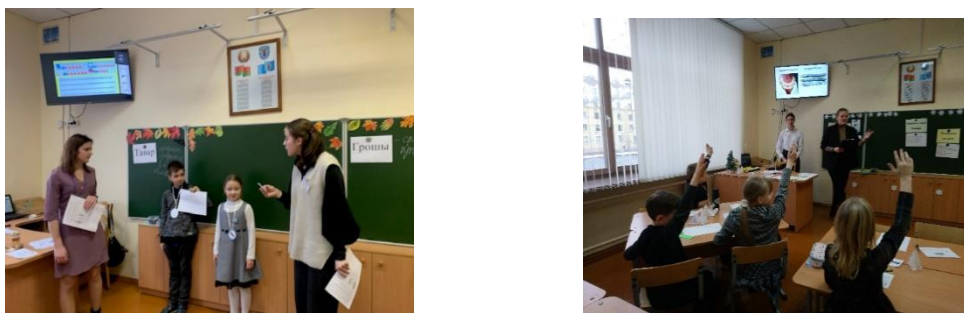


Рисунок 1. Занятия из цикла “В мире финансов” проводят студенты факультета начального образования

Собранная информация затем анализируется, в материалы вносятся необходимые коррективы, формулируются методические рекомендации для учителей-практиков. Результаты работы оформляются в виде научных публикаций в республиканском научно-методическом журнале “Пачатковая школа” (в 2023 г. опубликованы три статьи, подготовленные студентами – членами СНИЛ – в соавторстве с учителями гимназии [17], [18], [10]).

Заключение

Выполненное исследование позволило обосновать, что решение задач с финансовым содержанием может способствовать формированию как математической, так и финансовой грамотности учащихся. Для реализации этой бинарной направленности был разработан комплекс задач с финансовым содержанием, соответствующий, во-первых, современным представлениям о компонентном составе финансовой компетентности личности, и во-вторых, логике процесса управления денежными средствами, в основе которой лежит представление о функциях управления любыми объектами. Апробация материалов комплекса на факультативных занятиях с учащимися третьего класса студентами факультета начального образования Белорусского государственного педагогического университета подтверждает актуальность проблемы формирования финансовой грамотности с первых лет школьного обучения.

Литература

1. **Records of the General Conference [Electronic resource] // UNESCO/ [2022]** – 20-th Session. – 24 October to 28 November 1978. – Vol. 1 Paris: UNESCO. – Mode of access: https://treaties.un.org/doc/source/docs/unesco_res_5_9.2_1-E.pdf. – Date of access: 20.02.2022.
2. **Umbara U. (2019).** Re-Interpretation of Mathematical Literacy Based on the Teacher's Perspective [Electronic resource] / Umbara, U., Suryadi, D. // International Journal of Instruction. – 2019. – Vol. 12. – N 4 –P.789-806. – Mode of access: https://www.e-iji.net/dosyalar/iji_2019_4_50.pdf. – Date of access: 15.03.2022.
3. **Rizki L. M. (2022).** Mathematical literacy as the 21st century skill [Electronic resource] / Rizki, L. M., Priatna, N. // J. Phys.: Conf. Ser. 1157 (2019) 042088. – Mode of access: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1157/4/042088/pdf>. – Date of access: 11.02.2022.
4. **PISA 2018 assessment and analytical framework [Electronic resource] // OECD iLibrary.** – Mode of access: <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>. – Date of access: 18.12.2021.
5. **Виноградова Н. Ф. (2018).** Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя / Н. Ф. Виноградова [и др.]. – Под ред. Н. Ф. Виноградовой. – М. : Российский учебник: Вентана-Граф. – 2018. – 288 с.
6. **Басюк В. С. (2019).** Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты / В. С. Басюк, Г. С. Ковалева // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1, № 4 (61). С. 13–33.
7. **TIMSS 2019 assessment framework [Electronic resource] / ed.: I. V. S. Mullis, M. O. Martin // TIMSS and PIRLS.** – Mode of access: <https://timss2019.org/wp-content/uploads/frameworks/T19-Assessment-Frameworks.pdf>. – Date of access: 10.01.2022.
8. **Гулецкая Е.А. (2021).** Функциональная грамотность младшего школьника: интегративные компоненты / Е.А. Гулецкая, Т.А. Ковальчук // Веснік адукацыі. – 2021. – № 10. – С. 36–46.
9. **OECD/INFE Toolkit for Measuring Financial Literacy and Financial Inclusion [Electronic resource] // OECD.** – 2018. – Mode of access:

10. <https://www.oecd.org/financial/education/2018-INFE-FinLit-Measurement-Toolkit.pdf>. — Date of access: 15.03.2023.
11. **PISA 2012 Results: Students and Money: Financial Literacy Skills for the 21st Century** (Volume VI) [Electronic resource] // PISA, OECD Publishing. — Mode of access: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208094-en>. — Date of access: 15.03.2023.
12. **Судакова А. Е. (2017).** Финансовая грамотность: теоретическое осмысление и практическое исследование / А. Е. Судакова // Финансы и кредит. — 2017. — Т. 23, № 26. — С. 1563-1582.
13. **Canfield M. (2019).** Financial Literacy: The Argument for Required Coursework Regarding Personal Finance in Schools [Electronic resource] / M. Canfield // Honors Theses. — 2019. — Mode of access: https://scholarworks.wmich.edu/honors_theses/3140. — Date of access: 15.03.2023.
14. **Ковалева Г. С. (2017).** Финансовая грамотность как составляющая функциональной грамотности: международный контекст / Г. С. Ковалева // Отечественная и зарубежная педагогика. — 2017. — Т. 1, № 2 (37). — С. 31-43.
15. **Единый портал финансовой грамотности [Электронный ресурс].** — Режим доступа: <http://www.fingramota.by>. — Дата доступа: 15.03.2023.
16. **Структура ключевых компетенций ОЭСР/МСФО в области финансовой грамотности для молодежи [Электронный ресурс]** / ОЭСР/МСФО, 2015. — 36 с. — Режим доступа: <https://fingramota.econ.msu.ru/sys/raw.php?o=18389&p=attachment>. — Дата доступа: 15.03.2023.
17. **Дафт Р. (2015).** Менеджмент / Р. Дафт. — Спб. : ПИТЕР, 2015. — 656 с.
18. **Полудзень Г. С. [2023].** Як з'явилися гроши і якімі яны былі раней? / Г. С. Полудзень, М. Д. Сяргеева, Н. С. Васілевіч // Пачатковая школа. — 2023. — № 1. — С. 9–12.
19. **Шэлягейка А. У. Ціхановіч Л. А., Шумейка А. С. (2023).** Фарміраванне ўяўленняў аб грошах у малодшых школьнікаў на занятках з цыкла «У свеце

фінансаў» / А. У. Шэлягейка, Л. А. Ціхановіч, А. С. Шумейка // Пачатковая школа. – 2023. – № 2. – С. 61-64.

20. *Няборская Н. В. (2023). Метадычныя асаблівасці арганізацыі групавой працы вучняў на занятках з цыкла «У свеце фінансаў» / Н. В. Няборская, М. Д. Сяргеева, Н. С. Васілевіч // Пачатковая школа. – 2023. – № 3. – С. 14–18.*

ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅԱՄԲ ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐԸ՝ ՈՐՊԵՍ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ԱՇԿԵՐՏՆԵՐԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԵՎ

ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ԳՐԱԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑ

Մուրադյովա Գալինա Լեոնիդովնա, Օրշինեց Ալեքսյա Սերգեևնա,

Ուրբան Մարիա Անատոլևնա

Անփոփոխ: Հոգևածումն նկարագրվում է «մաթեմատիկական գրագիտություն» հասկացությունը և բացահայտվում է տարրական դասարանների աշակերտների մաթեմատիկական գրագիտության բովանդակային, կոմպետենտային և ենթատեքստային բաղադրիչների էությունը: Նշվում է ենթատեքստային բաղադրիչում ֆինանսական բովանդակությամբ առաջադրանքների նշանակությունը և դրանց ազդեցությունը սովորողների ինչպես մաթեմատիկական, այնպես էլ ֆինանսական գրագիտության ձևավորման վրա: Վերլուծվում են ֆինանսական գրագիտության էությունը որոշելու ժամանակակից մոտեցումները: Ընդգծվում է ֆինանսական բովանդակությամբ մի շարք առաջադրանքների ազդեցությունը անձի ֆինանսական գրագիտության ձևավորման վրա: Կարևորվում է ֆինանսական բովանդակությամբ առաջադրանքների ընտրությունը՝ դրամական միջոցների կառավարման տրամաբանությանը համապատասխան, ներառյալ դրանք պլանավորելու և վերահսկելու հիմնական կառավարման գործառույթները: Կատարվել է եզրակացություն, որ ուսուցման մեջ «հակառակ» տրամաբանության կիրառումն ավելի նպատակահարմար է. կառավարման գործընթացի տրամաբանության մեջ նախ դիտարկվում է պլանավորման գործառույթը, այնուհետև՝ վերահսկողության, իսկ դիտարկվող գործընթացի տրամաբանության մեջ ավելի հարմար է սկսել վերահսկողության գործառույթից և ավարտել պլանավորմամբ: Ներկայացված են ֆինանսական բովանդակությամբ առաջադրանքների օրինակներ, որոնց հիմքում դրամական միջոցների ծախսերի վերահսկման և ընտանիքի եկամուտների և ծախսերի պլանավորման գործողություններն են: Բնութագրված է ֆինանսական բովանդակությամբ առաջադրանքների հեղինակային ուսումնամեթոդական համալիրը և նկարագրված է այդ համալիրի փորձարկումը տարրական դասարանների աշակերտների ուսուցման գործընթացում:

Բանալի բառեր. մաթեմատիկայի ուսուցումը տարրական դասարաններում, մաթեմատիկական գրագիտություն, ֆինանսական գրագիտություն, տեքստային խնդիրներ, ֆինանսական բովանդակության խնդիրներ:

ЗАДАЧИ С ФИНАНСОВЫМ СОДЕРЖАНИЕМ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Муравьева Галина Леонидовна, Обчинец Алеся Сергеевна,

Урбан Мария Анатольевна

Резюме. В статье дается характеристика понятию «математическая грамотность» и раскрывается сущность содержательного, компетентностного и контекстного компонентов математической грамотности учащихся начальных классов. Отмечается значимость заданий с финансовым содержанием в контекстном компоненте и их направленность на формирование как математической, так и финансовой грамотности учащихся. Анализируются современные подходы к определению сущности финансовой грамотности. Подчеркивается необходимость направленности комплекса задач с финансовым содержанием на формирование значимых компонентов финансовой грамотности личности. Отмечается важность подбора задач с финансовым содержанием в соответствии с логикой управления денежными средствами, включающей ключевые управленческие функции планирования и контроля. Делается вывод о целесообразности использования при обучении «обратной» логики: в логике управленческого процесса вначале рассматривается функция планирования, а затем – контроля, а в логике дидактического процесса удобнее начинать с функции контроля, а завершать – планированием. Приводятся примеры задач с финансовым содержанием, в основе которых лежат действия контроля за расходованием денежных средств и планирования доходов и расходов семьи. Дается характеристика авторскому учебно-методическому комплексу задач с финансовым содержанием. Описывается опыт апробации разработанного комплекса в практике обучения младших школьников.

Ключевые слова: начальное обучение математике, математическая грамотность, финансовая грамотность, текстовые задачи, задачи с финансовым содержанием.

PROBLEMS WITH FINANCIAL CONTENT AS A MEANS OF FORMATION MATHEMATICAL AND FINANCIAL LITERACY OF PRIMARY SCHOOL PUPILS

Muravieva Galina Leonidovna, Obchinets Alesya Sergeevna,

Urban Maria Anatolyevna

Summary. In the article the concept of «mathematical literacy» is characterized; the essence of the subject, competence and context components of primary school pupils` mathematical literacy is revealed. The importance of problems with financial content in the context component and their directivity on the formation both mathematical and financial literacy of pupils are noted. Modern approaches to the definition of the essence of mathematical and financial literacy are analyzed. The necessity to focus a complex of problems with financial content on the formation of significant components of financial literacy of a person is emphasized. The importance of selecting problems with financial content according to the logic of the cash management process, including managerial functions of planning and control, is noted. It`s concluded that it is practical to use the «reverse» logic in teaching: in the logic of the management process the planning function is considered at first, and further is the control function; and in the logic of the didactic process it is more useful to start with the control function then finish with the planning function. Some examples of problems with financial content, based on the actions for financial spending control and family income and expense planning, are given. The author's educational and methodical complex of problems with financial content is characterized. The approbation experience of the developed complex in the process of primary school pupils education is described.

Keywords: elementary education in mathematics, mathematical literacy, financial literacy, word problems, problems with financial content.

Получено в редакцию - 22.03.2023

Рецензирована – 22. 08.2023

Отправлен на сайт – 28.08.2023

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В ОБЛАСТИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ORCID 0000-0002-3351-9939

Мартынюк Юлия Михайловна

ORCID 0000-0003-1365-8373

Ванькова Валентина Сергеевна

ORCID 0000-0001-5555-8384

Даниленко Софья Валерьевна

Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого, г. Тула,
Российская Федерация



Мартынюк Ю. М., к. п. н., доцент

Учитель 21-го века – это профессионал, сочетающий в себе солидную теоретическую и практическую подготовку по базовому школьному предмету с устойчивыми навыками владения всем спектром информационных технологий. Информационное общество диктует свои законы и принципы существования человека в нем. Сфера образования, как наиболее подверженная глобальным изменениям, определяемым потребностью общества в грамотных, интеллектуально развитых гражданах, должна быстро реагировать и гибко подстраиваться под постоянно растущий и трансформирующийся набор инструментов обработки информации. В этих условиях к учителю математики и информатики предъявляются особые требования, ибо он, как никакой другой специалист, способен понять изнутри технологические решения и функциональные элементы информационных систем и инструментов. Данное обстоятельство определяется, прежде всего, тем, что в основе любого такого решения лежит математическая

модель, которую просто невозможно понять без достаточного уровня знания математики. В этой связи императивное программирование является тем инструментом, при помощи которого можно логично увязать математическую модель построения некоторого алгоритма с ее программной реализацией средствами выбранного языка.

Методические аспекты обучения программированию будущих учителей математики и информатики рассмотрены в работах разных авторов. Так, Е. П. Круподерова и К. Р. Круподерова рассматривают проблему развития алгоритмической компетенции студентов-будущих учителей информатики на основе модульного представления содержания обучения в сочетании с требованиями профессиональных стандартов [1].

Актуальность фундаментальной подготовки будущих учителей информатики, основанной на инвариантности выбора средств и языков программирования, обосновывается в работах В. П. Моисеева, Л. И. Карташовой, И. В. Левченко, А. Р. Садыкова, Д. Б. Абушкина [2, 3]. Авторами подчеркивается недостаточность формирования у студентов знаний и умений в области изучения конкретного программного средства, в связи с чем выделяется необходимость выравнивания уровня владения основами программирования у студентов на начальном этапе обучения и развитие в дальнейшем умения упорядочивать и структурировать информацию, выбирать оптимальные способы представления данных, владеть навыками информационного моделирования и следовать общим принципам программирования в течение освоения всей



Ванькова В. С., к. п. н., доцент

программы. Проблемам развития алгоритмической компетенции студентов как основы цифровой компетенции будущего учителя информатики посвящена работа Е. В. Баранова и И. В. Симонова [4].

Развитие алгоритмической компетенции видится авторами в поэтапном усвоении выделенных модулей и подборе системы задач, позволяющих сформировать у студентов готовность к их решению в направлении от репродуктивной деятельности к частично-поисковой и исследовательской.

И. О. Сайфурова выделяет основные причины, влияющие на качество подготовки бакалавров педагогического вуза в области изучения языков программирования и определяет основные направления совершенствования методики обучения программированию будущих

учителей информатики, основанные на идее интеграции существующих методик и персонифицированных образовательных запросов учащихся [5].

Методические подходы к обучению будущих учителей математики и информатики отдельным технологиям и средам программирования рассмотрены в работах С. Д. Сыротюк, В. А. Смирнова, М. А. Федотенко, А. В. Подсадникова и др. [6,7,8,9].

В Тульском государственном педагогическом университете им. Л. Н. Толстого уже много лет осуществляется подготовка будущих учителей математики и информатики по направлению 44.03.05 Педагогическое образование. В рамках данного направления подготовки студенты второго курса нашего вуза изучают дисциплину «Программирование». Содержание дисциплины определяется пятью основными разделами:

- алгоритмы и исполнители;
- основы программирования в языке Паскаль;
- обработка массивов;
- работа с файлами;
- рекурсивные процедуры и функции.

Конкретизация содержания основана на том факте, что будущий учитель должен в рамках любой дисциплины делать проекцию изучаемого материала на свою дальнейшую профессиональную деятельность. Так, например, в первом разделе изучаются не только элементы теории алгоритмов, но и вопросы, связанные с изучением алгоритмов и исполнителей в школьном курсе информатики: система команд исполнителя, формальные и неформальные исполнители, способы записи алгоритмов и др. Эти вопросы изучались студентами в школе, но в условиях вузовской подготовки происходит их переосмысление на более глубоком теоретическом и методическом уровнях.



Даниленко С. В., к. п. н., доцент

По каждой теме, включенной в содержание дисциплины, разработано методическое сопровождение, включающее конспекты лекций, комплект лабораторных работ, вопросы и задания для самостоятельной проработки и выполнения, список рекомендуемой литературы. Все материалы представлены в соответствующем курсе в среде электронного обучения LMS Moodle, которая является неотъемлемой частью информационно-образовательного пространства вуза. Изучение дисциплины строится таким образом, чтобы студент,

пропустивший по каким-либо причинам занятие, не был бы вырван из учебного процесса и смог самостоятельно изучить пропущенный материал.

Рассмотрим пример лабораторной работы по теме «Рекурсивные процедуры и функции». Программы создаются в среде PascalABC.NET. В начале студентам предлагается рассмотреть пример программы с комментариями основных моментов:

Пример 1. Составьте рекурсивную функцию вычисления факториала целого неотрицательного числа n .

```
Program factorial;
uses crt;
var n:integer;

function fact(k:integer):longint;    {1}
begin
    if k=0 then fact:=1                {2}
    else fact:=fact(k-1)*k;            {3}
end;

Begin
    clrscr;
    write('Введите целое неотрицательное число: ');
    readln(n);
    writeln(n,'!=',fact(n));
    readln;
End.
```

Пояснения к программе:

{1}— тип функции необходимо задать как длинное целое, т.к. функция факториал растет достаточно быстро;

{2}— базу рекурсии составляет факт $0!=1$;

{3}— декомпозицию проводим по свойству $n!=n*(n-1)!$.

Затем предлагается протестировать программу и решить следующую задачу: «Используя функцию из Примера 1, вычислите значение суммы $1!+2!+3!+\dots+n!$ для натурального числа n , введенного с клавиатуры».

На следующем этапе рассматривается Пример 2.

Пример 2. Составьте рекурсивную функцию вычисления наибольшего общего делителя двух целых неотрицательных чисел и найдите с ее помощью наибольший общий делитель n целых неотрицательных чисел.

Program nod_n;

uses crt;

var x,y,i,n:integer;

function nod(a,b:integer):integer;

begin

if b=0 then nod:=a

else nod:=nod(b,a mod b);

end;

Begin

clrscr;

write('Введите количество чисел: ');

readln(n);

write('Введите 1 число: ');

readln(x);

write('Введите 2 число: ');

readln(y);

x:=nod(x,y); {1}

i:=3;

while i<=n do

begin

write('Введите ',i,' число: ');

readln(y); {2}

i:=i+1;

x:=nod(x,y) {3}

end;

writeln('НОД ',n,' чисел =',x);

readln;

End.

Пояснения к программе:

{1}– вычисляем НОД двух первых чисел и записываем его в первое число;

{2}– считываем очередное число;

{3}– вычисляем НОД трех чисел по схеме: $\text{НОД}(x,y,z)=\text{НОД}(\text{НОД}(x,y),z)$.

Программа из Примера 2 также тестируется в среде PascalABC.NET. А затем студентам предлагается следующее задание: «Используя функцию из Примера 2, составьте программу нахождения наименьшего общего кратного двух целых неотрицательных чисел, введенных с клавиатуры».

На следующем этапе рассматривается Пример 3.

Пример 3. Составьте рекурсивную функцию подсчета количества всех положительных делителей натурального числа n .

Указания к решению:

Для решения задачи можно рассмотреть более общую задачу: для натурального числа n подсчитать количество всех его положительных делителей, меньших или равных заданному натуральному числу x . Пусть $dn(n)$ и $dnx(n,x)$ – соответственно функции для решения исходной и общей задачи. Очевидно, что $dn(n)=dnx(n,n)$.

Рекурсивную функцию $dnx(n,x)$, по которой последовательно подвергаются испытанию на делители n все числа от 1 до x включительно, можно определить так:

$$dnx(n, x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 1 \\ dnx(n, x - 1), & \text{если } n \text{ не делится на } x \\ dnx(n, x - 1) + 1, & \text{если } n \text{ делится на } x \end{cases}$$

```
Program kol_del;
```

```
uses crt;
```

```
var k:integer;
```

```
function dnx(n,x:integer):integer;
```

```
begin
```

```
  if x=1 then dnx:=1
```

```
  else if n mod x<>0 then dnx:=dnx(n,x-1)
```

```
    else dnx:=dnx(n,x-1)+1
```

```
end;
```

```
function dn(n:integer):integer;
```

```
begin  
  dn:=dnx(n,n);  
end;
```

Begin

```
clrscr;  
write('Введите число: ');  
readln(k);  
writeln('Количество его делителей = ',dn(k));    {1}  
readln;
```

End.

Пояснения к программе:

{1}– вызов не рекурсивной функции, которая вызывает рекурсивную функцию.

Программа из Примера 3 также тестируется в среде PascalABC.NET. А затем студентам предлагается следующее задание: «На основе Примера 3 составьте рекурсивную функцию подсчета суммы всех положительных делителей заданного натурального числа»

В качестве заданий, предлагаемых для самостоятельной работы вне учебных занятий, предлагаются следующие:

1. Ответьте на вопросы:

- а) Какая функция (процедура) называется рекурсивной?
- б) Назовите основные этапы рекурсивной триады.
- в) Что называется параметризацией задачи?
- г) Какой процесс называется выделением базы рекурсии?
- д) Что называется декомпозицией задачи?

2. Составьте программу на языке Паскаль для решения следующей задачи:

А) Дан прямоугольник с линейными размерами n , m , выражающимися целыми числами. Составьте рекурсивную функцию подсчета количества квадратов, на которые можно разрезать данный прямоугольник, если каждый раз отрезать квадрат максимальной площади.

Б) Определите, является ли заданное число совершенным (Указание к решению: совершенным является натуральное число, равное сумме всех своих делителей, исключая само себя).

Предлагаемые задания выполняют две основные функции: учат составлять рекурсивные функции в языке Паскаль и реализуют межпредметные связи «математика-

информатика». Кроме того, рассмотренная тема значительно выходит за рамки двух обозначенных предметных областей, т.к. понятие рекурсии гораздо шире, чем только термин в математике или информатике. Рекурсия в значительной мере формирует мировоззрение, опираясь на фундаментальные законы мироздания. [10] Таким потенциалом обладают практически все заявленные к изучению темы курса программирования: математической моделью массива является матрица и ее частные случаи вектор-строка и вектор-столбец; алгоритмические конструкции следования, развилки и повторения в некоторой степени регламентируют нашу жизнь; внешние данные (файлы), подключаемые к программе, способны значительно расширять «кругозор» программы и т.п.

Многолетний опыт работы авторов по подготовке учителей математики и информатики дает право утверждать, что обозначенное содержание, выстроенная структура и предлагаемая методика изучения программирования не только формируют хорошие теоретические знания предмета и устойчивые навыки программирования в выбранном языке, но и доказывают глубокую связь информатики и математики, на основе которой дальнейшая профессиональная деятельность будущих учителей будет более успешна и результативна. Учитель, не стремящийся сразу написать программу, а способный построить правильную математическую модель решения некоторой задачи с целью ее эффективной реализации в виде программного кода, сможет научить своих учеников действовать так же.

Литература

- 1. Круподерова Е. П. (2020).** Обучение языкам и технологиям программирования как компонент предметной подготовки будущих учителей информатики / Е. П. Круподерова, К. Р. Круподерова // Проблемы современного педагогического образования. – 2020. – № 69-3. – С. 151-154.
- 2. Моисеев В. П. (2021).** Фундаментальный подход к обучению программированию будущих учителей информатики / В. П. Моисеев, Л. И. Карташова // Открытая наука 2021 : Сборник материалов научной конференции с международным участием, Москва, 22 апреля 2021 года. – Москва: Издательство «Aegitas», 2021. – С. 389-393.
- 3. Левченко И. В. (2021).** Особенности подготовки по программированию будущих учителей информатики / И. В. Левченко, А. Р. Садыкова, Д. Б. Абушкин [и др.] // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2021. – Т. 18, № 4. – С. 337-346.

4. **Баранова Е. В. (2020).** Компоненты цифровой компетентности учителя информатики: алгоритмизация и программирование / Е. В. Баранова, И. В. Симонова // Новые образовательные стратегии в современном информационном пространстве : сборник научных статей по материалам международной научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 09–25 марта 2020 года. – С-Пб: РГПУ им. А. И. Герцена, 2020. – С. 213-221.
5. **Сайфурова И. О. (2020).** Персонализированный подход как основа совершенствования методики обучения программированию бакалавров образования профиля "информатика" / И. О. Сайфурова // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2020. – № 2(34). – С. 72-77.
6. **Сыротюк С. Д. (2021).** Теоретические основы обучения в области объектно-ориентированного программирования бакалавров по направлению Педагогическое образование 44.03.01 по профилю «Информатика и информационные технологии» / С. Д. Сыротюк // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов : Материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Брянск, 07–09 октября 2021 года. – Брянск: БГУ им. И. Г. Петровского, 2021. – С. 226-229.
7. **Ермошин А. В. (2022).** Обучение работе в среде «1С:Математический конструктор» в процессе подготовки педагогов математики и информатики / А. В. Ермошин, В. А. Смирнов // Новые информационные технологии в образовании : Сборник научных трудов XXII международной научно-практической конференции, Москва, 01–02 февраля 2022 года / Под общей редакцией Д. В. Чистова. Том Часть 2. – М: ООО "1С-Паблишинг", 2022. – С. 186-188.
8. **Федотенко М. А. (2020).** Место объектно-ориентированного программирования в школьном курсе информатики и в системе подготовки будущих учителей информатики / М. А. Федотенко // Информатика в школе. – 2020. – № 9(162). – С. 14-21.

9. **Подсадников А. В. (2023).** Содержание и средства дистанционного обучения будущих педагогов программированию на языке Python / А. В. Подсадников, К. В. Розов // Теория и практика современного воспитания и обучения : материалы международной научно-практической конференции, Воронеж, 06 апреля 2023 года. – Воронеж: ВГПУ, 2023. – С. 508-516.
10. **Есаян А. Р. (2001).** Обучение алгоритмизации на основе рекурсии: учебное пособие для студентов пед. вузов / А. Р. Есаян. – Тула: Изд-во ТГПУ им. Л. Н. Толстого, 2001.

ԾՐԱԳՐԱՎՈՐՄԱՆ ՈԼՈՐՏՈՒՄ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ և ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱՅԻ ԱՊԱԳԱ ՈՒՍՈՒՑԻՉՆԵՐԻ ՊԱՏՐԱՍՏՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԿԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Մարտինյուկ Յուլիա Միխայիլովնա, Վանկովա Վալենտինա Սերգեևնա,

Դանիլենկո Սոֆիա Վալերևնա

Ամփոփում: Հոդվածում վերլուծվում են մանկավարժական համալսարաններում ծրագրավորման ոլորտում մաթեմատիկայի և համակարգչային գիտության ապագա ուսուցիչների վերապատրաստման մեթոդական ասպեկտները: Դիտարկվում է Տուլայի Լ. Ն. Տոլստոյի անվան անվան պետական մանկավարժական համալսարանում 44.03.05 մանկավարժական կրթություն (մաթեմատիկայի և համակարգչային գիտության պատրաստման երկու մասնագիտացումներով) մասնագիտությամբ ուսանողներին դասավանդելու հեղինակների փորձը: Ներկայացված է դասընթացի բովանդակության նկարագրությունը, որը բաղկացած է հինգ հիմնական բաժիններից (ալգորիթմներ և կատարողներ, ծրագրավորման հիմունքները Պասկալ լեզվում, զանգվածների մշակում, ֆայլերի հետ աշխատանք, ռեկուրսիվ ընթացակարգեր և գործառույթներ), որը հաշվի է առնում ուսանողների կողմից ուսումնասիրված նյութի պրոյեկտման անհրաժեշտությունը իրենց հետագա մասնագիտական գործունեության մեջ: «Ռեկուրսիվ ընթացակարգեր և գործառույթներ» թեմայի ուսումնասիրության օրինակով նկարագրված են հեղինակների կողմից օգտագործվող մեթոդական հնարներ, որոնք թույլ է տալիս ուսանողներին ձևավորել կայուն հմտություններ ծրագրավորման ոլորտում և ապացուցել մաթեմատիկայի և համակարգչային գիտության խորը կապը: Հիմնավորված է

ուսանողների պատրաստման գործընթացում LMS Moodle էլեկտրոնային ուսուցման միջավայրի կիրառման անհրաժեշտությունը, որը համալսարանի տեղեկատվական և կրթական տարածքի անբաժանելի մասն է:

Բանալի բառեր: Մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ուսուցիչ, ծրագրավորում, ծրագրավորման ուսուցում, ուսուցչի պատրաստում, ուսանողների պատրաստում մանկավարժական համալսարանում:

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В ОБЛАСТИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Мартынюк Юлия Михайловна, Ванькова Валентина Сергеевна

Софья Валерьевна Даниленко

Резюме: В статье проанализированы методические аспекты подготовки будущих учителей математики и информатики в области программирования в педагогических вузах. Рассмотрен опыт авторов по обучению программированию студентов направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки Математика и Информатика) в Тульском государственном педагогическом университете им. Л. Н. Толстого. Приводится описание содержания дисциплины, определенное пятью основными разделами (алгоритмы и исполнители; основы программирования в языке Паскаль; обработка массивов; работа с файлами; рекурсивные процедуры и функции) и учитывающее необходимость проекции студентами изучаемого материала на свою дальнейшую профессиональную деятельность. На примере изучения темы «Рекурсивные процедуры и функции» описаны используемые авторами методические приемы, позволяющие сформировать у студентов устойчивые навыки в области программирования и доказывающие глубокую связь математики и информатики. Обоснована необходимость применения в процессе подготовки студентов среды электронного обучения LMS Moodle, являющейся неотъемлемой частью информационно-образовательного пространства вуза.

Ключевые слова: учитель математики и информатики, программирование, обучение программированию, подготовка учителя, подготовка студентов в педагогическом вузе.

METHODOLOGICAL FEATURES OF TRAINING FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE FIELD OF PROGRAMMING

Martynyuk Yulia Mikhailovna, Vankova Valentina Sergeevna

Sofia Valerievna Danilenko

Summary: The article analyzes the methodological aspects of training future teachers of mathematics and computer science in the field of programming in pedagogical universities. The experience of the authors in teaching programming to students of the direction 44.03.05 Pedagogical education (with two training profiles Mathematics and Informatics) at the Tula State Pedagogical University. L.N. Tolstoy. A description of the content of the discipline is given, defined by five main sections (algorithms and executors; basics of programming in the Pascal language; array processing; working with files; recursive procedures and functions) and taking into account the need for students to project the material being studied on their future professional activities. On the example of studying the topic "Recursive Procedures and Functions", the methodological techniques used by the authors are described, which allow students to develop stable skills in the field of programming and prove the deep connection between mathematics and computer science. The necessity of using the LMS Moodle e-learning environment, which is an integral part of the information and educational space of the university, in the process of preparing students is substantiated.

Keywords: teacher of mathematics and informatics, programming, teaching programming, teacher training, student training in a pedagogical university.

Получено в редакцию - 22.03.2023

Рецензирована – 22. 08.2023

Отправлен на сайт – 28.08.2023

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УЧИТЕЛЕМ МАТЕМАТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В РАБОТЕ СО ШКОЛЬНИКАМИ

Шестакова Лидия Геннадьевна¹, Ахметзянов Роман Маратович,²

¹Соликамск, Пермский государственный национальный исследовательский университет,

ORCID 0000-0002-6823-4511

²Ярки, МАОУ Ханты-Мансийского района «Средняя общеобразовательная школа д. Ярки»



Л. Г. Шестакова, к.п.н., доцент

Введение

В последние годы мир образования все больше переключается с традиционных методов обучения на электронные и мобильные. Это вызвано не только современными технологическими возможностями, но и изменением требований со стороны рынка труда, где ценится готовность к обучению в любом возрасте и в любое время. Использование электронного обучения помогают учащимся адаптироваться к новым технологиям и стать в будущем более конкурентоспособными на рынке труда, так как современные работодатели ценят быстрое обучение и приобретение новых компетенций, гибкий рабочий график и умение работать в многозадачном режиме. И. Г. Булан [2] пишет об оптимальном сочетании электронных и традиционных средств обучения с иллюстрированием теоретических положений примерами организации работы по изучению тригонометрии. Автор подчеркивает,

что необходимо учитывать цели и задачи обучения, требования СанПин, возможность организации обратной связи, тщательно планировать само занятие, готовность обучающихся.

Цель публикации: выявить варианты использования элементов электронного обучения в работе со школьниками (на материале математики).

Обзор литературы

В литературе имеются публикации по проблеме электронного обучения. Так, Н.А. Данилова, Р.Р. Даирова [5] предлагают использовать возможности электронного обучения при подготовке к выпускному экзамену в 9 классе (ОГЭ) через включение самостоятельной работы школьников с электронными тестами, выстраивание индивидуальных образовательных траекторий (ИОТ). Р.Ю. Костюченко [11] предлагает использовать разные цифровые ресурсы при работе с тригонометрическими уравнениями, распределяя их группы. С простейшими тригонометрическими уравнениями используются ресурсы для организации самостоятельной работы школьников, например, «Решу ЕГЭ», онлайн-калькуляторы. С уравнениями специальных видов ученики самостоятельно на онлайн-ресурсах изучают теоретический материал, а в классе организуется отработка приемов решения каждого вида уравнения. С.Н. Джапарова, Т.К. Зарылдыкова [7] предлагают использовать в обучении математике виртуальный манипулятор Toy theater, позволяющий через компьютер создавать, исследовать (изменять) виртуальную среду, организовать наблюдение учеников.



Р. М. Ахметзянов

Л.Г. Зверева, Е.С. Карафанасьева [10] дают характеристику электронным ресурсам, которые могут быть использованы в обучении математике. Авторы отмечают, что использование ЭОР повышает интерес к математике, способствует развитию мышления. Среди ЭОР можно назвать презентации, видео, тесты, онлайн-курсы, графические конструкторы, онлайн-доски, базы данных и др. Сегодня появились образовательные платформы, с размещенными на них онлайн-курсами для школьников и педагогов, уроками, видео и др. Н. Г. Дюкина, И. В. Владыкина, А. И. Буркеева [9] группируют информационные технологии по методическому назначению, выделяя: демонстрационные средства; ЭБС,

справочные, поисковые, базы данных; тренажеры; средства для организации контроля; имитирующие и моделирующие программы; обучающие системы и др.

И. В. Гончарова, Л. И. Черская [4] рассматривают возможности электронного интерактивного урока для формирования учебной мотивации школьников. Авторы отмечают, что формированию мотивации «способствует необычная форма преподавания материала» [4, с. 93]. Для организации интерактивного урока по теме «Центральный угол» использовался сетевой конструктор курсов и тестов iSpring Suite (<https://www.ispring.ru>), вводился занимательный персонаж (робот Олаф), материал распределялся по планетам.

Многие из таких платформ позволяют педагогу самому разрабатывать учебные курсы. Л.Г. Шестакова [12] рассматривает вариант организации работы педагогов с открытым онлайн-курсом.

В литературе описаны модели смешанного обучения: перевернутый класс, ротация станций, ротация лабораторий, гибкая модель. Отмечают, что при смешанной модели обучения учитель перестает быть единственным источником знаний. «Смешанное обучение — такой вид учебы, который мотивирует, развивает способность к самообразованию и самодисциплину у обучающихся. В таком варианте обучения никто не будет подгонять. Вся ответственность лежит на обучающемся.» [8, с. 18]. Авторы рассматривают возможности использования смешанного обучения (иллюстрируют их примерами) для изучения математических понятий, доказательства и отработки теорем, освоения отдельных тем школьного курса (стохастики, тригонометрии и др.), организации контроля [8].

Электронное обучение представляет собой процесс получения знаний, умений через интернет. Сегодня многие университеты и школы предлагают онлайн-курсы, вебинары, видеоуроки и тесты, что облегчает доступ к образованию, позволяет учащимся работать в своем темпе. Разновидностью электронного обучения является мобильное, которое организуется с использованием мобильных устройств. Благодаря мобильным приложениям и использованию популярных платформ обучающиеся могут осваивать учебный материал удаленно в разных образовательных учреждениях, центрах в удобное время. Мобильное обучение позволяет изучать темы, которые соответствуют их интересам и потребностям, выстраивать ИОТ. Одним из преимуществ электронного и мобильного обучения является гибкость в выборе тем и расписания, доступность по стоимости, наличие бесплатных вариантов. Элементы электронного обучения могут быть включены учителем математики в работу с учениками.

Варианты использования элементов электронного обучения в работе со школьниками.

Во-первых, возможности электронного обучения можно успешно использовать для организации дополнительной и внеурочной работы со школьниками, в том числе проектной и исследовательской, что является обязательным элементом образовательной программы. Т.Л. Блинова, Э.В. Хамитова [1] рассматривают использование возможностей электронного обучения для организации исследовательской индивидуальной и групповой деятельности на материале математики. Авторы предлагают применять «облачные хранилища, обеспечивающие возможность общего доступа», онлайн-доски, сервисы для организации онлайн-общения [1, с. 194].

В этом направлении организуется участие школьников в онлайн-конкурсах, конференциях, олимпиадах. Однако педагогу необходимо помнить об обеспечении безопасности учеников в интернете, использовать проверенные ресурсы, организаторов онлайн-мероприятий, информировать и консультировать родителей.

Во-вторых, открытые онлайн-курсы, технологии виртуальной (VR) и дополнительной (AR) реальности, вебинары, онлайн-уроки можно использовать как средство дифференциации обучения в работе как с сильными учениками (для расширения и углубления их знаний), так и с учениками с низкой интенсивностью учебной деятельности (для отработки обязательных результатов).

VR- и AR-технологии позволяют ученикам не только наблюдать за процессом, но и получать опыт деятельности и развивать умения в определенных областях. Назовем несколько примеров виртуальных тренажеров для работы со школьниками.

- Виртуальные лаборатории (программы, имитирующие лабораторную среду, позволяющую ученикам проводить эксперименты, изучать свойства веществ и т.д.).
- Виртуальные экскурсии, прогулки (имитация экскурсий в музеях, местах исторического значения или туристических местах позволяет ученикам погрузиться в определенную тему, с конкретной целью). Например, виртуальная экскурсия в музей с целью найти примеры симметрии в живописи, архитектуре и др.

Практический интерес представляет публикация Д.Д. Гафаровой и А.Р. Нафиковой [3], в которой даются методические рекомендации использования в обучении математике технологий с элементами дополненной реальности. Авторы обращают внимание на возможности приложений Construct3D, ARRulerApp для изучения курса геометрии (на этапе изучения нового материала или выполнении практических работ, решении задач).

В настоящее время бурно развиваются онлайн-курсы, варианты их использования. Среди платформ с онлайн-курсами для школьников можно назвать Яндекс.Учебник, Stepik, Российская электронная школа. Школы России в 2023 году начали подключаться к платформе ФГИС «Моя школа» (<https://myschool.edu.ru>). Разрабатываемая и внедряемая в школы России платформа предлагает учителям библиотеку готовых уроков, доступ к ресурсам, позволяющим создавать собственные учебно-методические материалы, хранить их, отслеживать работу учеников и т.д. Возможности ее использования для организации обучения математике описываются М.В. Дербуш [6].

Для организации дополнительной работы с обучающимися, удовлетворения их интересов в области информационных технологий, дизайна, экономики, бизнеса, маркетинга, психологии и др., расширения программы можно назвать дополнительно следующие платформы (с платным и бесплатным доступом):

- Skillbox, Skillup и Skillfactory (курсы по дизайну, маркетингу, веб-разработке, проектной работе и др.);
- GeekBrains (курсы в области программирования, разработки игр, кибербезопасности и др.);
- Lectera (курсы в области бизнеса, экономики, финансовой грамотности, раздел для подростков по (общению, целеполаганию, анализу, профориентации и т.д.) и др.

Эти платформы предоставляют широкий выбор онлайн-курсов на различные темы, созданных экспертами в соответствующих областях, а также средства проверки знаний в конце каждого курса. Они могут быть полезны для школьников, студентов, специалистов и всех, кто хочет получить новые навыки и знания в удобном формате, изучать материал, когда и где это удобно. С их помощью можно организовать обучение отдельным темам, отработку навыков решения заданий, подготовку к итоговой аттестации.

В-третьих, цифровые ресурсы позволяют организовать групповую работу школьников. Учитель, находясь в составе группы может видеть ход выполнения проекта, активность каждого ученика, при необходимости оперативно оказать помощь, проконсультировать. Для организации групповой работы можно выбрать разные ресурсы, начиная от распространенных (не требующих специального обучения как педагогов, так и школьников) Яндекс Документы, Google Документы, MindMeister, до более сложных и специфических (онлайн-доски Miro, sBoard, графический калькулятор Desmos, ресурсы для создания интерактивных упражнений LearningApps, Online Test Pad и др.). Школьники в группах могут создавать презентации, интеллект карты, игры, схемы, таблицы, представлять свои работы, задавать вопросы по

работам других учеников. Темы проектов могут быть разнообразными: разработка обучающего фрагмента, теста, квеста, задания и др. Цифровые ресурсы позволяют организовать группы, участники которых территориально удалены друг от друга, включить в работу детей, находящихся на домашнем обучении и т.д.

Заключение

При использовании элементов электронного обучения учитель математики может применять различные цифровые ресурсы, доступные ему и ученикам. Мобильные устройства, электронные ресурсы и приложения, целенаправленно включенные в обучение, расширят доступ к информации, позволят общаться с педагогами и учащимися из разных учебных заведений. Кроме того, эти ресурсы интересны школьникам, они достаточно быстро их осваивают. Организация самостоятельной работы школьников с цифровыми ресурсами приучает его планировать и распределять свое время, формирует способность к самообразованию и самоконтролю, что важно в современном быстро меняющемся мире. Это с одной стороны.

С другой стороны, при рекомендации того или иного цифрового ресурса необходимо помнить о необходимости обеспечения безопасности как самого школьника в интернете, так и его устройства (компьютера, смартфона, планшета), а также финансовые возможности.

Введение в образовательный процесс элементов электронного обучения не получится одномоментно, школьников постепенно к этому готовят. Вполне реально, что на первом этапе ряду учеников будет не хватать мотивации, навыков работы с выбранным ресурсом или самоорганизации.

Некоторые школы, отдельные ученики могут иметь ограниченный доступ к интернету и оборудованию, что может ухудшить эффективность использования элементов электронного обучения.

Как показывает практика, одним из недостатков электронного обучения является то, ученикам не хватает общения с педагогом, из-за чего они часто испытывают трудности. Для сглаживания названной проблемы предлагаются варианты общения с учителем (или тьютором) и другими учениками через электронную почту, форумы, чаты.

В целом электронное обучение является важной частью современной системы образования и доступной альтернативой традиционным методам обучения. Оно позволяет разнообразить обучение, реализовать индивидуальный подход, формировать у школьников

самостоятельность, навыки самообучения и самообразования, расширяет возможности подготовиться к сдаче ОГЭ, ЕГЭ, олимпиадам, конкурсам, продолжению образования.

Литература

1. **Блинова, Т.Л. (2020).** Организация исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике в условиях электронного обучения / Т.Л. Блинова, Э.В. Хамитова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2020. – № 5. – С. 192-196. – EDN DQSQUF.
2. **Булан, И.Г. (2020).** Использование традиционных и электронных ресурсов и средств в процессе обучения математике / И.Г. Булан // Калининградский вестник образования. – 2020. – № 3(7). – С. 64-71. – EDN BYHZTJ.
3. **Гафарова, Д.Д. (2022).** Применение технологии мобильного обучения с элементами дополненной реальности на уроках математики / Д.Д. Гафарова, А.Р. Нафикова // Дневник науки. – 2022. – № 12(72). – EDN PJSVMN.
4. **Гончарова, И.В. (2022).** Формирование приемов учебной мотивации к дистанционному обучению математике с помощью электронного интерактивного урока / И.В. Гончарова, Л.И. Черская // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – № 1(55). – С. 90-100. – DOI 10.24412/2079-9152-2022-55-90-100. – EDN URIWIK.
5. **Данилова, Н.А. (2021).** Использование электронного обучения при подготовке к основному государственному экзамену по математике учащихся основной школы / Н.А. Данилова, Р.Р. Даирова // Актуальные проблемы современного образования. – 2021. – № 8(30). – С. 90-97. – EDN UXHBMU.
6. **Дербуш, М.В. (2023).** Особенности использования ФГИС «Моя школа» при реализации моделей смешанного обучения математике / М.В. Дербуш // Информация и образование: границы коммуникаций. – 2023. – № 15(23). – С. 163-166. – DOI 10.59131/2411-9814_2023_15(23)_163. – EDN PGUDOO.
7. **Джапарова, С.Н. (2022).** Использование виртуального манипулятора - Toy theater при обучении математике школьников начальных классов / С.Н. Джапарова, Т.К. Зарылдыкова // Наука, новые технологии и инновации

Кыргызстана. – 2022. – No. 8. – С. 150-153. – DOI 10.26104/NNTIK.2022.13.23.036. – EDN JWJECH.

8. В. А. *Далингер, М.В. Дербуш, Р.Ю. Костюченко и др. (2021).* Дидактико-методические основы смешанного обучения математике в школе.– Омск: ОГПУ, 2021. – 244 с. – EDN IUEQRX.
9. *Дюкина, Н.Г. (2021).* Организация обучения математике в условиях использования онлайн технологий / Н.Г. Дюкина, И.В. Владыкина, А.И. Буркеева // Грани познания. – 2021. – № 1(72). – С. 13-17. – EDN TLECUH.
10. *Зверева, Л.Г. (2022).* Использование электронных образовательных ресурсов при изучении математики / Л.Г. Зверева, Е.С. Карафанасьева // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2022. – № 1-1(64). – С. 140-142. – DOI 10.24412/2500-1000-2022-1-1-140-142. – EDN OQOWHT.
11. *Костюченко, Р.Ю. (2022).* Обучение школьников решению тригонометрических уравнений в условиях смешанного обучения математике / Р.Ю. Костюченко // Нижегородское образование. – 2022. – № 5. – С. 56-65. – EDN CVHVDU.
12. *Шестакова, Л.Г. (2022).* Общие вопросы методики обучения математике: учебно-методическое пособие / Л.Г. Шестакова. – Соликамск: Соликамский государственный педагогический институт, ООО «Типограф», 2022. – 116 с. – ISBN 978-5-91252-173-7. – EDN WQKDJH.

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՉԻ ԿՈՂՄԻՑ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՏԱՐԲԵՐԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆՆԵՐԻ ՀԵՏ ԱՇԽԱՏԱՆՔՈՒՄ

Շեատակովա Լիդիա Գենադիևնա, Ախմետգյանով Ռոման Մարատովիչ

Անվտիում: Էլեկտրոնային ուսուցումն այժմ լայն տարածում ունի, այն ժամանակակից կրթական համակարգի կարևոր մասն է և դասավանդման ավանդական մեթոդներին մատչելի այլընտրանք: Հրապարակման նպատակը. բացահայտել դպրոցականների հետ աշխատանքի ընթացքում էլեկտրոնային ուսուցման տարրերի օգտագործման տարբերակները (մաթեմատիկայի նյութերի հիման վրա):

Այս հոդվածում ուսումնասիրվում է էլեկտրոնային ուսուցման տարրերի օգտագործման հնարավորությունները դպրոցականների հետ մաթեմատիկայի դասավանդման ժամանակ աշխատելիս: Բացահայտվել են դպրոցականների հետ աշխատելու էլեկտրոնային ուսուցման

տարրերի օգտագործման հետևյալ տարբերակները: Նախ՝ կազմակերպել լրացուցիչ և արտադասարանական աշխատանքներ (ներառյալ նախագիծ և հետազոտություն): Երկրորդ, բաց առցանց դասընթացները, վիրտուալ (VR) և լրացուցիչ (AR) տեխնոլոգիաները, վեբինարները, առցանց դասերը կարող են օգտագործվել որպես տարբերակված ուսուցման միջոց ինչպես ուժեղ աշակերտների հետ աշխատանքում (ներանց գիտելիքներն ընդլայնելու և խորացնելու համար), անպես էլ ցածր առաջադիմությամբ և Ուսումնական գործունեության ցածր աշակերտների հետ աշխատանքում (պահանջվող արդյունքները մշակելու համար): Երրորդ, թվային ռեսուրսներն օգտագործվում են դպրոցականների խմբային աշխատանքների կազմակերպման, պարտադիր արդյունքների ավելի խորը պատրաստման և ամրապնդման համար:

Բանալի բաներ: մաթեմատիկայի դասավանդում, էլեկտրոնային ուսուցում, դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթաց:

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УЧИТЕЛЕМ МАТЕМАТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В РАБОТЕ СО ШКОЛЬНИКАМИ

Шестакова Лидия Геннадьевна, Ахметзянов Роман Маратович

Резюме. Электронное обучение в настоящее время широко распространено, оно является важной частью современной системы образования и доступной альтернативой традиционным методам обучения. Цель публикации: выявить варианты использования элементов электронного обучения в работе со школьниками (на материале математики).

В данной статье исследуются возможности использования элементов электронного обучения при работе со школьниками в обучении математике. Выделены следующие варианты использования элементов электронного обучения в работе со школьниками. Во-первых, для организации дополнительной и внеурочной работы (в том числе проектной и исследовательской). Во-вторых, использование открытых онлайн-курсов, технологий виртуальной (VR) и дополнительной (AR) реальностей, вебинаров, онлайн-уроков можно использовать как средство дифференциации обучения в работе как с сильными учениками (для расширения и углубления их знаний), так и с учениками с низкой интенсивностью учебной деятельности (для отработки обязательных результатов). В-третьих, цифровые ресурсы используются для организации групповой работы школьников, углубленной подготовки и закрепления обязательных результатов.

Ключевые слова: преподавание математики; электронное обучение; школьный курс математики.

THE USE OF E-LEARNING ELEMENTS BY A MATHEMATICS TEACHER IN WORK WITH SCHOOLCHILDREN

Shestakova Lidia Gennadievna, Akhmetzyanov Roman Maratovich

Abstract. E-learning is now widespread, it is an important part of the modern education system and an affordable alternative to traditional teaching methods. **Objective:** is to identify the possibilities of using e-learning elements in working with students (on the subject of mathematics). This article explores the possibilities of using e-learning elements in working with students in teaching mathematics. The following possibilities of using e-learning elements in work with students are highlighted. Firstly, the organisation of additional and extra-curricular work (including project and research work). Second, the use of open online courses, virtual reality (VR) and augmented reality (AR) technologies, webinars, online lessons can be used as a means of differentiating learning in work with both strong students (to extend and deepen their knowledge) and students with low intensity of learning activity (to work out mandatory results). Thirdly, digital resources are used to organise group work for students, in-depth training and the consolidation of compulsory results.

Key words: teaching mathematics; e-learning; school mathematics course.

Получено в редакцию - 22.03.2023

Рецензирована – 22. 08.2023

Отправлен на сайт – 28.08.2023

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧНЫХ СЕРИАЛОВ И ПРИМЕРЫ ИХ
ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТЕРЕОМЕТРИИ**

ORCID 0000-0003-2295-3067

Кузнецова Елена Павловна, Денисюк Анастасия Игоревна

*Белорусский государственный педагогический университет имени М. Танка,
г. Минск, Республика Беларусь*



Кузнецова Е. П., к. п. н., доцент

Умение изображать на плоскости трехмерные фигуры для учащихся старших классов является трудноформируемым. Навыки правильного восприятия на плоскости готовых чертежей стереометрических конфигураций формируются также очень непросто, хотя белорусские

учебные пособия по планиметрии, в соответствии с принципом фузионизма, включают изображения пространственных объектов и информацию о них, обеспечивая пропедевтику ряда стереометрических понятий. Обычно переход к изображению на плоскости трехмерных фигур для учащихся 10-х классов остаётся весьма проблематичным. Для них трудно как правильное восприятие готовых двумерных графических моделей стереометрических конфигураций, так и самостоятельное создание таких моделей. Это связано, во-первых, с относительно малой алгоритмизацией курса стереометрии, где почти все задачи и теоремы решаются и доказываются, на взгляд обучаемых, по-новому. А во-вторых, трудности графического моделирования при обучении стереометрии объясняются недостатками методики формирования пространственных представлений учащихся. Разглядывание (созерцание) готовых чертежей в учебных пособиях по стереометрии и/или на классной доске в какой-то степени развивает пространственные представления обучаемых, но не заменяет в полной мере их самостоятельную работу по созданию графических моделей трёхмерных фигур. Деятельность учащихся как по созерцанию (прочтению) готовых чертежей, так и по их самостоятельному созданию становится более эффективной, когда есть ситуации для сравнения, которые позволяют анализировать их содержание, выявлять сходства и различия.



Денисюк А. И.

Целесообразно, чтобы условия учебных заданий по любому разделу математики, в том числе и по стереометрии, давали возможность сравнивать действия по их выполнению, а также результаты этих действий. Такие ситуации для сравнений на материале стереометрии не всегда встречаются в учебных пособиях в готовом виде. Но учитель может сам создавать специальные комплексы задач, при решении которых учащиеся будут вынуждены сравнивать разные особенности изображаемых (или уже изображённых) пространственных объектов, получая тем самым больше возможностей для продуктивного формирования своих пространственных представлений и мышления.

***Понятие задачного сериала как методического средства,
интенсифицирующего аналитическое мышление учащихся***

Специальный комплекс тесно взаимосвязанных между собою задач будем называть **задачным сериалом**, если в тексте условия есть некоторая **неизменная математическая информация**, которая используется во всех задачах (сериях) и, кроме того, каждая отдельная задача (серия) содержит **изменяемую информацию**, выделяющую её среди других.

Наличие общей части условия (*константной части*) позволяет объединить на основе некоторой дидактической цели совокупность нескольких задач в комплекс задач или в одну укрупнённую задачу – **задачный сериал**, а **отдельные задачи** рассматривать как его **серии**, особенность каждой из которых обуславливается изменяемой частью её условия (*вариативной частью*).

Понятие задачного сериала было введено в статье, там же приведены конкретные примеры задачных сериалов на материале школьного курса алгебры.

Смысл термина комплекс хорошо согласуется с тем дидактическим содержанием, которое вкладывается в понятие «задачный сериал».

Задачные сериалы в стереометрии можно отличить от набора отдельных задач по следующим признакам: ● в условии всех частей (серий) задачного сериала присутствует некоторая **постоянная стереометрическая конфигурация** и, кроме того, ● каждая часть (серия) содержит некоторую **варьируемую информацию о заданной конфигурации**, выделяющую её среди других.

Отметим некоторые теоретические предпосылки идеи комплекса задач, реализуемой в задачном сериале.

В книге «Сумерки просвещения», где собраны педагогические статьи (периода 1883-1898 годов) российского философа и религиозного деятеля В.В. Розанова (1856-1919), изложен **принцип целости** – один из трёх принципов (индивидуальности, целости, единства типа) его образовательной концепции. Согласно этому принципу, обучая ребёнка чему бы то ни было, «нельзя дробить очень сильно знания, ощущения» [8, с. 96], то есть, говоря современным языком, материал для обучения должен быть целостным. Успешности усвоения учебного материала способствует, с одной стороны, возможность погрузиться в него, а с другой стороны – необходима и возможность обзора разнообразных его использований, то есть возможность сравнений. «Принцип целости» В.В. Розанова хорошо согласуется со смыслом и трактовкой понятия системы (в том числе и системы обучения), где определяющим является именно

свойство целостности, а также с принципом целостности, характерным для реализации современного системного подхода в научных исследованиях.

На сходных идеях базируется применение в обучении укрупнения дидактических единиц (УДЕ). В 50-70-х годах XX века на материале школьной математики П.М. Эрдниевым (1921-2019) была разработана система УДЕ как технология изучения взаимосвязанных понятий. Он объединил в общие блоки понятия, которые в традиционном обучении попадают в отдельные, а часто и довольно удалённые друг от друга, тематические разделы (уравнения и неравенства; обыкновенные и десятичные дроби; пропорции и проценты и т.д.). Образовательная технология УДЕ, предлагая совместное изучение взаимообратных действий (задач, функций), обращённых упражнений и других взаимообратимых объектов, позволяет рационально интенсифицировать учебный процесс, повысить его качество за счёт освоения учащимися знаний и навыков, важных для целостного восприятия учебного предмета и многих явлений действительности [13].

Психолого-физиологическим научным фундаментом системы УДЕ стали: идея контрастных раздражителей (И.П. Павлов, 1849-1936), идея "обратной афферентации" в циклически замкнутых мыслительных процессах (П. К. Анохин, 1898-1974), а также идея о механизмах сознательного и бессознательного при образовании умозаключений (И.Р. Пригожин, 1917-2003).

Задачные сериалы, развивая идеи УДЕ и системного подхода, могут стать одним из средств реализации продуктивного обучения, приближающего его к народной мудрости "Все познается в сравнении".

Приёмы разработки задачных сериалов и их дидактические возможности при обучении стереометрии

Можно выделить несколько приёмов разработки математических задачных сериалов.

Приём 1. «Раскрытие параметра» – рассмотрение в серии задач всех частных случаев (влияющих на ход решения задачи) значения некоторой величины, фигурирующей в варьируемой и/или константной части условия.

Приём 2. «Динамизация» – конкретизация в варьируемой части каждой из серий варианта расположения одного или нескольких элементов конструкции (конфигурации), заданной в константной части условия задачи.

Приём 3. «Варьирование условия» – изменение каких-либо данных в варьируемой части каждой из серий при сохранении одной и той же конструкции (конфигурации) и требования задачи.

Приём 4. «Перечень итогов» – указание в варьируемой части каждой серии результата (подхода, метода решения), который надо получить (использовать) при одном и том же условии в константной части задачи.

Приём 5. «Типология и варьирование» – рассмотрение в варьируемой части серий признаков разных видов задач на основе одной их классификации (типологии) при сохранении условия константной части.

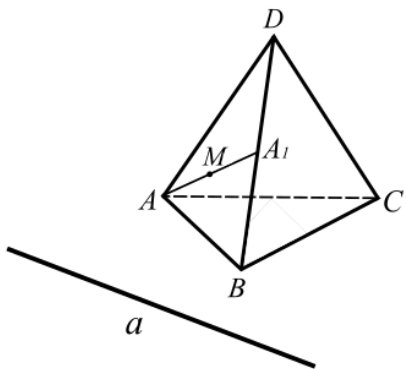
Разумеется, можно выявить и назвать и какие-то другие приёмы разработки задачных сериалов. Здесь остановимся на указанных приёмах и проиллюстрируем их примерами задачных сериалов, содержание которых связано с проблемами развития пространственных представлений и обучения созданию графических моделей в стереометрии.

Применение приёма 3 («Варьирование условия») может быть проиллюстрировано на примере 1 задачного сериала для обучения построению сечений и пересечений многогранников плоскостью.

Пример 1. Постройте пересечение тетраэдра плоскостью α , проходящей через точку M – середину медианы AA_1 грани ABD , и прямую a , если: а) $a(ABC)$; б) $a(ABD)$; в) $a(BCD)$; г) $a(ACD)$.

Дидактическая цель задачного сериала из примера 1: развитие навыков построения сечений (и других пересечений) тетраэдра плоскостью α на проекционном чертеже, усвоение истинности утверждения «Для однозначного восприятия по двумерной графической модели особенностей трехмерной конфигурации, кроме её изображения, необходима дополнительная информация (словесная и / или символическая)».

Полезно, изобразив конфигурацию по условию примера 1, как на рисунке слева,



предложить учащимся решить задания задачного сериала из примера 1 самостоятельно. Умеющие решать задачи на сечения часто сразу начинают выполнять построения, не обращая внимания на информацию в условии заданий сериала о расположении прямой a . Обычно, глядя на рисунок, многие учащиеся мысленно представляют лишь один из четырёх (хотя их бесконечно много!) случаев

размещения прямой (чаще – случай а), когда прямая a лежит в плоскости основания тетраэдра.

Как показывает многолетний опыт использования этого задания в разных, в том числе, учительских аудиториях, построение сечений в случаях в), г) и особенно в случае б) вызывает затруднения. На рисунке 1 показаны (для внешне одинаковых четырёх исходных чертежей) совершенно различные сечения, полученные в процессе решения. В результате у обучаемых начинает складываться понимание роли информации в вариативных частях задачного сериала (здесь она задана символами) из примера 1 и приёмов её использования для построения сечения.

Становится понятным и отличие случая б) от остальных (здесь пересечение тетраэдра с заданной плоскостью совпадает с гранью ABD). Треугольник ABD – пересечение тетраэдра с плоскостью α – нельзя называть сечением, поскольку в нём нет внутренних точек многогранника. Аналогичный вывод следует из определений многих учебных пособий (в том числе – пособий [4], [11], [12]).

Работа над задачным сериалом (комплексом из k задач) имеет ряд существенных преимуществ перед решением набора из k разрозненных задач по изучаемой теме. Среди явных преимуществ работы над отдельными сериями – значительное уменьшение времени, затрачиваемого на осознание особенностей условия в этих задачах, что позволяет учащимся легче обнаруживать нюансы сходства и различий между сериями и быстрее делать необходимые выводы по результатам их сравнения. Задачные сериалы нацелены на формирование у учащихся практических умений и на осознание теоретического материала, заложенного в содержание серий. По итогам сравнения сути варьируемой части условий при решении задачных сериалов учащиеся оказываются более подготовленными и способными самостоятельно: • формулировать узловые положения теории темы; • указывать признаки задач разных типов; • составлять алгоритм решения данного типа задач; • называть конкретные особенности варьируемого элемента и т. д. В задачном сериале обеспечивается смысловая целостность за счёт наличия текстового единства в константной части условия, концентрация, локализация и варьирование учебного материала в одном комплексе задач. Отчасти становится возможным «преодоление содержательно-смысловой раздробленности предметного содержания» [6, с. 62], возникающей вследствие фрагментарной подачи учебного материала, характерной для практических заданий во многих пособиях.

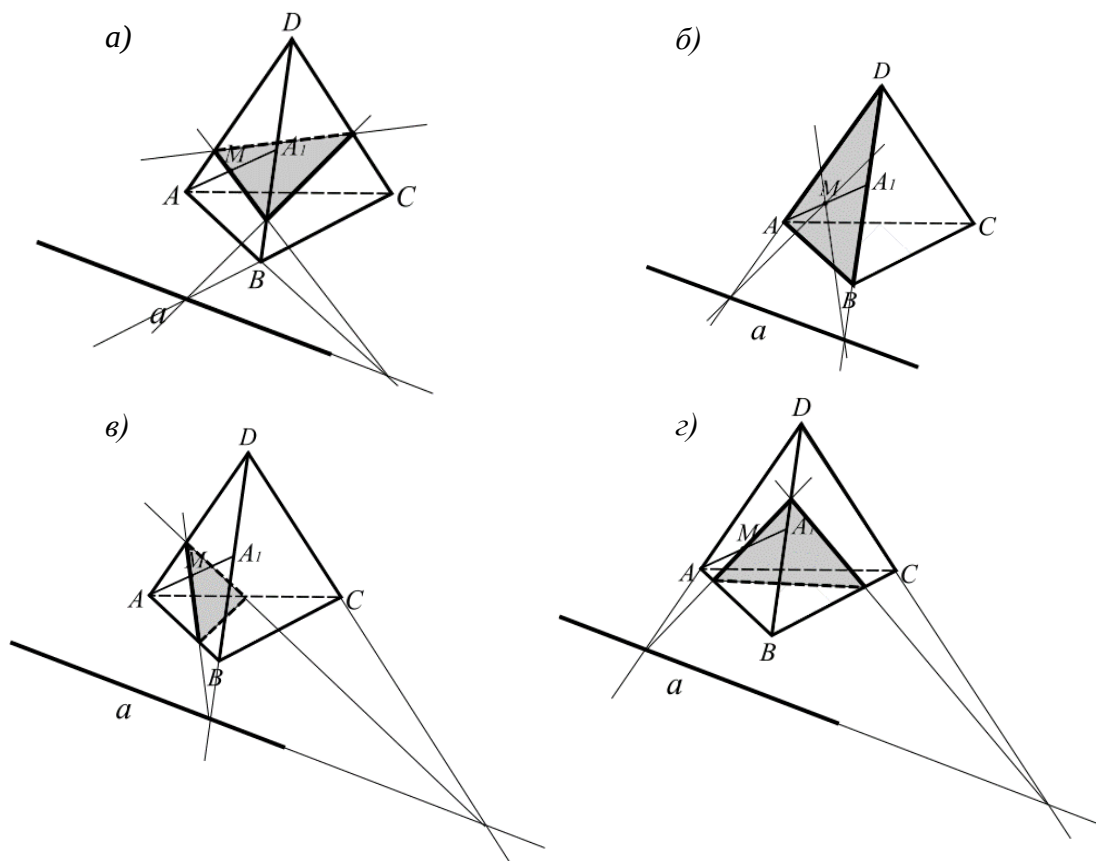


Рис. 1. Решение задачного сериала из примера 1

Благодаря заметному присутствию во многих задачных сериалах идеи параметра (а параметр – это всегда интеграция в целое разных случаев и своего рода реализация идеи УДЕ), работа над ними способствует формированию ряда полезных для школьников качеств мышления. Решение сериалов из задач учит их концентрации внимания, критичности, умению сравнивать, обобщать и конкретизировать, порождает привычку рассматривать контекст и всевозможные варианты математической ситуации. Это создает условия для развития способностей к анализу и синтезу явлений, для формирования качеств аналитического ума. Решение задачного сериала направляет учащихся в сторону развивающего, исследовательского взгляда на изменения в каждой его серии, помогает заметить и рассмотреть в непосредственной близости несколько математических и дидактических проблем, акцентировать внимание на нюансах.

Решение задачного сериала, нацеленного на графическое моделирование, может облегчить школьникам анализ особенностей конкретной стереометрической конструкции (конфигурации), описанной в его условии, и соответствующей её трехмерной модели, а значит, упростить и процесс создания адекватного ей чертежа.

Виды задачных сериалов и их функции при обучении созданию графических моделей в стереометрии

Задачные сериалы, дидактическая цель которых способствовать развитию пространственных представлений учащихся в процессе изучения стереометрии, содержательно должны быть направлены на формирование следующих основных умений школьников:

- умение изображать основные виды многогранников, то есть их двумерные графические модели по правилам параллельной проекции;
- умение строить сечения многогранников плоскостью на проекционном чертеже;
- умение создавать графическую модель конструкции (конфигурации), заданной условием стереометрической задачи (то есть графическую модель геометрического объекта по его словесной модели);
- умение правильно читать информацию по готовой двумерной графической модели трехмерной фигуры на проекционном чертеже;
- умение описывать с помощью символов и обозначений графической модели (чертежа) особенности геометрического объекта адекватно тексту условия задачи.

Заметим, что в процессе решения стереометрической задачи обучаемый должен работать с тремя видами моделей некоторой геометрической конструкции (конфигурации), заданной её условием: 1) словесная модель, 2) графическая модель и 3) словесно-символьная модель. Словесная модель – это словесное описание рассматриваемой в условии задачи геометрической конфигурации; графическая модель – двумерный чертёж конструкции (конфигурации), адекватный словесной модели; словесно-символьная модель – запись известных и неизвестных свойств конфигурации, её элементов, отношений между ними в виде «Дано: Найти: ...» с использованием буквенных обозначений чертежа, символики и слов. Все три модели должны быть изоморфны (эквивалентны) друг другу, поскольку описывают один и тот же геометрический объект. Это значит, что при правильном моделировании всё содержание исходного текста задачи об этом объекте должно быть правильно (без потерь) отражено и во второй, и в третьей его модели. Другими словами, по правильной словесно-символьной модели можно воссоздать графическую модель (чертёж) объекта, адекватную и изоморфную (эквивалентную) по содержанию его исходной словесной модели, т.е. условию задачи, не видя при этом ни чертежа, ни текста исходного условия.

Работа по созданию этих моделей составляет самую важную часть анализа условия задачи и определяет, как пишут некоторые наиболее радикальные авторы, 90 и более

процентов успешного решения задачи. К сожалению, многие учителя допускают небрежное выполнение чертежей к задачам и не считают необходимым тратить время на полноценное обучение словесно-символьному моделированию условия задачи по готовому чертежу. Объясняют это недостатком времени и тем, что на Централизованном тестировании в Республике Беларусь (ЦТ) такие навыки не требуются, как не актуальны на ЦТ и навыки аргументации, обоснования рассуждений (ведь все ответы там – либо выборочные, либо в краткой форме). А при обучении школьники зачастую (и не они одни) достигают 100% «успеха» в решении задач, списывая готовые (и порой некачественные) тексты из многочисленных бумажных и электронных «решебников». Умение учителя находить, конструировать и продуктивно использовать задачные сериалы (как и умение доходчиво пояснять вред «решебников» учащимся и их родителям) отчасти может быть некоторым противовесом, препятствующим наступлению антиобразовательного фастфуда.

Во многих учебных пособиях можно найти задания и вопросы, которые можно использовать как основу для разработки задачного сериала, нацеленного на формирование пространственных представлений. Например, вопрос «Правда ли, что сечением пятиугольной призмы может быть: а) отрезок; б) четырёхугольник; в) шестиугольник; г) семиугольник; д) восьмиугольник?» из книги [4, с. 41] можно преобразовать в задачный сериал из примера 2 о призме и разработать аналогичный сериал о пирамиде.

Напомним, что самостоятельное выполнение заданий на построение сечений многогранников плоскостью на проекционном чертеже максимально способствует развитию пространственных представлений и мышления учащихся.

Пример 2. Задать плоскость α так, чтобы пересечение призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ и плоскости α имело вид:

а) точки E ; б) отрезка BC ; в) треугольника с вершиной B ; г) трапеции; д) пятиугольника; е) шестиугольника.

Может ли сечением призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ быть семиугольник? А восьмиугольник? В каких случаях пересечение заданной призмы с плоскостью α можно будет называть сечением, а в каких – нет?

Дидактическая цель задачного сериала из примера 2 – развитие пространственных представлений, формирование конструктивных умений работы на проекционном чертеже, творческого мышления, умений представлять и аргументировать варианты возможных решений.

Некоторые задания из учебных пособий можно рассматривать в качестве уже готовых задачных сериалов. Так, всем признакам задачного сериала соответствуют некоторые задания из книги.

Пример 3. Ученик нарисовал сечение куба плоскостью (рис. 2). Есть ли ошибки на рисунке? [1, с. 25-26]

Заметим, что примеры 2 и 3 можно отнести к задачным сериалам, составленным на основе приёма 4 «Перечень итогов». В сериале 3 перечисляемыми итогами оказываются рисунки с вариантами ошибочных изображений сечений куба.

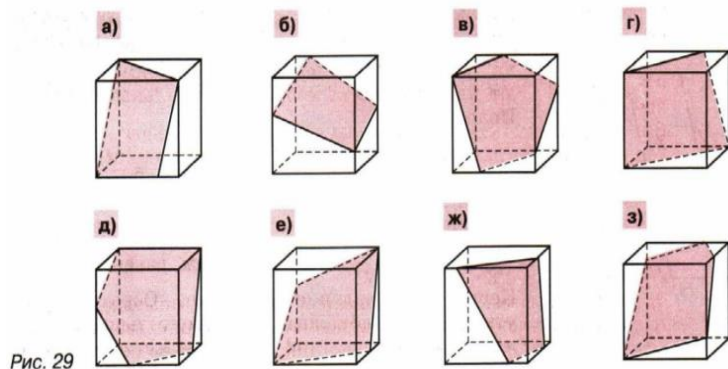


Рис. 2. Скриншот рисунка 29 из пособия [1]

Сравнивать задачные сериалы (созданные учителем или собранные по разным источникам) можно не только по приёмам их разработки. Полезно выделять группы (подмножества) задачных сериалов с учётом их:

а) математического содержания; б) дидактических целей; в) наличия (или отсутствия) алгоритма решения и др.

Можно конструировать стереометрические задачные сериалы, ориентируясь на достижение учащимися в результате их решения, например, следующих конкретных целей:

- ✓ усвоение содержания аксиом и овладение аксиоматическим методом;
- ✓ усвоение приёмов создания графических моделей отдельных геометрических тел и их комбинаций;
- ✓ усвоение методов решения задач определенного типа (например, метода следов при построении сечений многогранников плоскостью);
- ✓ усвоение особенностей/признаков каждого класса (типа) задач при их классификации или типологии;
- ✓ усвоение нового теоретического материала (например, понятия линейного угла для двугранного угла);

- ✓ освоение разных способов решения одного и того же задания.

Задачные сериалы при их использовании могут выполнять различные методические и/или дидактические функции. При первом знакомстве с двумерными графическими моделями многогранников задачные сериалы могут выполнять функцию аргументации (доказательства) истинности утверждения о неоднозначности восприятия таких моделей без наличия дополнительной информации (словесной, символической или графической). В этом убеждает, например, опыт решения задачного сериала из примера 1. Достижение аналогичной цели подразумевается и при решении комплекса задач из примера 4.

Пример 4. Изобразите четырехугольную пирамиду $SABCD$, зная, что SO – её высота, O – точка пересечения диагоналей основания $ABCD$, которое представляет собой:

- 1) прямоугольник со сторонами 3 и 5;
- 2) параллелограмм со сторонами 3 и 5 и острым углом 40° ;
- 3) ромб со стороной 5 и острым углом 40° ;
- 4) квадрат со стороной 5.

Похожи ли полученные графические модели 1) – 4) пирамиды $SABCD$? Чем они отличаются? Есть ли среди них изображение правильной пирамиды?

Дидактические цели задачного сериала из примера 4 – развитие пространственных представлений, формирование конструктивного умения изображать пирамиду приёмом «снизу вверх», используя предварительный вынос её основания во фронтальную плоскость и применяя правила кабинетной проекции при моделировании трёхмерного объекта; убеждение учащихся в неоднозначности восприятия графической модели пирамиды без дополнительной

информации о её основании в виде варьируемого текста в исходном условии или изображения во фронтальной плоскости.

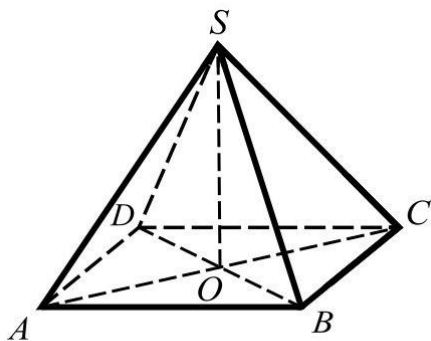


Рис.3. Графическая модель пирамиды $SABCD$

После решения такого сериала полезно предложить задание обратной направленности: «Опишите вид пирамиды по ее графической модели на рисунке 3».

Желательно, чтобы учащиеся умели взвешенно формулировать свой ответ примерно так: «На рисунке 3 дано изображение четырёхугольной пирамиды, основанием которой

является параллелограмм, вид которого не уточнён, а высота пирамиды проходит через точку пересечения его диагоналей».

Полезно дополнительно обсудить со школьниками, что надо сделать, чтобы изображение на рисунке 3 однозначно воспринималось как изображение правильной пирамиды?

Варианты предложений могут (и должны!) быть разными:

- написать рядом с чертежом, что $SABCD$ – правильная пирамида;
- написать рядом с чертежом, что $ABCD$ – квадрат;
- чёрточками на чертеже отметить равенство сторон параллелограмма $ABCD$ и специальным обозначением прямого угла хотя бы один его угол;
- чёрточками на чертеже отметить равенство всех отрезков диагоналей AC и BD , пересекающихся в точке O , а также обозначить их перпендикулярность;
- изобразить рядом с графической моделью пирамиды вынос во фронтальную плоскость квадрата $ABCD$.

Одна из функций задачных сериалов при формировании навыков графического моделирования – корректировка количественных и содержательных перекосов подбора задач в учебной литературе. Например, анализ содержания заданий о пирамидах в пособиях [4; 12] по стереометрии для 10-го класса общеобразовательных школ Беларуси показывает, что число некоторых видов пирамид, используемых в условиях задач, явно преобладает над другими. В зависимости от этого формируются, укрепляются и развиваются (или не формируются, не укрепляются и не развиваются) соответствующие пространственные представления, конструктивные навыки и умения учащихся. Общее количество задач из учебных пособий [4; 12], заданных на неправильных и правильных пирамидах (их принято называть «задачи на пирамиды»), по числу вершин в их основании представлено в таблицах 1 и 2.

По таблицам 1 и 2 видно, что в задачах обоих пособий чаще всего (около 60% и более) рассматриваются треугольные пирамиды, четырехугольные пирамиды используются гораздо реже, пятиугольные пирамиды вообще отсутствуют, а шестиугольные встречаются только в пособии [4] в 5,3% случаев. Пирамиды с n -угольником в основании даны в одной-двух задачах, без конкретизации значений n . Отсутствуют в условиях задач обоих книг и правильные пирамиды с n -угольником для $n > 6$. По данным таблиц 1 и 2, очевидно, что значительную долю (около 40% и 60% соответственно) в этих книгах для десятиклассников составляют задачи на правильные пирамиды.

Таблица 1. Количественное распределение задач на пирамиды по числу вершин n их оснований в учебных пособиях для общеобразовательных школ Республики Беларусь

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на пирамиды ($k / \%$)					
		всего	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	n
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д. и др. [4]	2020	113/10 0	64/56, 6	41/36, 3	0/0	9/5,3	2/1, 8
Шлыков В.В. [12]	2013	109/10 0	71/65, 2	37/33, 9	0/0	0/0	1/0, 9

Таблица 2. Количественное распределение задач на правильные пирамиды по виду n -угольника основания в учебных пособиях для общеобразовательных школ Республики Беларусь

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на пирамиды ($k / \%$)					
		любые	из них задачи на правильные пирамиды				
		всего	всего	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д. и др. [4]	2020	113/10 0	45/39,8	18/15,9	21/18,6	0/0	6/5,3
Шлыков В.В. [12]	2013	109/10 0	62/56,8	42/38,5	20/18,3	0/0	0/0

Можно заранее предвидеть трудности учащихся при изображении графических моделей тех пирамид (правильных и неправильных), которые редко встречались им в учебных пособиях 10-го класса, но используются в содержании дальнейшего обучения стереометрии. Напомним, что пирамиды в пособиях для 10-го класса являются средством моделирования и иллюстрирования изучаемых фактов о прямых и плоскостях, а в 11-м классе, где они являются уже основным объектом изучения, работа с их графическими моделями продолжается, особенно интенсивно при решении вычислительных задач.

Заметить перекосы в подборе заданий учебных пособий и облегчить процесс обучения решению задач помогает их классификация по какому-либо из оснований [7]. (Например, основанием для классификации задач об n -угольных пирамидах могут быть значения n).

Функцию корректировки пробелов в подборе задач учебных пособий могут исполнять задачные сериалы. Решение, например, сериала из примера 5, будет полезно для работы на уроке и дома. При разработке этого сериала использован приём 1 «Раскрытие параметра»; параметром является n – количество вершин в основании пирамиды.

Пример 5. Найдите радиус окружности, описанной около основания правильной n -угольной пирамиды с объемом V и высотой h , если:

а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 5$; г) $n = 6$; д) $n = 7$; е) $n = 8$; ж) $n = k$.

Дидактическими целями задачного сериала из примера 5 являются: формирование навыков создания графической модели и выноса во фронтальную плоскость основания для соответствующей правильной пирамиды; обобщение приёмов работы по графическому моделированию правильных пирамид, а также развитие вычислительных навыков при использовании формулы площади правильного многоугольника и формулы объёма пирамиды.

Заметим, что особого внимания требует формирование навыков (у наиболее подготовленных учащихся) изображения n -угольных правильных призм и пирамид, отдельно для конкретных значений n хотя бы от 5 до 8 и для обобщенного варианта, где n – произвольное натуральное число. Проблемы с изображением таких многогранников заметны и на страницах разных учебных пособий по стереометрии для 11-х классов. Учителю самому следует иметь необходимые навыки и свою чёткую позицию как по оценке качества соответствующих графических моделей, встречающихся в книгах, так и по формированию соответствующих навыков у учащихся.

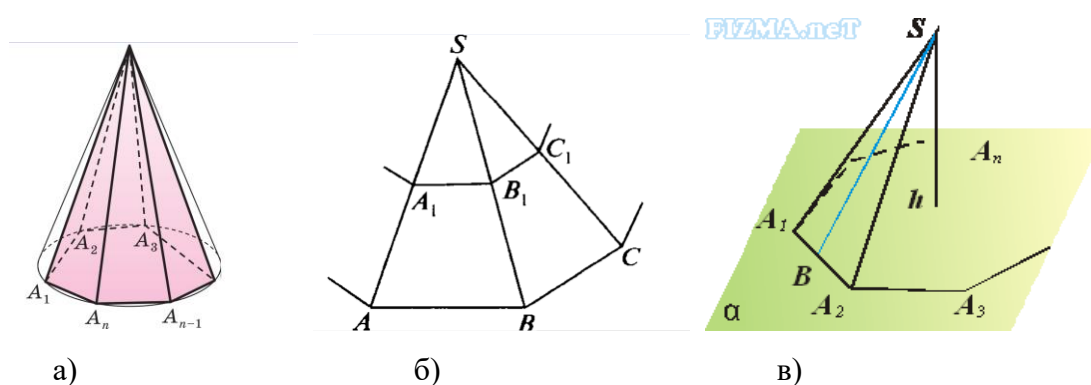


Рис. 4. Скриншоты изображений n -угольных пирамид из учебных пособий по стереометрии для 11-х классов ([5] – а, [10] – б) и из интернета – в

Для правильной пирамиды (призмы) с большим числом сторон в основании целесообразно изображать: во фронтальной плоскости многоугольник её основания; графическую модель её части, ограниченной одной-двумя боковыми гранями; а также её

высоту. Такие умения востребованы при решении многих теоретических и практических проблем курса стереометрии. Изображение одной-двух «долек» пирамиды (призмы) вместе с её высотой и вида основания во фронтальной плоскости, по нашему мнению, легче воспринять в качестве «незаконченной» модели n -угольного многогранника, чем вариант типа а) на рисунке 4.

В целом задачные сериалы дают учителю возможность управлять процессом формирования навыков решения, в частности, стереометрических задач, и оптимизировать его. Задачные сериалы могут выполнять множество дидактических и методических функций, в том числе закрепления, обобщения и контроля усвоения учащимися определённого тематического блока изученного материала. При правильном использовании таких комплексов задач, в том числе созданных на основе классификации практических заданий, можно избежать ряда промахов в работе педагога. Например, таких как:

- многократность рассмотрения задач одного из типов в ущерб другим; ●пропуск существенных для обучения типов задач;
- случайность подбора заданий для работы дома и в классе; ●нерациональность траты времени на анализ условий различных задач.

Применяя задачные сериалы в обучении, можно усиливать концентрацию внимания учащихся на основной идее урока, уменьшая тем самым и разрозненность впечатлений учащихся от его материалов, если их связь между собой продумана недостаточно.

Итак, при обучении учащихся созданию графических моделей трехмерных фигур следует обращать внимание не только на правила параллельного проецирования и требования черчения, но и на выделение удобных ракурсов изображения отдельных видов фигур и их комбинаций, на приёмы и алгоритмы их изображения, на пользу выносов во фронтальную плоскость отдельных элементов конструкций. Существенно помочь учителю в формировании учебных умений и навыков по графическому моделированию могут задачные сериалы, решение которых порождает привычку рассматривать контекст и всевозможные варианты математической ситуации, описанной в константной части условия сериала. Работа с задачными сериалами облегчает концентрацию внимания школьника на выделенном блоке содержания и способствует формированию у него ряда полезных качеств мышления (критичности, навыков сравнения, обобщения, конкретизации). Многие существенные моменты графического моделирования геометрических конструкций и их особенности учащиеся замечают только при решении задачных сериалов соответствующего содержания (примеры 1, 4, 5).

Литература

1. **Александров, А.Д. (2014).** Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учеб. для общеобраз. организ.: базовый и углубл. уровни /А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.
2. **Кузнецова, Е.П. (2022).** Понятие задачного сериала в обучении математике /Е.П. Кузнецова, А.И. Денисюк // Mathematical Education 10 Proceedings of international conference, Yerevan, 6–8 October, 2022. – Yerevan, 2022. – С. 59–61.
3. **Кузнецова, Е.П. (2022).** Задачные сериалы на пересечение многогранников плоскостью как средство развития мышления и пространственных представлений учащихся/Е.П. Кузнецова, А.И. Денисюк //International Scientific and Practical Conference. – Atyrau. 2022. – С. 55 –59.
4. **Латотин, Л.А. Геометрия. (2020).** Учебное пособие для 10 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен. (базовый и повышенный уровни) /Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский, И.В. Горбунова. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2020. – 200 с.
5. **Латотин, Л.А. Геометрия. (2020).** Учеб. пособ. для 11 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен. (базовый и повышенный уровни) /Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский, И.В. Горбунова, О.Е Цыбулько. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2020. – 232 с.
6. **Марчукова, О. Г. (2021).** Дидактическое обоснование содержательно-смыслового метода обучения /О. Г. Марчукова // Педагогика. – 2021 – №8 – С. 58 – 67.
7. **Пойа, Д. (1976).** Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание/ Д. Пойа. – М., 1976. – 448 с.
8. **Розанов, В. В. (1900).** Сумерки просвещения /В.В. Розанов. – М.: Педагогика, 1990. – 624 с.
9. **Советский энциклопедический словарь (1981).** / Научно-редакционный совет: А. М. Прохоров (пред.). – М.: Советская Энциклопедия, 1981. – 1600 с.
10. **Тухолко, Л.Л. (2019).** Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л.Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 246 с
11. **Шарыгин, И.Ф. (2013).** Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Базовый уровень. 10-11 классы : учебник /И.Ф. Шарыгин. – М.: Дрофа, 2013. – 236 с.

12. **Шлыков, В.В. (2013).** Геометрия, Учебное пособие для 10 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен./ В.В. Шлыков. – Минск: Народная асвета, 2013. – 160 с.
13. **Эрдниев, (1986).** П.М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: книга для учителя / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.

**ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՀԱՄԱԼԻՐՆԵՐԻ ԴԻԴԱԿՏԻԿԱԿԱՆ
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՆ ՕՐԻՆԱԿՆԵՐ
ՍՏԵՐԵՈՄԵՏԻԱՅՈՒՄ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼՈՒԹՅԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ
ՁԵՎԱՎՈՐԵԼԻՍ**

Կուզնեցովա Ելենա Պավլովնա, Դանիսյուկ Անաստասիա Իզորովնա

Անվտիպում: Հոդվածը բացահայտում է առաջադրանքների համալիրի բովանդակությունը, բացատրում է առաջադրանքների այս համալիրի նմանություններն ու տարբերությունները առանձին առաջադրանքների թեմատիկ ընտրությունից, տեսականորեն հիմնավորվում է համալիրի արդյունավետությունը որպես ընդլայնված առաջադրանքների ամբողջություն և նկարագրում է դրա դերը սովորողների մտածողության զարգացման գործում: Բնութագրված են ուսուցչի կողմից առաջադրանքների համալիրի մշակման դիդակտիկ նպատակներն ու մեթոդները, նկարագրված են դրանց առավելությունները մաթեմատիկայի դասավանդման մեջ, տրված են կոնկրետ համալիրի օրինակներ տարածաչափության դասավանդման գործընթացից՝ ուղղված գրաֆիկական մոդելավորման հմտությունների ձևավորմանը:

Ցույց է տրվում, որ պատշաճ բովանդակությամբ առաջադրանքների համալիրը կարող է դասակարգվել որպես մեթոդական միջոց, որն ուժեղացնում է եռաչափ օբյեկտների գրաֆիկական մոդելների ստեղծման, ուսուցման և հմտությունների ձևավորման գործընթացը: Առաջադրանքների համալիրի օգտագործումը օգնում է խուսափել մաթեմատիկայի դասավանդման մի շարք թերություններից. առաջադրանքների մի տեսակի գերակշռումը՝ ի վնաս մյուսների. էական առաջադրանքների տեսակների բացթողումներ. առաջադրանքների պատահական ընտրություն, ժամանակի վատնում դասարանում, դասի նյութերից սովորողների տպավորությունների շփոթություն և մասնատվածություն:

Բանալի բառեր՝ խնդիրների համալիր, դիդակտիկա, ստերեոմետրիա, գրաֆիկական մոդելավորում:

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧНЫХ СЕРИАЛОВ И ПРИМЕРЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТЕРЕОМЕТРИИ

Кузнецова Елена Павловна, Денисюк Анастасия Игоревна

Резюме: В статье раскрыто содержание понятия задачного сериала, разъясняются сходства и отличия этого комплекса задач от тематической подборки отдельных задач, дано теоретическое обоснование продуктивности сериала как укрупненного задачного образования, описана его роль в развитии мышления учащихся. Характеризуются дидактические цели и приёмы разработки учителем задачных сериалов, описаны их преимущества при обучении математике, приведены примеры конкретных задачных сериалов при обучении стереометрии, ориентированные на формирование навыков графического моделирования.

Показано, что задачные сериалы при надлежащем содержании могут быть отнесены к методическим средствам, интенсифицирующим процесс образования и закрепления соответствующих навыков по созданию графических моделей трехмерных объектов. Применение задачных сериалов помогает избежать ряда изъянов в обучении математике: перевеса задач одного из типов в ущерб другим; пропуска существенных типов задач; случайного подбора заданий; нерациональной траты времени на уроке; спутанности и разрозненности впечатлений учащихся от материалов урока.

Ключевые слова: задачные сериалы, дидактика, стереометрия, графическое моделирование.

DIDACTIC FEATURES OF TASK SERIES AND EXAMPLES OF THEIR USE TO FORM GRAPHIC MODELING SKILLS IN STEREOMETRY

Kuznetsova Elena Pavlovna, Denisyuk Anastasia Igorevna

Summary. The article continues disclosing the content of the concept of the task series, explains the similarities and differences between this complex of tasks and a thematic selection of individual tasks. The theoretical background of the series as an enlarged set of task education and its role in the development of students' thinking are described. The didactic goals and methods of developing task series by the teacher are characterized, their advantages in teaching mathematics are described, and examples of specific task series in teaching stereometry, focused on the formation of graphic modeling skills, are given.

Task series with the appropriate content can be referred to the methodological means, intensifying the process of education and consolidation of relevant skills to create graphical models

of three-dimensional objects. The use of task series helps to avoid a number of flaws in teaching mathematics: the overweighting of tasks of one type to the detriment of others; skipping essential types of tasks; random selection of tasks; irrational waste of lesson time; confusion and disconnectedness of students' impressions of the lesson materials.

Key words: task series, didactics, stereometry, graphic modeling .

Получено в редакцию - 22.03.2023

Рецензирована – 22. 08.2023

Отправлен на сайт – 28.08.2023

ЕЩЕ ОДИН СПОСОБ ВВЕДЕНИЯ В ПРОЦЕНТЫ

Золотухин Юрий Прокофьевич

Республика Беларусь



Золотухин Ю.П., к. ф.м. н., доцент

1. *Процентом от числа A называют сотую часть (долю) этого числа.*

Для обозначения процентов используют символ % и пишут $1\% (A) = \frac{A}{100}$ или более кратко – $1\% = \frac{A}{100}$. Соответственно, p процентов от числа A обозначают через $p\%(A)$. Далее, если не утверждается другого, считается, что числа, встречающиеся в данной статье, положительные.

Число А, принимаемое за 100 %, назовем *процентной базой* (кратко – *базой*). Всякое число, которое выражается в процентах от числа А, будем называть *объектом*. Аналогично вводятся понятия процента, процентной базы и объекта для положительных величин.

Например, один процент от числа 5 – число $\frac{1}{20}$ ($1\%(5) = \frac{1}{20}$), а один процент от величины 500 км есть величина 5 км ($1\% (500 \text{ км}) = 5 \text{ км}$). В первом случае база – число 5, объект – число $\frac{1}{20}$, а во втором случае база – величина 500 км, объект – величина 5 км.

Решение типовой задачи на проценты по излагаемой в данной статье методике предполагает выявление в ее сюжете процентной базы и объекта, а также составление на этой основе линейного уравнения относительно искомого числа (величины) или процентов от числа (величины). Назовем этот способ решения задачи на проценты *стандартным*. Заметим, чтобы выявить процентную базу достаточно ответить вопрос «Какое число в задаче принято или следует принять за 100%?», а, чтобы выявить объект – «Какое число выражено или следует выразить в процентах от процентной базы?». Аналогичные вопросы и ответы на них помогут решить типовую задачу на проценты от величин.

2. Рассмотрим, сначала, *основные задачи на проценты* для чисел.

Нахождение числа по его процентам

Задача 1. Найти число X, если p% от него равны числу А.

Решение. Определяем: база – искомое число X, объект – число А.

Составляем равенства:

$$X = 100\%,$$

$$A = p\%.$$

Перемножаем их «крест-накрест»: $X \cdot p = A \cdot 100$.

Находим:

$$X = \frac{A}{p} 100. \quad (1)$$

Комментарий к решению задачи 1. Более подробно: неизвестное число X решили измерить его же сотой долей – процентом от X: $X = 100\% (*)$, где $1\% = \frac{X}{100}$ (аналогия: 1 м = 100 см, где $1 \text{ см} = \frac{1 \text{ м}}{100}$). Согласно условию, число А равно p% от X, то есть его мера в процентах от X равна p: $A = p\% (**)$, где

$$1\% = \frac{X}{100}.$$

Перемножив верные равенства (*) и (**) «крест-накрест», получим верное равенство $X \cdot p\% = A \cdot 100\%$, левая и правая части которого записаны относительно одной и той же единицы измерения – %. Разделив обе его части на 1%, получили безразмерное линейное относительно X уравнение $X \cdot p = A \cdot 100$. И т.д.

Более глубокое обоснование манипуляций, использованных для решения данной задачи (в частности, перемножения «крест-накрест»), проведено в п. 6.

Назовем для краткости в рамках данной статьи указанный способ *стандартным*.

Пример 1. Найти число, 20% которого равно 7.

Решение. Определяем: процентная база – искомое число X, объект – число 7.

Составляем равенства:

$$X = 100\%,$$

$$7 = 20\%.$$

Перемножаем их «крест-накрест»: $X \cdot 20 = 7 \cdot 100$.

$$\text{Находим: } X = \frac{7}{20} \cdot 100 = 35.$$

Ответ: 35.

Нахождение процентов от данного числа

Задача 2. Найти число Y, составляющее p% от числа B.

В данном случае: база – число B, объект – неизвестное число Y. Задачу можно решить стандартным способом. Однако имеется более рациональное решение:

$$\text{Решение. } Y = p\%(B) = 1\%(B) \cdot p = \frac{B}{100} \cdot p.$$

Итак,

$$Y = \frac{B}{100} \cdot p. \quad (2.1)$$

Полученную формулу можно сформулировать в виде правила:

Правило 1. Чтобы найти проценты от числа, достаточно разделить это число на 100 (т.е. найти один процент от него), и полученный результат умножить на количество процентов.

Переписав формулу (2.1), в виде

$$Y = \frac{p}{100} B, \quad (2.2)$$

можно сформулировать еще одно правило:

Правило 2. Чтобы найти проценты от числа, достаточно разделить количество процентов на 100, и полученный результат умножить на это число.

Пример 2. Найти 40% от числа 5.

В данном случае: база – число 5, объект – неизвестное число У, составляющее 40% от числа 5. Пример можно решить стандартным способом. Однако более рациональное решение получаем по правилу 1:

$$\text{Решение (по правилу 1). } 40\%(5) = \frac{5}{100} 40 = 2.$$

Естественно, тот же результат найдем, применяя правило 2:

$$40\%(5) = 0,4 \cdot 5 = 2.$$

Ответ: 2.

Нахождение процентного отношения двух чисел

Задача 3. Сколько процентов р число С составляет от числа D? (Перефразировка задачи 3: найти процентное отношение чисел С и D.)

Решение. Определяем: база – число D, объект – число С.

Составляем равенства:

$$D = 100\%,$$

$$C = p\%.$$

Перемножаем их «крест-накрест»: $D \cdot p = 100 \cdot C$.

Находим:

$$p = \frac{C}{D} 100 (\%). \quad (3)$$

На основании полученной формулы можно сформулировать правило нахождения процентного отношения чисел:

Правило 3. Чтобы найти, сколько процентов первое число составляет от второго (то есть найти процентное отношение данных чисел), достаточно разделить первое число на второе (то есть найти их отношение), и полученный результат умножить на 100.

Пример 3. Найти, сколько процентов число 0,27 составляют от числа 0,03.

Здесь: база – число 0,27, объект – число 0,03. Пример можно решить стандартным способом. Однако более рациональное решение проводим по правилу 3:

$$\text{Решение (по правилу 3). } 1) \frac{4}{20} = \frac{1}{5}; 2) \frac{1}{5} \cdot 100 = 20 (\%).$$

Можно и более кратко: $\frac{4}{20} 100 = 20 (\%).$

Ответ: 20%.

3. Рассмотрим другие задачи на проценты для чисел.

Предварительно заметим, что авторы задач на проценты, действуя по «принципу умолчания», обычно не указывают явно, какое число следует считать процентной базой. Например, высказывание «А больше В на $p\%$ » следует понимать, как «А больше В на $p\%$ от В», считая, таким образом, что за 100% следует принимать В. Соответственно, высказывание «В меньше А на $q\%$ » следует понимать, как «В меньше А на $q\%$ от А» (процентная база – А) .

Нахождение процентного увеличения (уменьшения) числа

Задача 4. Определить на сколько процентов p число А больше числа В ($A > B > 0$).

Замечание. Задачу 4 можно перефразировать так: «Найти процентное увеличение переменной величины от значения В до значения А».

Решение. Определяем: база – число В, объект – число А – В.

Составляем равенства:

$$B = 100\%,$$

$$A - B = p\%.$$

Перемножаем их «крест-накрест»: $B \cdot p = (A - B) \cdot 100$.

Находим:

$$p = \frac{A - B}{B} 100 (\%). \quad (4)$$

Полученная формула позволяет сформулировать

Правило 4. Чтобы определить, на сколько процентов одно положительное число больше другого, достаточно найти процентное отношение разности большего и меньшего чисел к меньшему числу.

Пример 4. На сколько процентов число 10 больше числа 4?

Определяем: база – число 4, объект – число 6. Пример можно решить стандартным способом. Однако более рациональное решение проводим на основании правил 4 и 3:

$$\text{Решение (по правилам 4 и 3). } p = \frac{10 - 4}{4} 100 = 150 (\%).$$

Ответ: 150 %.

Задача 5. Определить на сколько процентов q число В меньше числа А ($A > B > 0$).

Замечание. Задачу 5 можно перефразировать так: «Найти процентное уменьшение переменной величины от значения А до значения В».

Решение. Определяем: база – число А, объект – число А – В. Решая задачу стандартным способом, найдем:

$$q = \frac{A - B}{A} \cdot 100 (\%). \quad (5)$$

Полученная формула позволяет сформулировать

Правило 5. Чтобы определить, на сколько процентов одно положительное число меньше другого, достаточно найти процентное отношение разности большего и меньшего чисел к большему числу.

Пример 5. На сколько процентов число 4 меньше числа 10?

Решение. Определяем: база – число 10, объект – число 6. Пример можно решить стандартным способом. Однако более рациональное решение основано на применении правила 5:

$$\frac{10 - 4}{10} \cdot 100 = 60 (\%).$$

Ответ: 60%.

Увеличение (уменьшение) числа на заданное количество процентов

Задача 6. Найти число X, большее числа А на р%.

Приведем три решения этой задачи.

Решение 1 (стандартным способом). Определяем: база – число А, объект – число X, составляющее 100 + р процентов от числа А.

Составляем равенства:

$$A = 100\%,$$

$$X = (100 + p)\%.$$

Перемножаем их «крест-накрест»: $100 X = A \cdot (100 + p)$.

Находим: $X = A \frac{100 + p}{100}$. Итак, увеличить число А на р процентов можно по формуле

$$X = A \left(1 + \frac{p}{100}\right). \quad (6)$$

$$\text{Решение 2 (по правилу 1). } X = \frac{A}{100} (100 + p) = A \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

$$\text{Вариант: } X = A + p \% (A) = A + \frac{A}{100} p = A \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

$$\text{Решение 3 (по правилу 2). } X = \frac{100 + p}{100} A = A \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

$$\text{Вариант: } X = A + p \% (A) = A + \frac{p}{100} A = A \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Очевидно, решения 2 и 3 являются более рациональными, чем стандартное решение 1.

Полученная в результате решения задачи 6 формула дает основание сформулировать правило:

Правило 6. Чтобы увеличить число на $p\%$, достаточно умножить его на $1 + \frac{p}{100}$.

Пример 6. Найти число, большее числа $\sqrt{5}$ на 2500%.

Решение (по правилу 6). $\sqrt{5} (1 + \frac{2500}{100}) = 26 \sqrt{5}$.

Ответ: $26 \sqrt{5}$.

Задача 7. Найти число Y , меньшее числа A на $p\%$ ($0 < p < 100$).

Здесь: база – число A , объект – число Y , составляющее $100 - p$ процентов от числа A . Задачу можно решить стандартным способом. Решим ее более рационально.

Решение (по правилу 2). $Y = A - p\%(A) = A - \frac{p}{100} A$. Итак, уменьшить число A на p процентов можно по формуле

$$Y = A (1 - \frac{p}{100}). \quad (7)$$

Полученная формула дает основание сформулировать правило:

Правило 7. Чтобы уменьшить число на $p\%$, достаточно умножить его на $1 - \frac{p}{100}$.

Решение (по правилу 7). $0,7(1 - \frac{0,7}{100}) = 0,7 \cdot 0,993 = 0,6951$.

Ответ: 0,6951.

Замечание. Следует различать проценты и процентные пункты. *Процентный пункт* – это показатель, применяемый для сравнения значений переменных величин, выраженных в процентах. Более точно, если значение величины, выраженной в процентах, повысилось с $p\%$ до $q\%$, то говорят, что ее повышение произошло на $q - p$ процентных пунктов. Соответственно, если значение величины, выраженной в процентах, снизилось с $p\%$ до $q\%$, то говорят, что ее снижение произошло на $p - q$ процентных пунктов

Например, если банк увеличил процент по вкладам с 9% на 10 процентных пунктов, то он станет равным 19%. В то же время, если банк увеличил процент по вкладам с 9% на 10 процентов, то он станет равным $9\% + \frac{9\%}{100} \cdot 10$, то есть, 9,9%.

Итак, правильно говорить: « $p\%$ меньше $q\%$ на $q - p$ *процентных пунктов*», а « $p\%$ меньше $q\%$ на $\frac{q-p}{q} \cdot 100$ процентов» и, соответственно, « $p\%$ больше $q\%$ на $p - q$ *процентных пунктов*», а « $p\%$ больше $q\%$ на $\frac{p-q}{q} \cdot 100$ процентов».

Внимательно читайте финансовые документы!

4. Рассмотрим две простейшие задачи на сложные проценты для чисел (последние известны также, как проценты от процентов).

Задачи на сложные проценты

Предположим, что некоторая переменная величина, принимающая положительные значения, увеличивается (уменьшается) n раз, причем каждый раз на одно и то же количество процентов по сравнению с предшествующим значением. Тогда можно сказать, что имеет место n -кратное процентное увеличение (уменьшение) переменной величины на указанное количество процентов. Говорят, также, что она изменяется по правилу сложных процентов или процентов от процентов.

Заметим, что однократное процентное увеличение и уменьшение переменных величин на заданные количества процентов были рассмотрены в предыдущем пункте (см. задачи 6 и 7).

Задача 8. Положительное число A n раз увеличили на $p\%$ по сравнению с предыдущим значением. Какое число получили?

Решение (по правилу 6). Поскольку первоначальное значение рассматриваемой в задаче переменной величины было равно числу A , и она n раз увеличивается на $p\%$ по сравнению с предыдущим своим значением, то, согласно правилу 6, ее итоговое значение X получится n -кратным умножением числа A на число $1 + \frac{p}{100}$:

$$X = A\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n. \quad (8)$$

Пример 8. Число 64 000 трижды увеличили всякий раз на 25% по сравнению с предшествующим значением. Какое число X в итоге получили?

Решение. Здесь: $A = 64\,000$, $p = 25$, $n = 3$. Применяя полученную формулу, находим:

$$X = 64\,000 \left(1 + \frac{25}{100}\right)^3 = 64\,000 \left(\frac{5}{4}\right)^3 = 64\,000 \frac{125}{64} = 125\,000.$$

Ответ: 125 000.

Задача 9. Положительное число A n раз уменьшили на $p\%$ ($0 < p < 100$) по сравнению с предыдущим значением. Какое число Y получили?

Решение (по правилу 7). Поскольку первоначальное значение рассматриваемой в задаче переменной величины было равно числу A , и она n раз уменьшается на $p\%$ по сравнению с предыдущим своим значением, то, согласно правилу 7, ее итоговое значение Y получится n -кратным умножением числа A на число $1 - \frac{p}{100}$:

$$Y = A\left(1 - \frac{p}{100}\right)^n. \quad (9)$$

Пример 9. Число 64 000 трижды уменьшили всякий раз на 25% по сравнению с предыдущим значением. Какое число У в итоге получили?

Решение. Здесь: $A = 64\,000$, $p = 25$, $n = 3$. Применяя полученную формулу, находим:

$$Y = 64\,000 \left(1 - \frac{25}{100}\right)^3 = 64\,000 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 64\,000 \frac{27}{64} = 27\,000.$$

Ответ: 27 000.

Замечание. Возможны и более сложные случаи. Пусть, например, величину А в первый раз увеличили на $p\%$, во второй – уменьшили на $q\%$

($q < 100$), а в третий – увеличили на $r\%$, тогда в итоге она, очевидно, примет значение

$$X = A \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{q}{100}\right) \left(1 + \frac{r}{100}\right). \quad (10)$$

Равенства (8) – (10) называют *формулами сложных процентов*.

5. Сведем все рассмотренные в данной статье задачи в таблицу:

<i>№№</i>	<i>Названия задач</i>	<i>Формулировки задач</i>	<i>Базы, объекты</i>	<i>Формулы решений</i>
ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ				
1	Нахождение числа по его процентам	Задача 1. Найти число Х, если $p\%$ от него равны числу А	Х, А	$X = \frac{A}{p} 100$
2	Нахождение процентов от данного числа	Задача 2. Найти число У, составляющее $p\%$ от числа В	В, У	$Y = \frac{B}{100} \cdot p,$ $Y = \frac{p}{100} B$
3	Нахождение процентного отношения двух чисел	Задача 3. Сколько процентов p число С составляет от числа D?	D, C	$p = \frac{C}{D} 100$
ДРУГИЕ ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ				

4	Нахождение процентного увеличения числа	Задача 4. Определить на сколько процентов р число А больше числа В	В, А – В	$p = \frac{A-B}{B} 100$
5	Нахождение процентного уменьшения числа	Задача 5. Определить на сколько процентов q число В меньше числа А	А, А – В	$q = \frac{A-B}{A} \cdot 100$
6	Увеличение числа на заданное количество процентов	Задача 6. Найти число Х, большее числа А на р%	А, Х	$X = A (1 + \frac{p}{100})$,
7	Уменьшение числа на заданное количество процентов	Задача 7. Найти число У, меньшее числа А на р%	А, У	$Y = A (1 - \frac{p}{100})$

ЗАДАЧИ НА СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

8	Нахождение числа, полученного п-кратным увеличением данного числа на одно и то же количество процентов по сравнению с предшествующим значением	Задача 8. Число А п раз увеличили на р% по сравнению с предыдущим значением. Какое число Х получили?		$X = A(1 + \frac{p}{100})^n$
9	Нахождение числа, полученного п-кратным уменьшением данного числа на одно и то же количество процентов по сравнению с	Задача 9. Число А п раз уменьшили на р% ($0 < p < 100$) по сравнению с предыдущим значением. Какое число У получили?		$Y = A(1 - \frac{p}{100})^n$

	<i>предшествующим значением</i>			
--	-------------------------------------	--	--	--

Замечание. Все рассмотренные задачи 1 – 9 сформулированы для чисел. Соответствующие задачи для величин формулируются и решаются аналогично, с той лишь разницей, что используются *именованные числа* этих величин. При этом в задачах, в которых величины складываются или вычитаются, предполагается, что они *однородные* (то есть характеризуют одно и то же свойство реальных объектов или явлений) и выражены в одинаковых *единицах измерения*.

6. В заключение сделаем комментарии методологического характера.

Комментарий 1. Значительную трудность для начинающих представляет тот факт, что термин «процент» используется по крайней мере в двух контекстах, причем чаще всего не уточняется какой из них имеется в виду в конкретной ситуации.

Во-первых, *процентом* называют дробь $\frac{1}{100}$ ($1\% = \frac{1}{100}$). Соответственно, для любого положительного числа p *p процентов* есть дробь $\frac{p}{100}$ ($p\% = \frac{p}{100}$). Отметим, что рассмотренная трактовка предполагает, что процентная база зафиксирована – число 1.

Во-вторых, определяется *процент от* положительного числа (величины), как сотая часть этого числа (величины). В этом случае указанное число (величина) есть процентная база. В данной статье мы придерживаемся именно этой трактовки термина «процент».

В этом случае $p\%$ от числа (величины) A ($p\%(A)$) можно найти по формуле

$$p\%(A) = 1\%(A) \cdot p = \frac{A}{100} \cdot p.$$

Полученную формулу можно переписать в виде $p\%(A) = \frac{p}{100} \cdot A$ или, что тоже самое, в виде

$$\underline{p\%(A)} = \underline{p\%} \cdot A.$$

Она связывает две рассмотренные трактовки процентов. В частности, при $A = 1$ получаем

$$p\%(1) = p\%.$$

Таким образом, можно сказать, что вторая трактовка обобщает первую. В отличие от действующего белорусского учебника алгебры [1] именно она положена в основу изложенной

здесь методики введения в проценты. На наш взгляд, отказ от трактовки процента как числа 0,01, позволяет сделать изложение более корректным.

Комментарий 2. Заметим, что в белорусских учебниках математики проценты вводятся как дроби, а в российских и украинских, как правило, – как сотые части чисел (величин).

Сразу бросается в глаза, что в первом случае объем понятия *процент* чрезвычайно узок (состоит из одного числа), в связи с чем его нельзя считать содержательным математическим понятием, а следует признать лишь техническим обозначением числа $\frac{1}{100}$. Напротив, понятие *процент от числа А* достаточно содержательно. Оно имеет четко выраженный функциональный смысл – его определение, по сути дела вводит в рассмотрение линейную функцию – прямую пропорциональность $\%(A) = \frac{A}{100}$, заданную на множестве положительных чисел. При этом *процент* является всего лишь одним из континуума значений этой функции: $\% = \%(1)$. Итак, основными в школьной математике являются две трактовки понятия «процент» – *процент (как дробь $\frac{1}{100}$)* и *процент от числа*. Уже в связи с большей общностью вторую из них следует признать предпочтительной.

В ее пользу говорят также естественность и практичность. Дело в том, что решение даже простейших школьных задач с опорой на процент как дробь 0,01 превращается в странное действие, ставящее школьников в весьма затруднительное положение. Ведь исходя из своего практического опыта, ученики знают, что по своей сути «процент» – понятие относительное, и для разных чисел может принимать разные значения. А в учебнике утверждается, что процент это однозначно число $\frac{1}{100}$!

Анализ курсов математики, в которых принято, что $\% = \frac{1}{100}$, показывает, что, переходя к решению более или менее сложных задач, их авторы все же вынуждены обращаться к содержательному понятию *процент от числа*. Происходит это, как правило, таким образом: несколькими страницами позже записывают нечто вроде следующего – «Для решения задач на проценты нужно понимать, что 1 % – это сотая часть числа (подчеркнуто нами), а несколько процентов – несколько сотых частей числа».

Очевидно, при этом происходит подмена понятий – то что раньше называли сотой частью единицы теперь без всяких оснований называют сотой частью числа. Другими словами, начинают неявно использоваться одновременно две трактовки процентов, указанные выше. Естественно, возникает терминологическая путаница, превращающая изложение в некорректное. Решение самых простых задач превращается в проблему.

Комментарий 3. Выбирая в качестве процентных баз различные положительные числа, проценты можно трактовать, как различные единицы измерения положительных чисел, а, соответственно, *положительные числа – как величины, которые можно измерять процентами.*

Примем, например, число 5 за 1%. Тогда, скажем, $1,5 = \frac{1,5}{5} \cdot 5 = 0,3 \cdot 1\% = 0,3\%$.

Другими словами, если числа измерять пятерками, то число 1,5 равно 0,3 пятерки. Обратно, если $0,3\% = 1,5$, то $1\% = \frac{1,5}{0,3} = 5$. Соответственно, $100\% = 500$ (сто пятерок). Можно также сказать, что в данном случае процентная база равна 500.

Если же мы примем, что $1\% = 3$, то $1,5 = 0,5\%$ (процентная база – 300). Если считать, что

$1\% = 1$, то $1,5 = 1,5\%$ (процентная база – 100). Если же $1\% = 0,01$, то $1,5 = \frac{1,5}{0,01} \cdot 0,01 = 150 \cdot 1\% = 150\%$ (процентная база – 1).

Можно даже утверждать, что, любое положительное число равно любому наперед заданному положительному числу процентов. Более точно: если мы хотим считать, что $A = B\%$ ($A > 0, B > 0$), то за 1% следует принять число $\frac{A}{B}$ ($\frac{A}{B} = 1\%$). В самом деле, тогда $A = B \cdot \frac{A}{B} = B\%$ (процентная база – $\frac{A}{B} \cdot 100$)!

В этом случае всякое положительное число C составит $\frac{B}{A} \cdot C\%$.

С функциональной точки зрения это выглядит так: введена линейная функция $f(x) = \frac{p}{100} \cdot x$, $x \in (0; +\infty)$ с параметром p , $p \in (0; +\infty)$ (ее можно было бы назвать *процентной*), которая каждому положительному числу x ставит в соответствие p процентов от него (x – процентная база, $f(x)$ – объект). Любое положительное число A , очевидно, является значением этой функции при любом наперед заданным положительном значении B параметра p ($p = B$) при $x = \frac{A}{B} \cdot 100$.

Покажем, как измерение положительных чисел процентами может быть использовано для решения задач. Пусть, например, верны равенства $A = p\%(X)$ и $B = q\%(X)$ (кратко: $A = p\%$ и

$B = q\%$, $\% = \%(X)$ – единица измерения, X – произвольно выбранная процентная база). Перемножая их «крест-накрест», получим верное равенство $A q\% = B p\%$. Деля обе его части на $1\%(X)$, получим числовое равенство $A q = B p$. Из него вытекают четыре формулы ($A = B \frac{p}{q}$,

$B = A \frac{q}{p}$, $p = q \frac{A}{B}$, $q = p \frac{B}{A}$), по каждой из которых можно решить соответствующую задачу на проценты. В частности, если,

$p = 100$ (число A принято за 100 процентов), то получаем формулы $A = B \frac{100}{q}$, $B = A \frac{q}{100}$, $q = 100 \frac{B}{A}$, по которым решаются три основные задачи на проценты – нахождения числа по его процентам, нахождения процентов от данного числа и нахождения процентного отношения чисел соответственно.

Заметим, что перемножая равенства $A = p\%$ и $B = q\%$ не «крест накрест», а почленно, также получим верное равенство ($AB = p\% q\%$), которое однако неудобно с технической точки зрения. Именно поэтому умножение следует проводить «крест-накрест».

К слову, равенство $A q = B p$, можно переписать в виде пропорции $\frac{A}{B} = \frac{p}{q}$. Отметим, что именно пропорции чаще всего привлекаются к решению задач на проценты. Обычно они мотивируются следующим образом: «Очевидно, числа, выраженные процентами от одного и того же числа, прямо пропорциональны количествам их процентов».

Собственно, использование пропорций – хороший способ решения задач на проценты. Его слабое место, на наш взгляд, в том, что равенства, из которых вытекает пропорция, используются неявно («держатся в секрете»). Вместо них часто используются суррогатные записи типа $X - 100\%$, $C - r\%$, смысл которых не всегда понятен школьникам.

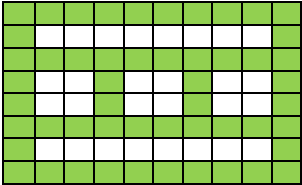
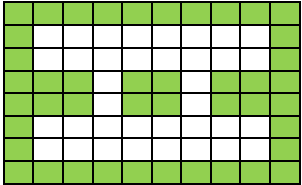
Практикум (базовый уровень)

Возможна следующая схема проведения практикума: в аудитории (под руководством преподавателя) выполняются задания с нечетными номерами, дома (самостоятельно) – задания с четными номерами. Полезно хотя бы в некоторых случаях решать задачи двумя способами – стандартным и привлекая соответствующее правило из правил 1 – 7. После выполнения всех заданий для домашней работы рекомендуется проверить правильность полученных ответов и провести работу по исправлению ошибок.

Таблица заданий

№№	Задания для аудиторной работы	№№	Задания для домашней работы

1	Найти число, если 130% от него составляет 169	2	Найти объем цистерны, если 0,3% от него составляет 3 л
3	Найти 33% от 300	4	Найти 40% от 60 м
5	Сколько процентов число $\frac{1}{3}$ составляет от числа 4?	6	Сколько процентов от 11 карандашей составляют 44 карандаша?
7	На сколько процентов 0,4 больше 0,1?	8	На сколько процентов масса Мани (60 кг) меньше массы Вани (75 кг)?
9	Найти число, большее числа 100 на 3%	10	Найти скорость велосипедиста, если она на 75% меньше скорости мотоциклиста, равной $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
11	Какой стала цена картины после трехкратного ее повышения на 10%, если первоначальная цена была 1 миллион долларов?	12	Какой стала цена гоночного автомобиля после трехкратного ее понижения на 10%, если первоначальная цена была 1 миллион долларов?
13	Посудомойка вымыла 40 стаканов, что составляет 16% от всех, имевшихся в столовой. Сколько стаканов было в столовой?	14	Каков размер скачиваемого файла, если загруженные 40% от него равны 64 мегабайтам?
15	В коробке – 30 шоколадных конфет, из которых 10% – со сливочной начинкой. Сколько конфет со сливочной начинкой было в коробке?	16	За день молочный завод изготовил 500 кг творога, из которых 70-ти процентам был присвоен высший сорт. Сколько кг творога высшего сорта было изготовлено за день?
17	Из 32 тестовых заданий 20 абитуриент выполнил правильно. Сколько процентов тестовых заданий он выполнил правильно?	18	По итогам сессии в группе из 25 человек трое оказались отличниками. Сколько процентов от всех студентов группы составили отличники?
19	На сколько процентов один бит меньше одного байта? <i>Справка: 1 байт = 8 битов.)</i>	20	На сколько процентов рост Иванова (180 см) больше роста Петрова (160 см)?

21	Найти число А, если число 32 на 60% больше него.	22	Купили 9 кг яблок по цене 3 рубля за килограмм. Сколько килограммов яблок можно купить на те же деньги после снижения цены на 10%?
23	Цену квартиры сначала повысили на 10%, а затем снова снизили на 10%. На сколько процентов снизилась первоначальная цена?	24	Цену квартиры сначала снизили на 10%, а затем снова повысили на 10%. На сколько процентов снизилась первоначальная цена?
25	На сколько процентов площадь закрашенной части прямоугольника больше площади не закрашенной части? 	26	На сколько процентов площадь не закрашенной части прямоугольника меньше его площади? 
27	Ваня старше Мани на 50%. На сколько процентов Маня младше Вани?	28	Скорость велосипедиста на 75% меньше скорости мотоциклиста. На сколько процентов скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста?
29	Отрезали $\frac{4}{5}$ части треугольника. Сколько процентов от его площади это составляет?	30	Определите процент жирности молока, если в 20 кг его содержится 640 г жиров
31	На сколько процентов увеличится произведение двух положительных чисел, если одно из них увеличить на 10%, а второе – на 60%?	32	На сколько процентов уменьшится обыкновенная дробь, если ее числитель уменьшить на 70%, а знаменатель увеличить на 20%?

33	В коробке лежат белые и черные шары. Известно, что количество белых шаров составляет 12% от количества черных. Найти процентное отношение количеств белых шаров и всех шаров в коробке	34	На плантации растут голубика и ежевика, причем что количество кустов голубики составляет 88% от количества кустов ежевики. Найти процентное отношение количеств кустов голубики и всех кустов на плантации
35	Известно, что число X больше числа Y на 75%, а сумма этих чисел равна 550. Найти число Y	36	Одно число меньше другого на 125, что составляет 25% большего числа. Найти меньшее число
37	Кусок сплава железа и меди массой в 72 кг содержит 45% железа. Какую массу железа нужно добавить к нему, чтобы получить новый сплав, содержащий 60% железа?	38	В двух бочках содержится 140 л керосина. Если из первой бочки перелить во вторую 30% керосина, то керосина в бочках станет поровну. Сколько литров керосина было в каждой бочке?
39	На овощной базе было 200 кг огурцов. Анализ показал, что в них 46% воды. Через некоторое время часть воды испарилась, и её процентное содержание в огурцах упало до 40%. Сколько теперь весят огурцы?	40	Свежие шампиньоны содержат 90% воды, а сухие – 12% воды. Сколько сухих шампиньонов получится из 44 кг свежих?

Таблица ответов

№№	Ответы к заданиям для аудиторной работы	№№	Ответы к заданиям для домашней работы
1	130	2	1000 л
3	99	4	24 м
5	$8\frac{1}{3}\%$	6	400%

7	300%	8	20%
9	103	10	$15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
11	1 331 000 долларов	12	729 000 долларов
13	250 стаканов	14	160 Мб
15	3 конфеты	16	350 кг
17	62,5%	18	12%
19	87,5%	20	12,5%
21	80%	22	10 кг
23	1%	24	1%
25	$85\frac{5}{7}\%$	26	55%
27	33,(3)%	28	300%
29	40%	30	3,2%
31	76%	32	75%
33	$10\frac{5}{7}\%$	34	$46\frac{38}{47}\%$
35	200	36	37
37	27 кг	38	100 л, 40 л
39	180 кг	40	5 кг

Дополнительные упражнения

- Известно, что, если $A:B = k$. Сколько процентов составляет А от В и В от А?
- Известно, что число А составляет $p\%$ от некоторого числа. Сколько процентов составляет число $\frac{1}{A}$ от того же числа?
- Известно, что число А составляет $p\%$ от некоторого числа, а число В – $q\%$ от того же числа. Найти $\frac{A}{B} - \frac{p}{q}$.
- Известно, что число А составляет $p\%$ от числа В, а число В – $q\%$ от некоторого числа. Сколько процентов составляет число А от того же числа?
- Известно, что число А составляет $p\%$ от некоторого числа, а число В – $q\%$ от него же. Сколько процентов от того же числа составляют числа: $A + B$; $A \cdot B$; $\frac{A}{B}$; $\frac{B}{A}$?

Ответы: 1) $100k\%$ и $\frac{100}{k}\%$. 2) $\frac{p}{A^2}\%$. 3) 0. 4) $\frac{pq}{100}\%$. 5) $(p + q)\%$; $Aq\%$ или, что то же самое, $Bp\%$; $\frac{p^2}{Aq}\%$ или, что то же самое, $\frac{p}{B}\%$; $\frac{q}{A}\%$ или, что то же самое, $\frac{q^2}{Bp}\%$.

Литература

1. **Герасимов, В.Д. (2018).** Математика: учеб. пособие для 6-го кл. учрежд. общ. сред. образования с рус. яз. обучения /В.Д. Герасимов, О.Н. Пирютко. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2018. – 320 с. : ил.

ՏՈԿՈՍՆԵՐԻ ՆԵՐՍՈՒԾՄԱՆ ԵՎՍ ՄԵԿ ԵՂԱՆԱԿ

Զոլոտուխին Յուրի Պրոկոֆևիչ

Ամփոփում: Նշված եղանակը հիմնված է դրական թվերի՝ որպես մեծությունների, մեկնաբանման վրա, որոնց չափման միավորները տոկոսներն են: Ներդրվում են նաև «տոկոսային հիմք» և «օբյեկտ» տեխնիկական եզրույթները, որոնք թույլ են տալիս ավելի հստակ մոդելավորել տոկոսների վերաբերյալ խնդիրները, խնայել ժամանակը և համառոտագրել դրանց լուծման գործընթացում: Շարադրանքն ուղեկցվում է ուսուցիչների համար նախատեսված մեթոդաբանական բնույթի մեկնաբանություններով: Արդյունքում առաջարկվում է լսարանային սեմինար հիմնական մակարդակի համար «Տոկոսներ» թեմայով: Նյութը կարելի է օգտագործել նախապատրաստական դասընթացների և անհատական պարապմունքների համար, այն թույլ է տալիս կարճ ժամանակում կազմակերպել կրկնություն նշված թեմայի շուրջ: Փորձարկվել է Գրոդնոյի պետական համալսարանի նախապատրաստական դասընթացների դասավանդման գործընթացում:

Բանալի բառեր: Տոկոս, տոկոսային հիմք, օբյեկտ, տոկոսային կետ, տոկոսային հարաբերություններ, տոկոսային աճ, տոկոսային նվազում, բարդ տոկոսներ:

ONE MORE WAY OF INTRODUCTION TO PERCENTAGES

Zolotukhin Yuri Prokofievich

Summary. The method indicated in the name is based on the interpretation of positive numbers as quantities, the units of which are percentages. The technical terms "percentage base" and "object" are also introduced, allowing you to more clearly model tasks for percentages, save time and make brief notes in the process of solving them. The presentation is accompanied by methodological comments intended for teachers. It concludes with a basic classroom workshop on interest. The material is ready for use in the educational process of preparatory courses and individual rehearsal sessions, allowing

you to organize a repetition on a specified topic in a short time. Tested in the process of teaching at the preparatory courses of the Grodno State University.

Keywords. Percentage, percentage base, object, percentage point, percentage ratio, percentage increase, percentage decrease, compound percentages.

ЕЩЕ ОДИН СПОСОБ ВВЕДЕНИЯ В ПРОЦЕНТЫ

Золотухин Юрий Прокофьевич

Резюме. Указанный в названии способ основывается на интерпретации положительных чисел как величин, единицами измерения которых выступают проценты. Вводятся также технические термины «процентная база» и «объект», позволяющие более четко моделировать задачи на проценты, экономить время и выполнять краткие записи в процессе их решения. Изложение сопровождается комментариями методологического характера, предназначенными для учителей. В завершение предлагается аудиторный практикум базового уровня по теме «Проценты». Материал готов для использования в учебном процессе подготовительных курсов и индивидуальных репетиционных занятий, позволяют организовать повторение по указанной теме за короткое время. Апробирован в процессе преподавания на подготовительных курсах Гродненского государственного университета.

Ключевые слова. Процент, процентная база, объект, процентный пункт, процентное отношение, процентное увеличение, процентное уменьшение, сложные проценты.

*Получено в редакцию - 22.03.2023
Рецензирована – 22. 08.2023
Отправлен на сайт – 28.08.2023*

ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐՆԵՐ
ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ
PROBLEMS OF TRAINING

ԹՎԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ
ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹՅՈՒՄ

ORCID: 0009-0003-3034-4613

Աբրահամյան Լիանա Ռուդիկի

ԱՐՊՀ



Աբրահամյան Լ. Ռ., ֆ.մ.գ. թ., դոցենտ

24 տարեկանում գերմանացի մաթեմատիկոս, աստղագետ և ֆիզիկոս Կառլ Ֆրիդրիխ Գաուսը (ապրիլի 30, 1777 – փետրվարի 23, 1855) հրատարակեց հանրահայտ «Թվաբանական հետազոտություններ» աշխատությունը, որտեղ նա ներկայացրեց համեմատությունների տեսությունը: Հենց «Թվաբանական հետազոտություններում» առաջին անգամ կիրառվեց համեմատությունների ժամանակակից լեզուն՝ հնարավորություն տալով թվերի բաժանելիության հետ աշխատել այնպես, ինչպես

հավասարությունների հետ: Ամբողջ թվերի բաժանելիության մասին փաստերի զբանցման մինչգաուսյան բոլոր եղանակները դժվար ընթեռնելի էին և, հետևաբար, անհարմար: Ներկա հոդվածում դիտարկված են ամբողջ թվերի բաժանման վերաբերյալ դպրոցական այնպիսի խնդիրների լուծումներ, որոնցում օգտագործվում են (համեմատությունների) բաղդատումների տեսությունը, մնացորդների դիտարկումը և էյլերի թեորեմը:

1. Բաժանման վերաբերյալ խնդիրների լուծումը բաղդատումների տեսության մեթոդներով:

Կասենք, որ a և b ամբողջ թվերը բաղդատելի են ըստ m մոդուլի ու կգրառենք՝

$$a \equiv b \pmod{m},$$

եթե a -ն և b -ն m -ի բաժանելիս տալիս են նույն մնացորդը, կամ որ նույնն է, $a - b$ տարբերությունը բաժանվում է m -ի առանց մնացորդի: Եթե (a, b) ն չի բաժանվում m -ի, ապա կասենք, որ a ու b ամբողջ թվերը բաղդատելի չեն ըստ m մոդուլի և կգրենք $a \not\equiv b \pmod{m}$: Այս $\equiv$ հարաբերությունը կոչվում է բաղդատման հարաբերություն, որը օժտված է ստորև բերված հատկություններով [1]:

Հատկություն 1: Որպեսզի a և b ամբողջ թվերը լինեն բաղդատելի ըստ մոդուլ m -ի անհրաժեշտ է և բավարար, որ $a = mq + r$, $b = mq_1 + r$, $0 \leq r < m$:

Հատկություն 2: $a \equiv a \pmod{m}$, $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$,

$$a \equiv b \pmod{m}, b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow a \equiv c \pmod{m}:$$

Այլ կերպ ասաց, բաղդատման հարաբերությունը համարժեքության հարաբերություն է՝ որոշված Z բազմության վրա:

Հատկություն 3: Եթե $a_1 \equiv b_1 \pmod{m}$ և $a_2 \equiv b_2 \pmod{m}$, ապա $a_1 \pm a_2 \equiv b_1 \pm b_2 \pmod{m}$ և $a_1 a_2 \equiv b_1 b_2 \pmod{m}$:

Հետևություն: Բաղդատման երկու կողմերին կարելի է ավելացնել միևնույն ամբողջ թիվը՝ առանց փոխելու բաղդատման մոդուլը: Բաղդատման երկու կողմերը կարելի է բազմապատկել միևնույն ամբողջ թվով՝ առանց փոխելու բաղդատման մոդուլը: Բաղդատման երկու կողմերը կարելի է բարձրացնել միևնույն բնական ցուցիչով աստիճան՝ առանց փոխելու բաղդատման մոդուլը: Բաղդատման որևէ կողմում եղած գումարելին

կարելի է տեղափոխել բաղդատման մյուս կողմ՝ փոխելով գումարելու նշանը և չփոխելով բաղդատման մոդուլը:

Դիտարկենք բաժանման վերաբերյալ խնդիրների լուծումը բաղդատումների տեսության մեթոդներով:

Խնդիր 1 [2]: Ապացուցեք, որ ցանկացած n բնական թվի համար $2^{n+2} + 2^{n+1} + 2^n$ բաժանվում է 14-ի:

Լուծում: Ապացուցումը հետևում է հետևյալ ձևափոխությունից՝

$$2^{n+2} + 2^{n+1} + 2^n = 2^{n-1}(2^3 + 2^2 + 2) = 14 \cdot 2^{n-1} \equiv 0 \cdot 2^{n-1} = 0 \pmod{14}$$

Խնդիր 2: Ապացուցեք, որ ցանկացած n բնական թվի համար $7^{2n} - 4^{2n}$ բաժանվում է 33-ի:

Լուծում: Ապացուցումը հետևում է հետևյալ դատողություններից՝

$$\begin{aligned} 7^{2n} &\equiv 7^{2n} \pmod{33}, \\ -4^2 &\equiv -7^2 \pmod{33}, \\ -4^{2n} &\equiv -7^{2n} \pmod{33}: \end{aligned}$$

Այսպիսով՝ $7^{2n} - 4^{2n} \equiv 7^{2n} - 7^{2n} = 0 \pmod{33}$:

Խնդիր 3: Ապացուցեք, որ ցանկացած n բնական թվի համար $3^{n+2} + 4^{2n+1}$ թիվը բաժանվում է 13-ի:

Լուծում: Հաշվի առնելով, որ $9 \equiv -4 \pmod{13}$, $16 \equiv 3 \pmod{13}$ և գումարելով հետևյալ բաղդատումները՝

$$\begin{aligned} 3^{n+2} &\equiv 3^n \cdot 3^2 \equiv 9 \cdot 3^n \equiv -4 \cdot 3^n \pmod{13} \\ 4^{2n+1} &\equiv 4 \cdot 4^{2n} \equiv 4 \cdot 16^n \equiv 4 \cdot 3^n \pmod{13} \end{aligned}$$

կստանանք՝

$$3^{n+2} + 4^{2n+1} \equiv 0 \pmod{13}:$$

2. Բաժանման վերաբերյալ խնդիրների լուծումը մնացորդների (Rest) դիտարկման մեթոդով:

Կասենք, որ a ամբողջ թիվը բաժանվում է b ամբողջ թվի վրա և կգրենք a/b կամ $b \setminus a$, եթե գոյություն ունի այնպիսի c ամբողջ թիվ, որ $a = b \cdot c$ (այս դեպքում ասում են նաև,

որ a -ն առանց մնացորդի է բաժանվում b -ի վրա): a -ն կոչվում է բաժանելի կամ b -ի պատիկ (երբեմն նաև բազմապատիկ), b -ն՝ a -ի բաժանարար, իսկ c -ն քանորդ (եթե $b \neq 0$): Հակառակ դեպքում գրվում է՝ a/b կամ b/a և կարդացվում է՝ a -ն չի բաժանվում b -ի վրա [3-7]:

Թեորեմ. (Էվկլիդես)[1]: Ցանկացած a և $b \neq 0$ ամբողջ թվերի համար գոյություն ունեն միարժեքորեն որոշվող այնպիսի q և r ամբողջ թվեր, որ

$$a = bq + r \text{ և } 0 \leq r < |b|:$$

Նշանակենք $\text{Rest}(a, b) = r$ (Rest անգլ. մնացորդ) և փաստենք, հետևյալ արդյունքը՝ տրված b բնական թվի վրա մի քանի $a_1 \cdots a_n$ ամբողջ թվերի գումարի կամ արտադրյալի (ինչպես նաև a ամբողջ թվի a^k բնական աստիճանի) բաժանման մնացորդը գտնելու համար բավական է գործել b բնական թվի վրա բաժանումից ստացվող հայտնի $\text{Rest}(a_i, b)$, $i = 1, 2, \dots, n$ մնացորդների հետ: Այսինքն՝ գումարի մնացորդը հավասար է մնացորդների գումարի մնացորդին, արտադրյալի մնացորդը՝ մնացորդների արտադրյալի մնացորդին, աստիճանի մնացորդը աստիճանի մնացորդի մնացորդին՝

$$\text{Rest}(a_1 + \dots + a_n, b) = \text{Rest}(\text{Rest}(a_1, b) + \dots + \text{Rest}(a_n, b));$$

$$\text{Rest}(a_1 \cdots a_n, b) = \text{Rest}(\text{Rest}(a_1, b) \cdots \text{Rest}(a_n, b));$$

$$\text{Rest}(a^k, b) = \text{Rest}(\text{Rest}(a, b))^k, b):$$

Դիտարկենք բաժանման վերաբերյալ խնդիրների լուծումը մնացորդների դիտարկման մեթոդով:

Խնդիր 4 [2]: Ապացուցեք, որ $a^3 + 5a$ բաժանվում է 6-ի:

Լուծում: a բնական թիվը 6-ի վրա բաժանելուց ստացվող բոլոր հնարավոր մնացորդները դասավորենք ստորև պատկերված աղյուսակի առաջին տողում, այնուհետև ըստ խնդրի պայմանի լրացնենք աղյուսակի մնացած տողերը: Կատարենք՝

$\text{Rest}(a, 6)$	0	1	2	3	4	5
$\text{Rest}(a^3, 6)$	0	1	2	3	4	5
$\text{Rest}(5a, 6)$	0	5	4	3	2	1

Rest	0	0	0	0	0	0
$(a^3 + 5a, 6)$						

Վերջին տողում ստացված 0-ները ապացուցում է, որ $a^3 + 5a$ բաժանվում է 6-ի:

Խնդիր 5: Ապացուցեք, որ $a^5 + 9a$ բաժանվում է 5-ի:

Լուծում: Ապացուցումը բխում է հետևյալ աղյուսակից՝

Rest $(a, 5)$	0	1	2	3	4
Rest $(a^5, 5)$	0	1	2	3	4
Rest $(9a, 5)$	0	4	3	2	1
Rest $(a^5 + 9a, 5)$	0	0	0	0	0

Խնդիր 6: Ապացուցեք, որ $a^5 - a$ բաժանվում է 30-ի:

Լուծում: Իհարկե, խնդիրը կարող եք լուծել ստանդարտ եղանակով. հաշվի առնելով 30-ի վրա բաժանելուց ստացվող բոլոր երեսուն մնացորդները՝ 0, 1, ..., 29, և համոզվեք, որ a -ն և a^5 -ը ունեն նույն մնացորդները, երբ բաժանվում են 30-ի, և հետևաբար, $a^5 - a$ թիվը 30-ի բաժանելիս տալիս է զրո մնացորդ: Այնուամենայնիվ, շատ ավելի հեշտ է լուծել այս խնդիրը, օգտագործելով փոխադարձաբար պարզ թվերի հատկությունները. Մասնավորապես, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, որտեղ 2, 3 և 5 թվերը զույգ առ զույգ փոխադարձաբար պարզ են:

Rest $(a, 2)$	0	1	Rest $(a, 3)$	0	1	-1	Rest $(a, 5)$	0	1	2	-	-1
										2		
Rest $(a^5, 2)$	0	1	Rest $(a^5, 3)$	0	1	-1	Rest $(a^5, 5)$	0	1	2	-	-1
										2		

Rest $(a^5 - a, 2)$	0	0	Rest $(a^5 - a, 3)$	0	0	0	Rest $(a^5 - a, 5)$	0	0	0	0	0
------------------------	---	---	---------------------	---	---	---	---------------------	---	---	---	---	---

այսպիսով $a^5 - a$ թիվը բաժանվում է 2, 3 և 5 թվերի վրա, հետևաբար այն բաժանվում է 30-ի:

Խնդիր 7: $4ab$ բաժանվում է 100-ի, եթե $a^8 + b^8$ բաժանվում է 5-ի:

Լուծում: a բնական թվի 5-ի վրա բաժանելուց ստացվող բոլոր հնարավոր մնացորդները դասավորենք ստորև պատկերված աղյուսակի առաջին տողում:

Rest $(a, 5)$	0	1	2	3	4
Rest $(a^8, 5)$	0	1	1	1	1

Դիցուք a - ն չի բաժանվում 5-ի (տես աղյուսակի 2 տողը), այդ դեպքում կստանանք՝

$$a^8 \equiv 1(\text{mod } 5) \text{ և } \begin{cases} b^8 \equiv 1(\text{mod } 5) \\ b^8 \equiv 0(\text{mod } 5) \end{cases}$$

$a^8 + b^8 \equiv 2(\text{mod } 5)$, կամ $a^8 + b^8 \equiv 1(\text{mod } 5)$, և հետևաբար $a^8 + b^8$ չի բաժանվում 5-ի,

Այսպիսով, a -ն բաժանվում 5-ի, համանմանորեն b -ն բաժանվում 5-ի, և հետևաբար

$$a = 5n, b = 5m, 4ab = 100mn,$$

այսինքն $4ab$ -ն բաժանվում է 100-ի:

3. Բաժանման վերաբերյալ խնդիրների լուծումըԷյլերի թեորեմի կիրառությամբ

Հետազայում կկիրառենք հետևյալ $\varphi(m)$ ֆունկցիան [1]: Դիցուք m -ը ամբողջ և դրական թիվ է: $\varphi(m)$ -ով նշանակենք այն ամբողջ և դրական թվերի քանակը, որոնք չեն գերազանցում m -ը և փոխադարձաբար պարզ են նրա հետ, այսինքն

$$\varphi(m) = \left| \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x \leq m, (x, m) = 1 \right\} \right|:$$

Այսպիսով ստացվում է մի $\varphi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ֆունկցիա (արտա-պատկերում), որը բոլոր ամբողջ և դրական թվերի բազմությունն արտապատկերում է իր մեջ հետևյալ կերպ. $m \rightarrow \varphi(m)$, $m \in \mathbb{N}$: Այդ ֆունկցիան կոչվում է Էյլերի ֆունկցիա, կամ ավելի ճիշտ Էյլերի φ ֆունկցիա:

Եթե n բնական թիվն ունի $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$ կանոնական վերլուծությունը, ապա

$$\varphi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right):$$

Հետևյալ թեորեմը կարևոր դեր ունի բաղդատումների տեսության մեջ, և հնարավորություն է տալիս լուծել բաժանման վերաբերյալ մի քանի խնդիրներ:

Թեորեմ (Էյլեր, 1763թ.) [1]: Եթե $m \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{Z}$ և $(a, m) = 1$, ապա $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$, որտեղ $\varphi(m)$ -ը Էյլերի ֆունկցիան է:

Խնդիր 8 [8]: Գտեք 243^{402} թվի վերջին երեք թվանշանը:

Լուծում: 243^{402} թվի վերջին երեք թվանշանը կլինի այն մնացորդը, որը ստացվում է 243^{402} թիվը 1000-ի վրա բաժանելիս: Քանի որ $(243, 1000) = 1$ և $\varphi(1000) = 400$, ապա ըստ Էյլերի թեորեմի $243^{400} \equiv 1 \pmod{1000}$:

Հետևաբար, $243^{402} = 243^{400} \cdot 243^2 \equiv 1 \cdot 59049 \equiv 49 \pmod{1000}$:

Այսպիսով, 243^{402} թվի վերջին երեք թվանշանը կլինի 049:

Խնդիր 9: Գտեք 93^{41} թիվը 111-ի վրա բաժանելուց ստացվող մնացորդը [8]:

Լուծում: Դիցուք 93^{41} թվի վերջին 111-ի վրա բաժանելուց ստացվող մնացորդը հավասար x , այսինքն՝ $93^{41} \equiv x \pmod{111}$:

Քանի որ $(93, 111) = 3$, ապա բաժանելով $93^{41} \equiv x \pmod{111}$ բաղդատման երկու մասերը 3-ի վրա կստանանք՝ $93^{41} = 93 \cdot 93^{40} \equiv 31 \cdot 93^{40} \equiv x_1 \pmod{37}$:

Հաշվումներից հետո կստանանք՝ $x_1 = 7$, $x = 3x_1 = 21$:

Գրականություն

1. Մովսիսյան Յու.Մ., (2023). Բարձրագույն հանրահաշիվ և թվերի տեսություն, Երևան 2023թ.:

2. *Деза Е. И.* (2011). Специальные числа натурального ряда. М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2011.
3. *Бухштаб А.А.* (1966). Теория чисел. М.: Просвещение, 1966.
4. *Василенко О. Н., Галочкин А. И.* (1995). Сборник задач по теории чисел. М.: Изд-во МГУ, 1995.
5. *Виноградов И. М.* (1981). Основы теории чисел. М.: Наука, 1981.
6. *Галкин В. Я., Сычуглов Д. Ю., Хорошилова Е. В.* (2002). Конкурсные задачи, основанные на теории чисел. М.: Изд-во МГУ, 2002.
7. *Серпинский В.* (1968). 250 Задач По Элементарной Теории чисел. М.: Просвещение, 1968. 168 с.
8. *Грибанов В. У., Титов П. И.* (1964). Сборник упражнений по теории чисел. М.: Просвещение, 1964.

**ԹՎԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ
ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹՅՈՒՄ**
Արթահամյան Լիանա Ռուդիկի

Ամփոփում: Հոդվածում կիրառելով թվային բաղդատումների (համեմատությունների) լեզուն և հատկությունները լուծված են մի շարք խնդիրներ թվերի տեսությունից: Պարզվում է, որ համեմատությունների կիրառումը խնդիրներում շատ հարմար և շատ հզոր գործիք է, քանի որ դա, ինչպես մենք կհահամոզվենք հետագայում, թույլ է տալիս գործել բաղդատումների հետ, այնպես ինչպես, սովորության համաձայն, կարելի է գործել հավասարությունների հետ, այսինքն՝ գումարել, հանել, բազմապատկել, երբեմն բաժանել նրանց: Ներկա հոդվածում դիտարկված են ամբողջ թվերի բաժանման վերաբերյալ դպրոցական այնպիսի խնդիրների լուծումներ, որոնցում օգտագործվում են (համեմատությունների) բաղդատումների տեսությունը, մնացորդների դիտարկումը և Էյլերի թեորեմը: Առաջին և երրորդ մեթոդները հավանաբար նոր են հանրակրթական դպրոցի ուսուցիչների համար, իսկ երկրորդը մեթոդը հարմար է կիրառել այն դեպքում, երբ բաժանարարը շատ մեծ թիվ չէ: Աշխատանքը կազմված է երեք պարագրաֆներից: Յուրաքանչյուր պարագրաֆ պարունակում է մեթոդի լուսաբանմանը նվիրված տեսական մաս և խնդիրների լուծման օրինակներ: Առանձնահատուկ ուշադրություն է դարձվում

օգտագործված գրականության [1-8] ցանկին, այն պարունակում է տարրական թվերի տեսության առավել գոծածական դասագրքեր: Դիտարկված վարժությունների մեծ մասը վերցված են հենց այդ գրքերից:

Բանալի բառեր. Թվային բաղդատումներ, ամբողջ թվեր, բաժանում մնացորդով, խնդիր, լուծում:

APPLICATION OF SOME METHODS OF NUMBER THEORY IN THE PROCESS OF SOLVING SCHOOL PROBLEMS ON DIVISION OF WHOLE NUMBERS

Abrahamyan Liana Rudik

Summary: Using the language and properties of numerical comparisons a number of tasks from number theory are solved in the article. It turns out that the use of comparisons in problems is a very convenient and very powerful tool, because, as we will see later, it allows us to work with additions in the same way that, according to the habit, we can work with equalities, that is, addition, subtraction, multiplication, sometimes divide them. The present article examines the solution of division problems by methods that demonstrate the use of summation theory, consideration of remainders, and Euler's theorem. The first and third methods are new for public school teachers, probably, and the second method is convenient to use, in the event that the divisor is not a very large number. The work consists of three paragraphs. Each paragraph contains a theoretical part and examples of solving problems. Particular attention is paid to the list of used literature [1-8], it contains the best textbooks of elementary number theory. Most of the exercises in the manual are taken from those books.

Key words. Congruent integers, whole numbers, division with remainder, task, solution.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ЧИСЛ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ШКОЛЬНЫХ ЗАДАЧ НА ДЕЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Абрамян Лиана Рудиковна

Резюме. В настоящей статье с использованием языка и свойств числовых сравнений решается ряд задач из теории чисел. Оказывается, использование сравнений в задачах это очень удобный и очень мощный инструмент, поскольку, как мы увидим далее, он позволяет нам работать со сравнениями так же, как мы по привычке можем работать с равенствами, то есть суммировать, вычитать, умножать, а иногда и делить их. В данной статье рассматриваются решения некоторых школьных задач на деление целых чисел, в которых используются теория сравнений, учет остатков при делении и теорема Эйлера. Первый и третий методы, вероятно,

Ключевые слова. Сравнения целых чисел, деление с остатком, задача, решение.

Կայքէջ է ուղարկվել՝ 20.08.2-23

ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ
ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱԴՈՒՄԸ ԱՆՀԱՎԱՍՏԱՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԱՊԱՑՈՒՑԵԼԻՄ
Աշոտ Սոսի Մելիք-Փարսադանյան
Կապանի N3 ավագ դպրոց



Մելիք-Փարսադանյան Ա.Ս.

Անհավասարության հասկացությունը մաթեմատիկայի հիմնարար հասկացություններից է: Դրան վերաբերող տեսական փաստերը և շատ այլ պնդումներ (հայտնի անհավասարություններ) լայն կիրառություններ ունեն մաթեմատիկայի տարբեր բաժիններում: Այսպես, օրինակ, ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը գտնելու վերաբերյալ շատ խնդիրներ հաջողությամբ կարելի է լուծել՝ կիրառելով անհավասարություններ: Նման խնդիրներում, ըստ էության, որոշվում է տվյալ ֆունկցիայի մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքը գտնելու, ինչպես նաև նրա սահմանափակության հարցը: Դա նշանակում է, որ ֆունկցիայի հետազոտումը (տարրական եղանակով) հաջողությամբ իրականացնելու համար անհրաժեշտաբար պետք է կիրառվեն անհավասարություններ: Գործնականում կարևորություն ունեցող այնպիսի երկրաչափական խնդիրներ, որոնցում պահանջվում է գտնել փոփոխական տարրեր պարունակող պատկերի որևէ մեծության (գծային չափսի, մակերեսի, ծավալի) մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքը, հարմար է լուծել՝ կիրառելով անհավասարություններ: Այդպիսի անհավասարություններից է, օրինակ, թվաբանական և

երկրաչափական միջինների վերաբերյալ անհավասարությունը (Կոշիի անհավասարություն):

Ինչպես հայտնի է՝ անհավասարության հասկացությունը ներմուծվում է միջին դասարաններում: Այնտեղ դիտարկվում են նաև անհավասարությունների ապացուցման վերաբերյալ որոշ պարզ առաջադրանքներ, որոնցում կիրառվում են անհավասարության հասկացության սահմանումը, նրանից բխող պարզագույն հատկությունները: Այդ փաստերի հիման վրա ապացուցվում և առանձնացվում են մի երկու հայտնի անհավասարություններ, որոնք կարող են կիրառվել՝ այլ անհավասարություններ ապացուցելիս:

Որպես այդպիսի անհավասարություններ գործածվում են հետևյալները.

1) Ցանկացած a և b թվերի համար ճիշտ են հետևյալ անհավասարությունները.

$$\text{ա) } a^2 + b^2 \geq 2ab, \text{ բ) } ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2, \text{ գ) } \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2 + b^2}{2}:$$

2) Ցանկացած $a > 0$ թվի համար ճիշտ է

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

անհավասարությունը:

3) Ցանկացած a և b դրական թվերի միջին թվաբանականը փոքր չէ դրանց միջին երկրաչափականից՝

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}:$$

Հասկանալի է, որ սովորողների տարիքային առանձնահատկությունը, ինչպես նաև հանրակրթական դպրոցի դասագրքի բովանդակությանը ներկայացվող պահանջները չեն կարող թույլ տալ, որ վերոնշյալ թեման ավելի ծավալուն ու խորությամբ ուսումնասիրվի:

Սակայն նպատակահարմար ենք գտնում, որ ավագ դպրոցի խորացված ուսուցմամբ հենց 10-րդ դասարանում առանձնահատուկ տեղ հատկացվի §Անհավասարությունների ապացուցում՝ թեմային և այնտեղ խորությամբ ուսումնասիրվի այդ կարևոր և մեծ կիրառություններ ունեցող թեման:

Ստորև դիտարկվում ենք անհավասարությունների ապացուցման, այսպես ասած, տեղափոխությունների մեթոդի վերաբերյալ որոշ հարցեր և որն էլ լուսաբանում ենք մի քանի օրինակներով:

Հոդվածում քննարկվող նյութերը առաջին հերթին կարող են գործածվել ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի խորացված ուսուցմամբ դասարաններում առավել օժտված սովորողներին նախապատրաստելու մաթեմատիկական օլիմպիադային մասնակցելու համար:

1. Թեմայի վերաբերյալ տեսական փաստերի ներկայացում

Հետևյալ պարզ օրինակով փորձենք ցույց տալ, թե որն է այդ մեթոդի էությունը:

Դիցուք՝ ունենք $\{a_1 = 5, a_2 = 2\}$ և $\{b_1 = 7, b_2 = 4\}$ թվազույգերը:

Դիտարկենք $(5;2)$, $(7;4)$, այնուհետև՝ $(5;2)$, $(7;4)$ կարգավորված թվազույգերով առանձնացված խմբերը և յուրաքանչյուրում հաշվենք համապատասխան թվերի արտադրյալների գումարը.

$$M = a_1b_1 + a_2b_2 = 5 \cdot 7 + 2 \cdot 4 = 43, \quad m = a_1b_2 + a_2b_1 = 5 \cdot 4 + 2 \cdot 7 = 34:$$

Համեմատելով արդյունքները՝ նկատում ենք, որ ավելի մեծ արժեք է ստացվում այն դեպքերում, երբ դրանցից յուրաքանչյուրում թվերը դասավորված են նվազման կարգով, քան այն դեպքում, երբ մեկում թվերը դասավորված են նվազման, իսկ մյուսում՝ աճման կարգով: Ակնհայտ է, որ նույն՝ մեծագույն արժեքը կստացվի նաև այն դեպքում, երբ երկու զույգերում էլ թվերը դասավորված կլինեն աճման կարգով:

Պարզվում է, որ այս փաստը ընդհանուր օրինաչափություն է:

Թեորեմ 1. [1]: Դիցուք՝ ունենք թվերի $\{a_1, a_2\}$ և $\{b_1, b_2\}$ զույգերը. որոնց համար $a_1 \geq a_2$ և $b_1 \geq b_2$: Այդ դեպքում

$$a_1b_1 + a_2b_2 \geq a_1b_2 + a_2b_1: \quad (1)$$

Ապացուցում: Իրոք

$$a_1b_1 + a_2b_2 - a_1b_2 - a_2b_1 = a_1(b_1 - b_2) - a_2(b_1 - b_2) = (a_1 - a_2)(b_1 - b_2) \geq 0:$$

Ակնհայտ է, որ (1) անհավասարությունը ճիշտ է նաև այն դեպքում, երբ $a_1 \leq a_2$ և $b_1 \leq b_2$:

Այժմ դիտարկենք $\{a_1 = 8, a_2 = 6, a_3 = 3\}$ և $\{b_1 = 7, b_2 = 5, b_3 = 2\}$ եռյակները: Գտնենք $a_1b_m + a_2b_n + a_3b_k$ արտահայտության հնարավոր արժեքները, որտեղ $\{m, n, k\}$ կարգավորված եռյակները 1;2;3 թվերի բոլոր հնարավոր տեղափոխություններն են: Նկատենք, որ դրանց քանակը $3! = 6$ է: Ունենք՝

$$a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 8 \cdot 7 + 6 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 92, \quad (2);$$

$$a_1b_2 + a_2b_3 + a_3b_1 = 8 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 3 \cdot 7 = 73, \quad (3)$$

$$a_1b_3 + a_2b_1 + a_3b_2 = 8 \cdot 2 + 6 \cdot 7 + 3 \cdot 5 = 73, \quad (4)$$

$$a_1b_1 + a_2b_3 + a_3b_2 = 8 \cdot 7 + 6 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 83, \quad (5)$$

$$a_1b_2 + a_2b_1 + a_3b_3 = 8 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 3 \cdot 2 = 88, \quad (6)$$

$$a_1b_3 + a_2b_2 + a_3b_1 = 8 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 67 : \quad (7)$$

Համեմատելով արդյունքները՝ կրկին նկատում ենք, որ մեծագույն արժեքը ստացվում է, երբ այդ եռյակներում թվերը դասավորված են նվազման կարգով, իսկ փոքրագույն արժեքն այն դեպքում է, երբ նրանցից մեկում թվերը դասավորված են աճման, իսկ մյուսում՝ նվազման կարգով: Մնացած չորս դեպքերում՝ $a_1b_m + a_2b_n + a_3b_k$ արտահայտությունն ընդունում է միջակա արժեքներ, որտեղ $m, n, k \in \{1; 2; 3\}$:

Նկատենք նաև, որ երբ երկու եռյակներում էլ թվերը դասավորենք աճման կարգով, ապա մեծագույն և փոքրագույն արժեքները կստացվեն նույն կերպ:

Ձևակերպենք համապատասխան պնդումը և հիմնավորենք:

Թեորեմ 2. [2]: Դիցուք՝ ունենք $\{a_1, a_2, a_3\}$ և $\{b_1, b_2, b_3\}$ թվերի եռյակները, ընդ որում՝

$a_1 \geq a_2 \geq a_3, \quad b_1 \geq b_2 \geq b_3$: Կատարենք հետևյալ նշանակումները.

$$M = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3, \quad A_1 = a_1b_2 + a_2b_3 + a_3b_1, \quad A_2 = a_1b_3 + a_2b_1 + a_3b_2,$$

$$A_3 = a_1b_1 + a_2b_3 + a_3b_2, \quad A_4 = a_1b_2 + a_2b_1 + a_3b_3, \quad m = a_1b_3 + a_2b_2 + a_3b_1 :$$

Ապացուցենք, որ

$$m \leq A_1 \leq A_3 \leq M \quad (8)$$

$$m \leq A_2 \leq A_4 \leq M : \quad (9)$$

Ապացուցում: Օգտվենք թեորեմ 1-ից.

$$m = a_1b_3 + a_2b_2 + a_3b_1 = (a_1b_3 + a_2b_2) + a_3b_1 \leq (a_1b_2 + a_2b_3) + a_3b_1 = a_1b_2 + a_2b_3 + a_3b_1 = A_1,$$

$$A_1 = a_1b_2 + a_2b_3 + a_3b_1 = (a_1b_2 + a_3b_1) + a_2b_3 \leq (a_1b_1 + a_3b_2) + a_2b_3 = a_1b_1 + a_2b_3 + a_3b_2 = A_3,$$

$$A_3 = a_1b_1 + a_2b_3 + a_3b_2 = a_1b_1 + (a_2b_3 + a_3b_2) \leq a_1b_1 + (a_2b_2 + a_3b_3) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = M :$$

Այստեղից բխում է (8)-ը: Հանգումորեն կարելի է ստանալ նաև (9)-ը:

Այսպիսով, ապացուցվում է, որ $m \leq A_i \leq M$, որտեղ $i = 1, 2, 3, 4$:

Դիտողություն 1: Եթե $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ և $b_1 \leq b_2 \leq b_3$, ապա $-a_1 \geq -a_2 \geq -a_3$ և $-b_1 \geq -b_2 \geq -b_3$: Քանի որ m, A_1, A_2, A_3, A_4, M արտահայտությունների արժեքները չեն փոխվում, հետևաբար թեորեմի պնդումները մնում են անփոփոխ:

Դիտողություն 2: Թեորեմ 2-ի անհավասարություններից բացի, հաճախակի կիրառվում են դրանցից հեշտությամբ ստացվող հետևյալ անհավասարությունները.

$$m \leq \frac{A_1 + A_2}{2} \leq M \quad (10); \quad m \leq \frac{A_1 + A_2 + M}{3} \leq M \quad (11); \quad m \leq \frac{A_1 + A_2 + m}{3} \leq M : \quad (12)$$

Ընդհանրացնենք խնդիրը:

Թեորեմ 3. ([3],[6]): Դիցուք՝ ունենք հետևյալ n -յակները՝ $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ և $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, որոնցում թվերը դասավորված են միաժամանակ աճման կամ նվազման կարգով: Ենթադրենք նաև, որ $i_1, i_2, \dots, i_n$ թվերը $1, 2, \dots, n$ թվերի ինչ-որ տեղափոխություն է: Այդ դեպքում

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n \geq a_1 b_{i_1} + a_2 b_{i_2} + \dots + a_n b_{i_n} \geq a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \dots + a_n b_1 : \quad (13)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը խախտած չենք լինի, եթե ենթադրենք, որ $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$ և $b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$ (երբ $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ և $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$, ապա հանգումորեն, ինչպես դիտողություն 1-ում): Դիտարկենք $a_1 b_{i_1} + a_2 b_{i_2} + \dots + a_n b_{i_n}$ տեսքի բոլոր գումարները, որտեղ $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ կարգավորված n -յակը $1, 2, \dots, n$ թվերի ցանկացած տեղափոխություն է (որոնց քանակը $n!$ է): Քանի որ այդպիսի գումարների քանակը վերջավոր է, հետևաբար դրանց մեջ կա և՛ փոքրագույնը, և՛ մեծագույնը: Ենթադրենք՝ այդ գումարներից ինչ-որ մեկի մեջ կան այնպիսի $a_l b_q$ և $a_k b_p$ գումարելիներ, որ $l < k$ և $q > p$, այսինքն՝ $a_l \geq a_k$ և $b_p \geq b_q$: Փոխենք b_p -ի և b_q -ի տեղերը, կստանանք նոր գումար, որտեղ $a_l b_q$ և $a_k b_p$ գումարելիները փոխարինված կլինեն $a_l b_p$ և $a_k b_q$ գումարելիներով: Ըստ թեորեմ 2-ի $a_l b_q + a_k b_p \leq a_l b_p + a_k b_q$, ուստի ստացված գումարը փոքր չի լինի նախորդից: Կատարելով այդպիսի բոլոր հնարավոր տեղափոխությունները (հասկանալի է, որ դրանց քանակը վերջավոր է), քննարկվող գումարը կհանգեցվի $a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$ արտահայտությանը, որն էլ կլինի ամենամեծը:

Հանգումորեն, եթե $a_l b_q$ և $a_k b_p$ գումարելիների մեջ $l < k$ և $q > p$, այսինքն $a_l \geq a_k$ և $b_p \leq b_q$, փոխելով b_p -ի և b_q -ի տեղերը՝ կստանանք նոր գումար, որում $a_l b_q$ և $a_k b_p$ գումարելիները

փոխարինված կլինեն, համապատասխանաբար $a_l b_p$ և $a_k b_q$ գումարելիներով, որը չի գերազանցի տրված գումարին, քանի որ $a_l b_q + a_k b_p \geq a_l b_p + a_k b_q$: Կրկնելով այս գործողությունները վերջավոր անգամ, կստանանք՝ $a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \dots + a_n b_1$ գումարը, որը կլինի ամենափոքրը:

Այդպիսով թեորեմն ապացուցված է:

2. Դիտարկվող փաստերի գործնական կիրառություններ

Այժմ ապացուցենք մի շարք անհավասարություններ՝ վերը բերված փաստերի կիրառմամբ:

Օրինակ 1. Ապացուցել անհավասարությունը.

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} \leq \frac{1}{a^3} \sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{1}{b^3} \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ որտեղ } a, b > 0: \quad (14)$$

Ապացուցում: Առանց ընդհանրությունը խախտելու, կարող ենք ենթադրել $a \geq b$, որտեղից՝

$$\sqrt{a} \geq \sqrt{b} \text{ և } \frac{1}{a^3 \sqrt{a}} \leq \frac{1}{b^3 \sqrt{b}}:$$

Օգտվենք (1) անհավասարությունից՝ հաշվի առնելով, որ

$$a_1 = \sqrt{a}, \quad a_2 = \sqrt{b}, \quad b_1 = \frac{1}{b^3 \sqrt{b}} \text{ և } b_2 = \frac{1}{a^3 \sqrt{a}},$$

կստանանք.

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} = \sqrt{a} \cdot \frac{1}{a^3 \sqrt{a}} + \sqrt{b} \cdot \frac{1}{b^3 \sqrt{b}} = a_1 b_2 + a_2 b_1 \leq a_1 b_1 + a_2 b_2 = \sqrt{b} \cdot \frac{1}{a^3 \sqrt{a}} + \sqrt{a} \cdot \frac{1}{b^3 \sqrt{b}} = \frac{1}{a^3} \sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{1}{b^3} \sqrt{\frac{a}{b}}:$$

Օրինակ 2. Ապացուցել անհավասարությունը.

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq ab \frac{a+b}{2} + bc \frac{b+c}{2} + ca \frac{c+a}{2}, \text{ որտեղ } a, b, c \geq 0: \quad (15)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք՝ $a \geq b \geq c$: Կիրառենք թեորեմ 2-ը՝ հաշվի առնելով նաև, որ $a^2 \geq b^2 \geq c^2$, կստանանք.

$$a^3 + b^3 + c^3 = a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c \geq a^2 \cdot b + b^2 \cdot c + c^2 \cdot a,$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c \geq a^2 \cdot c + b^2 \cdot a + c^2 \cdot b:$$

Գումարելով ստացված անհավասարությունները՝ կստանանք.

$$2(a^3 + b^3 + c^3) \geq ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a),$$

որտեղից էլ կբխի (15)-ը:

Օրինակ 3. Ապացուցել անհավասարությունը.

$$a+b+c \geq \frac{a(b+1)}{a+1} + \frac{b(c+1)}{b+1} + \frac{c(a+1)}{c+1}, \text{ որտեղ } a, b, c \geq 0: \quad (16)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք՝ $a \geq b \geq c$: Կիրառենք թեորեմ 2-ը՝ հաշվի առնելով, որ $a+1 \geq b+1 \geq c+1$ և $\frac{a}{a+1} \geq \frac{b}{b+1} \geq \frac{c}{c+1}$, կստանանք.

$$\begin{aligned} a+b+c &= \frac{a}{a+1} \cdot (a+1) + \frac{b}{b+1} \cdot (b+1) + \frac{c}{c+1} \cdot (c+1) \geq \\ &\geq \frac{a}{a+1} \cdot (b+1) + \frac{b}{b+1} \cdot (c+1) + \frac{c}{c+1} \cdot (a+1) = \frac{a(b+1)}{a+1} + \frac{b(c+1)}{b+1} + \frac{c(a+1)}{c+1}: \end{aligned}$$

Օրինակ 4. Ապացուցել, որ ցանկացած a, b, c դրական և $n, k, m \in N$ թվերի համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը.

$$a^n b^k + b^n c^k + c^n a^k \leq a^{n+k} + b^{n+k} + c^{n+k} \leq \frac{a^{n+k+m}}{c^m} + \frac{b^{n+k+m}}{a^m} + \frac{c^{n+k+m}}{b^m}: \quad (17)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք՝ $a \geq b \geq c$: Երկու անգամ կիրառենք թեորեմ 2-ը՝ հաշվի առնելով, որ $a^n \geq b^n \geq c^n$ և $a^k \geq b^k \geq c^k$, կստանանք.

$$a^{n+k} + b^{n+k} + c^{n+k} = a^n \cdot a^k + b^n \cdot b^k + c^n \cdot c^k \geq a^n \cdot b^k + b^n \cdot c^k + c^n \cdot a^k: \quad (18)$$

Քանի որ նաև՝ $a^{n+k+m} \geq b^{n+k+m} \geq c^{n+k+m}$ և $\frac{1}{a^m} \leq \frac{1}{b^m} \leq \frac{1}{c^m}$, ապա

$$\frac{a^{n+k+m}}{c^m} + \frac{b^{n+k+m}}{a^m} + \frac{c^{n+k+m}}{b^m} \geq \frac{a^{n+k+m}}{a^m} + \frac{b^{n+k+m}}{b^m} + \frac{c^{n+k+m}}{c^m} = a^{n+k} + b^{n+k} + c^{n+k}: \quad (19)$$

(18)-ից և (19)-ից բխում է (17)-ը:

Օրինակ 5. Ապացուցել, որ եթե $a, b, c > 0$ և $n \in N$, ապա

$$\frac{a^n}{b+c} + \frac{b^n}{c+a} + \frac{c^n}{a+b} \geq \frac{1}{2}(a^{n-1} + b^{n-1} + c^{n-1}): \quad (20)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք՝ $a \geq b \geq c$: Այդ դեպքում

դժվար չէ համոզվել, որ $\frac{1}{b+c} \geq \frac{1}{a+c} \geq \frac{1}{a+b}$: Երկու անգամ կիրառենք թեորեմ 2-ը, կստանանք.

$$\frac{a^n}{b+c} + \frac{b^n}{c+a} + \frac{c^n}{a+b} = a^n \cdot \frac{1}{b+c} + b^n \cdot \frac{1}{c+a} + c^n \cdot \frac{1}{a+b} \geq a^n \cdot \frac{1}{a+b} + b^n \cdot \frac{1}{b+c} + c^n \cdot \frac{1}{c+a}, \quad (21)$$

$$\frac{a^n}{b+c} + \frac{b^n}{c+a} + \frac{c^n}{a+b} = a^n \cdot \frac{1}{b+c} + b^n \cdot \frac{1}{c+a} + c^n \cdot \frac{1}{a+b} \geq a^n \cdot \frac{1}{c+a} + b^n \cdot \frac{1}{a+b} + c^n \cdot \frac{1}{b+c} : \quad (22)$$

Գումարենք (21)-ը և (22)-ը, այնուհետև կիրառելով $x^n + y^n \geq \frac{1}{2}(x^{n-1} + y^{n-1})(x+y)$

անհավասարությունը կունենանք.

$$\begin{aligned} &\geq \frac{(a^{n-1} + b^{n-1})(a+b)}{2} \cdot \frac{1}{a+b} + \frac{(b^{n-1} + c^{n-1})(b+c)}{2} \cdot \frac{1}{b+c} + \frac{(c^{n-1} + a^{n-1})(c+a)}{2} \cdot \frac{1}{c+a} = \\ &= a^{n-1} + b^{n-1} + c^{n-1}, \end{aligned}$$

որից էլ կբխի (20)-ը:

Օրինակ 6. Ապացուցել, որ եթե $a, b, c > 0$, ապա

$$a^a \cdot b^b \cdot c^c \geq a^{\frac{b+c}{2}} \cdot b^{\frac{a+c}{2}} \cdot c^{\frac{a+b}{2}} : \quad (22)$$

Ապացուցում: Ընդհարությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք, որ $a \geq b \geq c$: Հաշվի առնենք նաև, որ $\ln a \geq \ln b \geq \ln c$: Այդ դեպքում՝

$$a \ln a + b \ln b + c \ln c \geq a \ln b + b \ln c + c \ln a,$$

$$a \ln a + b \ln b + c \ln c \geq a \ln c + b \ln a + c \ln b :$$

Վերջիններս գումարենք, կստանանք.

$$a \ln a + b \ln b + c \ln c \geq \frac{b+c}{2} \ln a + \frac{c+a}{2} \ln b + \frac{a+b}{2} \ln c :$$

Այստեղից էլ բխում է (22)-ը:

Օրինակ 7. Դիցուք՝ a, b, c եռանկյան կողմերն են, իսկ α, β և γ -ն համապատասխանաբար այդ կողմերի դիմացի անկյուններն են (արտահայտված ռադիաններով): Ապացուցել, որ

$$\alpha a + \beta b + \gamma c \geq \alpha \frac{b+c}{2} + \beta \frac{c+a}{2} + \gamma \frac{a+b}{2} : \quad (23)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք՝ $\alpha \geq \beta \geq \gamma$, հետևաբար $a \geq b \geq c$: Կիրառելով թեորեմ 2-ը, կարող ենք գրել.

$$\alpha a + \beta b + \gamma c \geq \alpha b + \beta c + \gamma a,$$

$$\alpha a + \beta b + \gamma c \geq \alpha c + \beta a + \gamma b$$

Գումարենք ստացված անհավասարությունները, կստանանք.

$$2(\alpha a + \beta b + \gamma c) \geq \alpha(b+c) + \beta(a+c) + \gamma(a+b),$$

որտեղից էլ բխում է (23)-ը:

Օրինակ 8. Ցանկացած n հատ դրական $a_1, a_2, \dots, a_n$ թվերի թվաբանական միջինը չի գերազանցում նրանց քառակուսային միջինին.

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}. \quad (24)$$

Ապացուցում: Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք, որ $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$:

Կիրառելով թեորեմ 3-ը, կունենանք հետևյալ անհավասարությունները.

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{n-1} a_n + a_n a_1,$$

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq a_1 a_3 + a_2 a_4 + \dots + a_{n-1} a_1 + a_n a_2,$$

.....

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \geq a_1 a_n + a_2 a_{n-1} + \dots + a_{n-1} a_2 + a_n a_1:$$

Գումարենք այդ անհավասարությունները և ստացվածի երկու մասերին ավելացնենք

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 \text{ արտահայտությունը,}$$

$$\begin{aligned} n(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) &\geq a_1(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + a_2(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + \dots + a_n(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \\ &= (a_1 + a_2 + \dots + a_n)(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2, \end{aligned}$$

այսինքն՝

$$n(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \geq (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2:$$

Այստեղից էլ կբխի (24)-ը:

Օրինակ 9. Դիցուք՝ $a_1, a_2, \dots, a_n$ դրական թվեր են, որտեղ $n > 1$: Նշանակենք՝

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = s: \text{ Ապացուցենք, որ}$$

$$\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} + \dots + \frac{a_n}{s-a_n} \geq \frac{n}{n-1}: \quad (25)$$

Ապացուցում: Դիցուք՝ $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$, հետևաբար, $\frac{1}{s-a_1} \leq \frac{1}{s-a_2} \leq \dots \leq \frac{1}{s-a_n}$:

Կիրառելով թեորեմ 3-ը, կարող ենք գրել.

$$\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} + \dots + \frac{a_n}{s-a_n} \geq \frac{a_1}{s-a_2} + \frac{a_2}{s-a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{s-a_n} + \frac{a_n}{s-a_1},$$

$$\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} + \dots + \frac{a_n}{s-a_n} \geq \frac{a_1}{s-a_3} + \frac{a_2}{s-a_4} + \dots + \frac{a_{n-1}}{s-a_1} + \frac{a_n}{s-a_2},$$

.....

$$\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} + \dots + \frac{a_n}{s-a_n} \geq \frac{a_1}{s-a_n} + \frac{a_2}{s-a_1} + \dots + \frac{a_{n-1}}{s-a_{n-2}} + \frac{a_n}{s-a_{n-1}} :$$

Գումարելով ստացված անհավասարությունները, կստանանք՝

$$\begin{aligned} & (n-1) \left(\frac{a_1}{s-a_1} + \frac{a_2}{s-a_2} + \dots + \frac{a_n}{s-a_n} \right) \geq \\ & \geq \frac{a_2 + a_3 + \dots + a_n}{s-a_1} + \frac{a_1 + a_3 + \dots + a_n}{s-a_2} + \dots + \frac{a_1 + a_3 + \dots + a_{n-1}}{s-a_n} = \underbrace{1+1+\dots+1}_n = n : \end{aligned}$$

Այստեղից էլ բխում է (25) -ը:

Օրինակ 10. Կոշիի անհավասարությունը [6]: Ապացուցենք որ ցանկացած n հատ որական $a_1, a_2, \dots, a_n$ թվերի թվաբանական միջինը փոքր չէ այդ թվերի երկրաչափական միջինից.

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} : \quad (26)$$

Ապացուցում: Անհավասարությունը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով.

$$\frac{a_1}{\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}} + \frac{a_2}{\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}} + \dots + \frac{a_n}{\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}} \geq n :$$

Կատարենք հետևյալ նշանակումները.

$$\frac{a_1}{\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}} = b_1, \quad \frac{a_2}{\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}} = b_2, \dots, \frac{a_n}{\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}} = b_n :$$

Անհավասարությունը կընդունի հետևյալ տեսքը.

$$b_1 + b_2 + \dots + b_n \geq n : \quad (27)$$

Նկատենք, որ

$$b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_n = 1: \quad (28)$$

Դիցուք x_1 -ը կամայական դրական թիվ է, x_2 -ը ընտրենք այնպես, որ $b_1 = \frac{x_1}{x_2}$, x_3 -ը ընտրենք

այնպես, որ $b_2 = \frac{x_2}{x_3}$: Շարունակելով այս գործընթացը՝ x_n -ը ընտրենք այնպես, որ $b_{n-1} = \frac{x_{n-1}}{x_n}$:

Ստացվածները տեղադրենք (28)-ի մեջ, կստանանք.

$$\frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{x_2}{x_3} \cdot \dots \cdot \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot b_n = 1,$$

այսինքն, $b_n = \frac{x_n}{x_1}$: Այդ դեպքում (27)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը.

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} + \frac{x_n}{x_1} \geq n: \quad (29)$$

Ընդհանրությունը չի խախտվի, եթե ենթադրենք՝ $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$, որտեղից կհետևի, որ

$$\frac{1}{x_1} \leq \frac{1}{x_2} \leq \dots \leq \frac{1}{x_n}: \text{ Կիրառենք թեորեմ 3-ը, կստանանք.}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} + \frac{x_n}{x_1} &= x_1 \cdot \frac{1}{x_2} + x_2 \cdot \frac{1}{x_3} + \dots + x_{n-1} \cdot \frac{1}{x_n} + x_n \cdot \frac{1}{x_1} \geq \\ &\geq x_1 \cdot \frac{1}{x_1} + x_2 \cdot \frac{1}{x_2} + \dots + x_{n-1} \cdot \frac{1}{x_{n-1}} + x_n \cdot \frac{1}{x_n} = \underbrace{1+1+\dots+1+1}_n = n: \end{aligned}$$

Այստեղից էլ բխում է (29)-ը:

Օրինակ 11. Չեբիշևի անհավասարությունը: Դիցուք $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ և $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$,

($n \in N$): Այդ դեպքում տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը.

$$\frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n}{n} \geq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \cdot \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} \geq \frac{x_1 y_n + x_2 y_{n-1} + \dots + x_n y_1}{n}: \quad (30)$$

Ապացուցում: Անհավասարությունը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով.

$$n(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n) \geq (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \cdot (y_1 + y_2 + \dots + y_n) \geq n(x_1 y_n + x_2 y_{n-1} + \dots + x_n y_1):$$

Կիրառենք թեորեմ 3-ը, կստանանք՝

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \geq x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_{n-1} y_n + x_n y_1,$$

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \geq x_1 y_3 + x_2 y_4 + \dots + x_{n-1} y_1 + x_n y_2,$$

.....

$$x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n \geq x_1y_n + x_2y_{n-1} + \dots + x_{n-1}y_2 + x_ny_1 :$$

Գումարենք այդ անհավասարությունները՝ միաժամանակ երկու մասերին ավելացնելով $x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n$ արտահայտությունը, կստանանք.

$$n(x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n) \geq x_1(y_1 + y_2 + \dots + y_n) + x_2(y_1 + y_2 + \dots + y_n) + \dots + x_n(y_1 + y_2 + \dots + y_n) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n) :$$

Հանգումորեն կարող ենք ապացուցել նաև անհավասարության մյուս մասը:

Վարժություններ ինքնուրույն աշխատանքի համար

Ապացուցել անհավասարությունները.

1. $\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$, որտեղ $a, b \geq 0$ և $n \in N$:

2. $a^p + b^p \leq \frac{a^{p+q}}{b^q} + \frac{b^{p+q}}{a^q}$, որտեղ $a, b > 0$, $p, q \geq 0$:

3. $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^3b + b^3c + c^3a \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$, որտեղ $a, b, c \geq 0$:

4. $a^7 + b^7 + c^7 \geq a^2b^2c^2(a + b + c)$, որտեղ $a, b, c \geq 0$:

5. $a^8 + b^8 + c^8 \geq a^3b^3c^3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, որտեղ $a, b, c > 0$:

6. $\frac{a^{10}}{c} + \frac{b^{10}}{a} + \frac{c^{10}}{b} \geq a^8b + c^8a + b^8c$, որտեղ $a, b, c > 0$:

7. $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$, որտեղ $a, b, c > 0$:

8. Եթե $a, b, c > 0$ և $a + b + c = 1$, ապա $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2}$:

9. Եթե $a, b, c > 0$ $n, k \in N$, ապա

$$a^n + b^n + c^n \leq \frac{a^n + b^n}{2c^k} + \frac{b^n + c^n}{2a^k} + \frac{c^n + a^n}{2b^k} \leq \frac{a^{n+k}}{(bc)^k} + \frac{b^{n+k}}{(ac)^k} + \frac{c^{n+k}}{(ab)^k} :$$

10. Եթե $x, y, z \geq 0$, $x + y + z = 1$ և $n \in N$, ապա $x^n + y^n + z^n \geq \frac{1}{3^{n-1}}$:

11. ա) $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \geq a^2b + b^2c + c^2d + d^2a$, որտեղ $a, b, c, d \geq 0$:

բ) $a_1^{m+k} + a_2^{m+k} + \dots + a_n^{m+k} \geq a_1^m a_2^k + a_2^m a_3^k + \dots + a_n^m a_1^k$, որտեղ $a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0$ և $n, m, k \in N$:

12. ա) $a^a \cdot b^b \cdot c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$, որտեղ $a, b, c > 0$:

բ) $x_1^{x_1} \cdot x_2^{x_2} \cdot \dots \cdot x_n^{x_n} \geq (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}$, որտեղ $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$ և $n \in N$:

13. ա) $\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} + \sqrt{cd} \leq \frac{3}{2}(a + b + c + d)$, որտեղ $a, b, c, d \geq 0$:

բ) $\sqrt{a_1 a_2} + \sqrt{a_1 a_3} + \dots + \sqrt{a_{n-1} a_n} \leq \frac{n-1}{2}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$, որտեղ $a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0$ և

$n \in N$:

14. $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_3^2} + \dots + \frac{x_n}{x_1^2} \geq \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}$, որտեղ $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$ և $n \in N$:

Գրականություն

1. **Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա. (2010)**, Հանարահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր, բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար, 11-րդ դաս. Տիգրան Մեծ, Երևան 2010, էջ 80
1. **Առաքելյան Կ.Գ. (2010)**, Հանարահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր, 11-րդ դաս. Խնդիրների լուծման ուղեցույց, Էդիտ պրինտ, Երևան 2010, էջ 91-96
2. **Այվազյան Է. Բ. (2010)**, Հանարահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր, 11-րդ դաս. Խնդիրների լուծման ուղեցույց, Էդիտ պրինտ, Երևան 2010, էջ 78-79
3. **Гомонов С. А. (2006)**. Замечательные неравенства, «Дрофа», Москва 2006, стр.184
4. **Сивашинский И.Х. (1967)**. Неравенства в задачах, Наука, Москва 1967, стр. 12
5. **Харди Г.Г. Литлвуд Дж..И. Полиа Г. (2007)**. Неравенства, Москва 2007, стр. 314-315
6. **Mitrinovic D.S. (1964)**. Elementari inequalities, P. Noordoff Ltd-Groningen 1964. page 131
7. **Pham Kim Hung, (2007)**. Sekrets in Inequalities, volume 1, GIL Publishing House 2007, page 91-92.

ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ

ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԱՊԱՑՈՒՑԵԼԻՄ

Մեղք-Փարսադանյան Աշոտ Սոսի

Ամփոփում: Անհավասարության հասկացությունը մաթեմատիկայի հիմնարար հասկացություններից է: Դրան վերաբերող տեսական փաստերը և շատ այլ պնդումներ (հայտնի անհավասարություններ) լայն կիրառություններ ունեն մաթեմատիկայի տարբեր բաժիններում: Այսպես, օրինակ, ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը գտնելու վերաբերյալ շատ խնդիրներ հաջողությամբ կարելի է լուծել՝ կիրառելով անհավասարություններ: Նման խնդիրներում, ըստ էության, որոշվում է տվյալ ֆունկցիայի մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքը գտնելու, ինչպես նաև նրա սահմանափակության հարցը: Դա նշանակում է, որ ֆունկցիայի հետազոտումը (տարրական եղանակով) հաջողությամբ իրականացնելու համար անհրաժեշտաբար պետք է կիրառվեն անհավասարություններ: Գործնականում կարևորություն ունեցող այնպիսի երկրաչափական խնդիրներ, որոնցում պահանջվում է գտնել փոփոխական տարրեր պարունակող պատկերի որևէ մեծության (զծային չափսի, մակերեսի, ծավալի) մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքը, հարմար է լուծել՝ կիրառելով անհավասարություններ: Այդպիսի անհավասարություններից է, օրինակ, թվաբանական և երկրաչափական միջինների վերաբերյալ անհավասարությունը (Կոշիի անհավասարություն): Հոդվածում դիտարկվում է լայն կիրառություններ ունեցող մի անհավասարություն, որը, պայմանականորեն, կարելի անվանել «անհավասարություն՝ տեղափոխությունների վերաբերյալ»: Բերվում են այդ անհավասարության ապացուցումներ, որոշ մասնավոր և ընդհանուր դեպքերի համար: Այնուհետև, լուծվում են բազմաթիվ խնդիրներ այդ անհավասարության կիրառմամբ: Մասնավորապես, առանց դժվարության ապացուցվում են Կոշիի և Չեբիշևի, ինչպես նաև միջին թվաբանականի և միջին քառակուսայինի կապն արտահայտող նշանավոր անհավասարությունները: Այսպիսով՝ տեղափոխությունների վերաբերյալ անհավասարությունների կիրառությունները, բազմաթիվ անհավասարություններ ապացուցելիս, թույլ է տալիս եզրակացնել, որ գործ ունենք անհավասարությունների ապացուցման ևս մի կարևոր մեթոդի հետ: Հոդվածի վերջում առաջարկվում են անհավասարություններ, նշված մեթոդով ինքնուրույն ապացուցելու համար:

Բանալի բառեր: Անհավասարություն, մեթոդ, թեորեմ, ապացուցում, տեղափոխություն, մոնոտոն աճող (նվազող), մեծագույն (փոքրագույն) արժեք, թվաբանական միջին, երկրաչափական միջին, քառակուսային միջին:

THE PERMUTATION METHOD AND ITS APPLICATION TO THE PROOF OF INEQUALITIES

Ashot Melik-Parsadanyan

Summary: Inequality is a fundamental concept in mathematics, with many theoretical facts and established statements (well-known inequalities) having broad applications across various branches of the field. One such application is in solving problems related to finding the range of values of a function, where inequalities play a crucial role in determining the function's maximum or minimum values and its limitations. Geometric problems that require finding the maximum or minimum value of a certain characteristic (linear size, area, volume, etc.) of a figure with variable elements can also be effectively addressed using inequalities. The Cauchy inequality, which establishes the relation of arithmetic and geometric means, is one such example. This article focuses on a widely applicable inequality that can be referred to as a "permutation inequality". The article presents proofs for both special and general cases of this inequality and demonstrates its usefulness through solving numerous problems, including well-known inequalities such as the Cauchy and Chebyshev's inequality, as well as the inequality expressing the relation of arithmetic and quadratic means. The application of permutation inequalities in proving numerous inequalities highlights its importance as a method of proving inequalities. Overall, the use of permutation inequalities offers an effective approach to solving problems related to inequalities, making it a valuable tool for mathematicians. At the end of the article, some inequalities are suggested to be proved independently by the specified method.

Key words: inequalities, method, theorem, proof, permutation, monotonically increasing (decreasing), largest (smallest) value, arithmetic mean, geometric mean, quadratic mean.

МЕТОД ПЕРЕСТАНОВОК И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА НЕРАВЕНСТВ

Ашот Мелик-Парсаданян

Резюме. Понятие неравенства является одним из основных понятий математики. Теоретические факты, которые относятся к этому и многие другие утверждения (известные неравенства), широко применяются в разных разделах математики. Так, например, применив известные неравенства, легко можно решить многие задачи о нахождении множества значений функции. В подобных задачах, по существу, определяется наибольшее или наименьшее значение данной функции, а также вопрос его ограниченности. Это значит, что для успешного исследования функции (элементарным способом) необходимо использовать неравенства. В практике геометрические задачи, имеющие первостепенную важность, в которых требуется найти наибольшее или наименьшее значение величины (линейного отрезка, площади или объёма), удобно решить применив неравенства, например, неравенство между арифметическими и геометрическими средними (неравенство Коши). В статье рассматривается широко применяемое одно неравенство, которое условно можно назвать «неравенство о перестановках». Приводятся доказательства этого неравенства в частных и общих случаях. Затем доказываются многочисленные неравенства с применением этого неравенства. В частности, доказываются без труда известные неравенства Коши и Чебышева, а также неравенство, выражающее связь между арифметическими и квадратичными средними. Таким образом, доказывая многочисленные неравенства с применением неравенства о перестановке, нас приводит к выводу, что это является еще одним важным методом доказательства неравенств. В конце статьи предложены неравенства для самостоятельного доказательства указанным методом.

Ключевые слова. Неравенство, метод, перестановка, теорема, доказательство, монотонно возрастающий (убывающий), наибольшее (наименьшее) значение, среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее квадратичное.

Ստացվել է խմբագրություն՝ 20.04.2023

Գրախոսվել է՝ 15.08.2023

Շաքրէշ է ուղարկվել՝ 20.08.2-23

**ԴԻԴԱԿՏԻԿԱԿԱՆ ԽԱՂԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ
ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ**

Խոսքովյան Հերմինե Էդվարդի

Գառնիի Ատոմի անվան թիվ 2 ավագ դպրոց,



Խոսքովյան Հ. Է.

Ներածություն

Ներկայումս ուսուցչի գործունեության կարևոր և բարդ խնդիրներից է աշակերտների մոտ կայուն հետաքրքրության ձևավորումը մաթեմատիկայի հանդեպ, ինչպես նաև նրանց ակտիվության և ներգրավվածության ապահովումը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացին: Հայտնի է, որ ուսումնական առարկայի հանդեպ սովորողի հետաքրքրությունը մեծապես կախված է այն ուսուցման մեթոդներից, որոնք կիրառում է ուսուցիչը: Այս առումով մեծ դեր և տեղ է հատկացվում դիդակտիկ խաղերի կիրառմանը:

Համապատասխան գրականության ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս, որ տարբեր մոտեցումներ կան «դիդակտիկ խաղ» հասկացության շուրջ: Այսպես, օրինակ, Լ.Ս.Վիգոտսկին դիդակտիկ խաղը դիտարկել է որպես բարենպաստ միջավայր՝ երեխայի ճանաչողական ընդունակությունների ձևավորման և զարգացման համար, ինչպես նաև որպես հիմք՝ խաղային գործողությունները մտավոր հմտությունների փոխակերպելու համար [2, էջ 74-75]: Իսկ Վ.Ն.Կրուզիկովը տալիս է դիդակտիկ խաղի հետևյալ սահմանումը. «ուսումնական գործունեության տեսակ, որը կազմակերպվում է

ուսուցողական խաղերի տեսքով, որոնք իրագործում են խաղային, ակտիվ ուսուցման ակտիվ սկզբունքներ և տարբերվում են խաղային գործունեության կանոնների, ֆիքսված կառուցվածքի և գնահատման համակարգի առկայությամբ» [4, էջ 231]: Հանդիպում ենք նաև այսպիսի մեկնաբանության. «Դիդակտիկ խաղը – դա այնպիսի խմբային, նպատակաուղղված ուսումնական գործունեություն է, որի պարագայում խմբի յուրաքանչյուր մասնակից և ամբողջ խումբն ընդհանուր առմամբ միավորված են գլխավոր խնդրի լուծման շուրջ և կողմնորոշված են դեպի հաղթանակը [5, էջ 77]:

Այսպիսով, դիդակտիկ կամ ուսուցանող խաղը ուսումնական գործունեության տեսակ է, որի ընթացքում աշակերտները ոչ միայն զբաղվում են ակտիվ մտավոր գործունեությամբ, այլև գիտելիքներ և հմտություններ են յուրացնում՝ ուսումնասիրվող ուսումնական նյութի վերաբերյալ: Դիդակտիկ խաղը, ինչպես և ցանկացած այլ խաղ, իրենից ներկայացնում է գործունեության ինքնուրույն տեսակ, որը կարող է լինել ինչպես անհատական, այնպես էլ խմբային: Խաղի այս տեսակը իրենից շատ մեծ արժեք է ներկայացնում, որպես աշակերտների ակտիվության խթանման և դաստիարակման արդյունավետ միջոց: Այն ակտիվացնում է աշակերտների հոգեբանական գործընթացները, առողջ և անմիջական հետաքրքրություն է առաջացնում աշակերտների մոտ ճանաչողական գործընթացի հանդեպ: Խաղի ընթացքում աշակերտները հաղթահարում են իրենց առջև կանգնած դժվարությունները, վարժեցնում են սեփական միտքը և ուժերը, զարգացնում են գիտելիքները և հմտությունները: Դիդակտիկ խաղի կիրառումը աշակերտների համար գրավիչ և հետաքրքիր է դառնում ուսումնական գործընթացը, անմիջական խաղային տրամադրություն է ստեղծում նրանց մոտ:

Տվյալ աշխատանքի հիմնական նպատակը դիդակտիկ խաղերի կիրառության տեսական մեկնաբանումն է և դրանց արդյունավետության փորձնական գնահատումը մաթեմատիկայի դասաժամին:

Դիդակտիկ խաղերի տեսակները և կիրառումը մաթեմատիկայի դասերին

Մանկավարժական պրակտիկայում առանձնացվում են մաթեմատիկայի դասաժամերին կիրառվող դիդակտիկ խաղերի դասակարգումներ՝ ըստ տարբեր հիմքերի: Դիտարկենք դրանցից մի քանիսը:

1. Ըստ ուսումնական նպատակի դիդակտիկ խաղերը լինում են.

- **Ուսուցանող:** Աշակերտները այսպիսի խաղի ընթացքում ձեռք են բերում նոր գիտելիքներ, կարողություններ և հմտություններ: Ընդ որում, գիտելիքների յուրացման արդյունքը բարձր կգնահատվի այնքանով, որքանով հստակ արտահայտում կունենա աշակերտների ճանաչողական գործունեության ակտիվությունը և մոտիվացումը ոչ միայն խաղի ընթացքում, այլև մաթեմատիկական նյութի բովանդակության յուրացման մեջ:
- **Վերահսկող** – այսպիսին է համարվում խաղը, որի դիդակտիկ նպատակը կայանում է նախկինում ձեռք բերված գիտելիքների ամրապնդման, ստուգման և կրկնության մեջ: Այսպիսի խաղին մասնակցելու համար յուրաքանչյուր աշակերտ պետք է տիրապետի ուսումնական գիտելիքների որոշակի պաշարի:
- **Ամփոփիչ** – այս խաղերը պահանջում են առկա մաթեմատիկական գիտելիքների ինտեգրում և ընդհանրացում: Դրանք նպաստում են միջառարկայական կապերի հաստատմանը: Ինչես նաև ամփոփիչ դիդակտիկ խաղերն ուղղված են նրան, որպեսզի աշակերտների մոտ ձևավորվեն տարբեր ուսումնական իրավիճակներում կողմնորոշվելու և գործելու հմտություններ և կարողություններ:
- **Դաստիարակող և զարգացնող** – այսպիսի դիդակտիկ խաղերն ուղղված են աշակերտների անձնային որակների և հատկությունների ձևավորմանը և զարգացմանը [3, էջ 31]:

Դիդակտիկ խաղերի կիրառումը մաթեմատիկայի դասաժամին իրականացվում է մի շարք սկզբունքների հիման վրա: Մասնավորապես, առաջին հերթին ուսուցչին անհրաժեշտ է առաջադրել հետևյալ հարցադրումները.

1. *Խաղի նպատակը.* Ի՞նչ մաթեմատիկական գիտելիքներ և հմտություններ ձեռք կբերեն աշակերտները խաղի ընթացքում; Խաղի ո՞ր փուլին հատուկ ուշադրություն պետք է դարձնել; Ինչպիսի՞նչ այլ՝ դաստիարակչական և ուսուցողական նպատակներ են հետապնդվում խաղի ընթացքում:
2. *Խաղացողների քանակը.* յուրաքանչյուր խաղ պահանջում է որոշակի նվազագույն կամ առավելագույն թվով խաղացողներ և այս հանգամանքը անհրաժեշտ է հաշվի առնել կազմակերպչական փուլում:

3. Ինչպիսի՞ դիդակտիկ նյութեր և ձեռնարկներ անհրաժեշտ կլինեն խաղի ընթացքում:
4. Ինչպե՞ս ժամանակի նվազագույն սպառմամբ աշակերտներին ծանոթացնել խաղի կանոններին:
5. Որքա՞ն ժամանակ է նախատեսվում տրամադրել խաղին դասի ընթացքում:
6. Ինչպե՞ս ապահովել բոլոր աշակերտների ներգրավվածությունը խաղին:
7. Ինչպե՞ս կազմակերպել երեխաներին դիտարկելու գործընթացը՝ հասկանալու համար, թե արդյոք բոլորն են մասնակցում խաղին:
8. Ինչպիսի՞ փոփոխություններ կարելի է ներմուծել խաղի մեջ՝ բարձրացնելու համար աշակերտների հետաքրքրությունը, ակտիվությունը և ներգրավվածությունը:

Մաթեմատիկայի դասաժամին դիդակտիկ խաղերի կազմակերպումը մանկավարժի կողմից իրականացվում է երեք հիմնական ուղղություններով՝

1. Դիդակտիկ խաղի նախապատրաստում;
2. Դրա իրականացում;
3. Արդյունքների վերլուծություն:

Բացի այդ, դիդակտիկ խաղերի կազմակերպման և կիրառման ընթացքում կարևոր է հաշվի առնել հետևյալ առանցքային սկզբունքները.

1. Խաղի կանոնների պարզություն և մատչելիություն աշակերտների համար;
2. Խաղի բարդությունը պետք է համապատասխանի աշակերտների տարիքին և ուսումնական ծրագրով նախատեսված մաթեմատիկական նյութին:
3. Խաղի ընթացքում կիրառվող դիդակտիկ նյութերը և ձեռնարկները պետք է լինեն պարզ և հասկանալի, իսկ դրանցից օգտվելը՝ հասանելի աշակերտների համար;
4. Խաղի արդյունքների վերահսկման մեխանիզմների առկայություն մանկավարժի համար, ինչպես նաև աշակերտների:
5. Յուրաքանչյուր աշակերտի մասնակցության ապահովում խաղի ընթացքում:
6. Խաղի կազմակերպում այնպես, որպեսզի այն հնարավոր լինի ավարտել նույն դասաժամի ընթացքում և ստանալ համապատասխան արդյունքներ [7, էջ 145]:

Միջին դպրոցում մաթեմատիկական դիդակտիկ խաղերը հիմնականում կապված են լինում որոշակի սյուժեի հետ: Այդ սյուժեները բավականին պարզ են, նախատեսված այդ

տարիքի մտածողության և երևակայության համար: Երբեմն խաղի ուղղվածությունը և սյուժեն հուշվում է հենց խաղի անվանման մեջ, ինչպես, օրինակ՝ «Մոզական քառակուսիներ», «Անհատական լոտո», «Ո՞վ է ավելի արագ», «Թվայի բուրգ» և այլն:

Մրցակցության մոտիվը դիդակտիկ խաղում կարող է արտահայտվել տարբեր կերպ, մասնավորապես, այն արտահայտված է այնպիսի խաղերում, ինչպիսիք են. «Ո՞վ է ավելի արագ», «Ո՞վ ճիշտ կհաշվի» և այլն:

Դիդակտիկ խաղերի օրինակներ

Բերենք, դիդակտիկ խաղերի մի քանի օրինակներ, որոնք մենք կիրառել ենք միջին դպրոցում մաթեմատիկայի դասաժամերին, և արդյունքում նկատել ենք աշակերտների հետաքրքրության և ուսումնական գործընթացին ներգրավվածության բարձրացում:

Մոզական քառակուսի:

Խաղի նպատակը: Սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացում և գումարման ու հանման գործողություններ կատարելու ունակությունների ստուգում:

Կահավորումը: Մոզական քառակուսիների նկարներ:

15		9
	18	
27		

Խաղի բովանդակությունը: Քառակուսու ազատ վանդակներում տեղադրել այնպիսի թվեր, որ յուրաքանչյուր տողում, սյունակում ու անկյունագծում գրված թվերի գումարներն իրար հավասար լինեն:

Հեռախոս:

Խաղի նպատակը: Սովորողների՝ թվաբանական գործողություններ կատարելու կարողությունների ստուգումը:

Ուսուցման միջոցները: Թվային քարտեր:

Խաղի բովանդակությունը: Դասարանը բաժանվում է վեց հոգանոց խմբերի: Յուրաքանչյուր նստարանի առաջին աշակերտին ասվում է որևէ միանիշ թիվ, օրինակ՝ 2,3,4 և այլն, ու ցույց է տրվում գրատախտակի ձախ կողմում պատկերված ուղղանկյունը, որի մեջ գրված է 5 թիվը: Բոլոր աշակերտները ստանալով որևէ թիվ՝ դրան գումարում են 5, ապա ասում են պատասխանը իրենց կողքինին: Այնուհետև վերջինս դա բազմապատկում է 2 – ով: Հետո ցույց է տրվում գրատախտակի ձախ կողմում տրված երկրորդ ուղղանկյան մեջ գրված թիվը: Երկրորդ նստարանին նստած առաջին աշակերտը նախորդ նստարանին նստած աշակերտից իմանալով նրա պատասխանը, դրանից հանում է 8: Այնուհետև դրա պատասխանն ասում իր կողքինին, որը դա բաժանում է 2 – ի: Ապա ցույց է տրվում գրատախտակի փախ կողմում տրված երրորդ ուղղանկյան մեջ տրված թիվը: Երրորդ նստարանին նստած առաջին աշակերտը իր նախորդի պատասխանին ավելացնում է 4 ու պատասխանն ասում իր կողքինին, որը դրանից հանում է 5 ու ասում վերջնական արդյունքը՝ սխեմայի մեջ գրելով այն, որը պիտի համապատասխանի առաջին նստարանին նստած առաջին մասնակցին ասված թիվը: Ըստ այդմ էլ՝ վերջինս այն հաստատում է կամ ժխտում: Հաղթում է այն շարքը, որն ավելի արագ ու ճիշտ է լրացնում գործողությունների շղթան: Եթե կան սխալ պատասխաններ, ապա դասի վերջում դրանք քննարկվում են:

Այսպիսով, դիդակտիկ խաղի ընթացքում ստացված արդյունքներն ունեն ուսումնական-ճանաչողական ուղղվածություն, ինչպես նաև աշակերտների մոտ դաստիարակվում է սեփական վարքը կառավարելու, խմբի մեջ՝ ի օգուտ խմբի աշխատելու հմտություն, աշակերտներին հաղորդում է զգացմունքային բավարարվածության զգացում և այլն: Այս ամենը նպաստել էր նրան, որ մեր կողմից իրականացվող փորձնական դասվանդմանը մասնակից աշակերտները ցուցաբերեցին դրական վերաբերմունք ուսուցման գործընթացի նկատմամբ, կարևորեցին համադասարանցիների հետ համագործակցությունը, և կարևոր էր այն, որ դասը ամփոփելիս նկատվեց մաթեմատիկական նյութի յուրացման ցանկալի մակարդակ:

Դիդակտիկ խաղերով դասի օրինակ

Դասարան՝ XI, Առարկա՝ երկրաչափություն

Դասի թեման՝ պտտական մարմիններ

դասի տիպը՝ նյութի ամփոփում

կահավորում՝ թեմատիկ պաստառներ, գլան, կոն, գունդ, գլանի հատույթ մոդելներ, համակարգիչ, մեծ էկրան, պրոեկտոր, նվագարկիչ, դասագրքեր, տետրեր:

Դասի ընթացքը՝

Դասարանը բաժանված է երեք խմբի՝ «Գլան», «Կոն», «Գունդ»: Ամեն խմբին նախօրոք հանձնարարված էր կարճատև դադար և կկազմակերպենք թարմացնող խաղ, կմիացնենք Պի թվի երաժշտությունը, մեկ աշակերտ ժամանակավորապես դուրս կգա դասարանից, իսկ մնացած աշակերտները արագ շրջան կկազմեն՝ վերհիշելով շրջանի սահմանումը և «Գունդ» խումբը կշարունակի ևս մեկ անգամ գնդի սահմանումը, ապա մեկ աշակերտ ընտրության կարգով տվյալ երաժշտության ներքո կսկսի ռիթմիկ շարժումներ կատարել և շրջանի աշակերտները պետք է կրկնեն նույն շարժը, իսկ դրսում գտնվող աշակերտը ներս մտնելով պետք է գուշակի՝ ով է պարի հեղինակը: Դադարից հետո կկատարենք գիտելիքների ստուգում, թեմայի ամփոփում դարձյալ խաղի տեսքով խաղն անվանելով «Սովորում ենք խաղալով»: Այս անգամ բաժանված խմբերը իրենց խմբի թեմայի վերաբերյալ հարցեր են կգրեն, թուղթը կծալեն, այնուհետև մասնակիցները կմոռոտենան՝ պատահականության սկզբունքով կվերցնեն թուղթը և կպատասխանեն հարցերին:

Արդյունքների ամփոփում կկատարենք՝ օգտվելով մասնակցության գնահատման չափանիշներից:

Գրականություն

1. *Այվազյան Է. Ի. (2016). Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկա: Դասագիրք մանկավարժական բուհերի մաթեմատիկայի ֆակուլտետների և ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի ֆակուլտետի ուսանողների համար/ Է. Ի. Այվազյան: Եր., ԵՊՀ հրատ., 2016*

2. **Выготский, Л.С. (1996).** Игра и ее роль в психическом развитии ребенка // Вопросы психологии. М., 1996. – № 6. – с. 74-75
3. **Захарова С.Н. (2016).** Математические кружки и игровые технологии на уроках математики в соответствии с требованиями ФГОС // Научно-методический электронный журнал «Концепт». М., 2016. – Т. 9. – с. 31–35
4. **Кругликов В.Н. (2000).** Активное обучение в техническом вузе: теоретико-методологический аспект. С-Пб, 2000 – 424
5. **Бощенко О.В. /сост./ (2012).** Математика. Игровые уроки. 5 - 9 классы / авт. — Волгоград: Учитель, 2012 – 133 с.
6. **Гельфман Э.Г., Холодная О.В. (2013).** Математика. 5 класс: учебник в 2 ч. Ч. 1 /– М.: Бином, 2013 – 152 с.
7. **Пестерева В.Л. (2015).** Методика обучения и воспитания (математика): учеб. пособие / В.Л. Пестерева, И.Н. Власова. – Пермь: Перм. гос. гуманит. ун-т, 2015 – 163 с.

ԴԻԴԱԿՏԻԿ ԽԱՂԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ

ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ

Խոսքովյան Հերմինե Էդվարդի

Ամփոփում: Աշխատանքի հիմնական նպատակը դիդակտիկ խաղերի կիրառության տեսական մեկնաբանումն է և դրանց արդյունավետության փորձնական գնահատումը մաթեմատիկայի դասաժամին: Մեթոդական գրականության մեջ դիդակտիկ խաղերը դիտարկվում են որպես գործողությունների տեսակ, ուսուցման մեթոդ և ուսուցման միջոց: Աշխատանքում դիդակտիկ խաղերը ներկայացվում են որպես ուսումնական պարապմունքների տեսակ, որոնք կազմակերպվում են ուսումնական խաղերի տեսքով՝ իրականացնելով խաղային, ակտիվ ուսուցման մի շարք սկզբունքներ, որոնք տարբերվում են կանոնների առկայությամբ, ֆիքսված կառուցվածքով և գնահատման համակարգով, ակտիվ ուսուցման մեթոդներից մեկով: Դիդակտիկ խաղերը մաթեմատիկայի ուսուցման մեջ թույլ են տալիս ավելացնել

առարկայի հանդեպ հետաքրքրությունը, ճանաչողական գործունեությունը և զարգացնել սովորողների կարողությունները, հետևաբար՝ բարձրացնել գիտելիքի որակը: Կատարվում է դիդակտիկ խաղերի դասակարգում ըստ անցկացման նպատակի: Դրանք կիրառվում են գիտելիքների թարմացման, նոր նյութի բացատրման, նոր և ուսումնասիրված նյութի ամրապնդման և սովորողների գիտելիքները վերահսկելու համար: Բերվում են դիտակդիկ խաղերի և դիդակտիկ դասի օրինակներ:

Բանալի բառեր: դիդակտիկ բառեր, մաթեմատիկա, ուսուցում, դիդակտիկ խաղերի կիրառում, գիտելիք, կարողություն:

ПРИМЕНЕНИЕ ДИДАКТИЧЕСКИХ ИГР НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Хосроян Эрмине Эдвардовна

Аннотация. При анализе литературы по проблеме данного исследования сделан вывод, что дидактическая игра в литературе понимается как вид деятельности, метод обучения и средство обучения. В данном исследовании дидактическая игра рассматривалась как вид учебных занятий, организуемых в виде учебных игр, реализующих ряд принципов игрового, активного обучения и отличающихся наличием правил, фиксированной структуры игровой деятельности и системы оценивания, один из методов активного обучения. Дидактические игры в обучении математике позволяют повысить интерес учащихся к предмету, познавательную активность и развить способности обучаемых, и, как следствие, повышению качества знаний. Классификация дидактических игр проводится по различным основаниям. Наиболее приемлемой при обучении математике является классификация дидактических игр по цели проведения: используемые при актуализации знаний; при объяснении нового материала; используемые при закреплении нового и изученного материала; используемые для контроля знаний учащихся.

Ключевые слова: дидактическая игра, математика, обучение, применение дидактических игр, знание, навык.

APPLICATION OF DIDACTIC GAMES IN MATH LESSONS

Khosrovyan Hermine Edward

Summary: When analyzing the literature on the problem of this study it was concluded that the didactic game in the literature is understood as a type of activity, method of teaching and learning tool. In this study a didactic game was considered as a type of classes organized in the form of educational games, implementing a number of principles of game, active learning and distinguished by the presence of rules, a fixed structure of game activities and evaluation system, one of the methods of active learning. Didactic games in learning mathematics allow to increase students' interest in the subject, cognitive activity, and develop the ability of students, and as a consequence, improve the quality of knowledge. Classification of didactic games is carried out on various grounds. The most acceptable in teaching mathematics is the classification of didactic games according to the purpose of conducting; used to update knowledge; used to explain new material; used to reinforce new and learned material: used to control students' knowledge.

Key words: didactic game, mathematics, education, application of didactic games, knowledge, skill.

Ստացվել է խմբագրություն՝ 20.04.2023

Գրախոսվել է՝ 15.08.2023

Կայքէջ է ուղարկվել՝ 20.08.2-23

**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ
ԻՄԱՍՏԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ
PHILOSOPHY OF MATHEMATICAL
EDUCATION
ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
ОБРАЗОВАНИЯ**

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ ԵԶՐՈՒՅԹԻ ՀԻՄՆԱՀԱՐՑԵՐԸ

Հարությունյան Արաքս Սամվելի

Սպարտակ Մկրտչյանի անվան «Բյուրակն» կրթահամալիր



Հարությունյան Ա.Ս., հայցորդ

Կրթական ոլորտում, երբ խոսում են ուսուցման կամ ուսումնական գործընթացի մասին, հաճախ է շեշտվում մեթոդ, մեթոդիկա, տեխնոլոգիա, եղանակ, միջոց եզրույթները՝ որպես ուսուցման որակի ապահովման գլխավոր բաղադրիչներ: Այս

հասկացություններն անչափ շատ են հանդիպում տարբեր աշխատություններում, սակայն չկա հստակ առանձնացված որևէ համընդհանուր սամանում կամ նկարագրություն դրանց համար: Մյուս կողմից անհրաժեշտություն կա տարանջատելու այդ հասկացությունները՝ դրանց էությունը հասկանալու համար:

Քննարկենք «Մեթոդ» եզրույթի որոշ սահմանումներ և մոտեցումներ:

Մեթոդ բառը ծագել է հուներեն «methodos» բառից, որը նշանակում է ճանապարհ, ուղի: Եվ հաճախ այն ամենաընդհանուր նշանակությամբ մեկնաբանվում է որպես նպատակին հասնելու եղանակ՝ որոշակի կերպով կարգավորված գործունեություն (Փիլիսոփայական բառարան, 1975):

Ռ.Դեկարտի մոտեցումները մեթոդի մասին ըստ էության հետևյալն են .

- «Մեթոդը մտածողության անցնելիք ճանապարհն է»,
- «Մեթոդը միջոց է բանականությունը ղեկավարելու համար»: (Ռ.Դեկարտ, 1968)

Փաստորեն Ռ.Դեկարտի այս երկու ձևակերպումներում մեթոդի կապը մտածողության հետ խիստ արտահայտված է:

Ի.Կանտը գտնում էր, որ մեթոդը միջոց է մանրակրկիտ և համակարգված գիտելիքներին հասնելու համար: Մեթոդի ուսուցումը հիմնականում տալիս է միջոցներ, որոնց շնորհիվ հնարավոր է դառնում հասնել գիտելիքի կատարելությանը (И. Кант, 1980):

Որպես կանոն՝ առանձնացնում են փիլիսոփայական (Փիլիսոփայական բառարան, 1975), ուսուցման (Л. А. Степанова, В.В. Пасечник, 2018), առարկայական, օրինակ՝ մաթեմատիկական (Ռ.Սարգսյան, 2012) և այլ մեթոդներ:

Շատ մանկավարժների մոտ առկա են մեթոդի տարբեր սահմանումներ: Օրինակ՝ Ի.Լ. Սաղովսկայան գտնում է, որ մեթոդը փոքրիկ հնարների ամբողջություն է (Л. А. Степанова, В.В. Пасечник, 2018):

Մեթոդի էությունը խիստ կապված է ուսումնական նյութի բովանդակության և մտածողության հետ: Եվ պատահական չէ, որ հաճախ առանձնացնում են հասկացման մեթոդ և ուսուցման մեթոդ եզրույթները (Степанова Л. А., Пасечник В.В., 2018): Սակայն նկատենք նաև, որ մեթոդի մասին խոսելիս, շատերը նկատի ունեն ուսումնական գործընթացի կազմակերպման ընթացքում կիրառվող տարբեր տեխնոլոգիաներն ու հնարները:

Այժմ անդրադառնանք «Մաթեմատիկական մեթոդ» եզրույթին:

Ինչպես «Մեթոդ» եզրույթի դեպքում, այնպես էլ «Մաթեմատիկական մեթոդներ, եղանակներ, հնարներ» եզրույթները շատերը գործածում են որպես հոմանիշներ (օրինակ՝ տե՛ս, Սարգսյան Ռ., 2012): Նկատենք, որ վերջիններիս մասին խոսելիս չեն սահմանվում այդ եզրույթները, և դրանք ըստ էության մեզ արդեն հայտնի համընդհանուր ուսուցման մեթոդներն ու հնարներն են, այլ ոչ թե խիստ առարկայական՝ մաթեմատիկական: Օրինակ՝ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում սովորողները յուրացնում են երկու անհայտով առաջին աստիճանի հավասարումների համակարգերի լուծման մի քանի ճանապարհ, որոնք հայտնի են որպես տեղադրման եղանակ, գործակիցների հավասարեցման (գումարման) եղանակ, գրաֆիկական եղանակ (Հանրահաշիվ 8-րդ դասարանի դասագիրք, 2012): Նկատում ենք, որ գործակիցների հավասարեցման եղանակում, հենց գործակիցների հավասարեցումը փոքրիկ հնար է, որից հետո համախմբի լուծումը բերվում է անհայտներից որևէ մեկի արտաքսման մեթոդին, որը նման է տեղադրման եղանակին: Փաստորեն համակարգի լուծման համար բավական է սովորողներին ծանոթացնել անհայտի արտաքսման մեթոդին, որը կարելի է անել մի քանի հնարներից օգտվելով, կախված հավասարումների տեսքից:

Մեկ այլ օրինակ է անհայտի նշանակման մեթոդը: Անհայտով նշանակման մեթոդը կիրառվում է մի շարք հավասարումներ լուծելիս: Օրինակ՝ եռանկյունաչափական, լոգարիթմական և այլ տեսքի հավասարումների լուծման ընթացքում օգտվելով անհայտի նշանակում կատարելու հնարից, փաստորեն այդ հավասարումները բերվում են պարզագույն հավասարումների լուծմանը: Ընդհանրացնելով կարելի է ասել, որ հնարը դա առավել փոքր գործողություններն են, իսկ մեթոդները ավելի ընդհանուր են:

Ջ.Պոյան խոսելով հնարների և մեթոդների մասին նշում է. այն փոքրիկ հնարները, որոնք օգտագործվում են որևէ խնդիր լուծելիս, իսկ հետագայում դրանք կիրառվում են նաև մի շարք այլ խնդիրներ լուծելու ժամանակ, ապա այդ հնարները կարելի է համարել մեթոդներ (Д. Поля, 1970):

Հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ շատերն են զբաղվում մաթեմատիկական մեթոդների և դրանց կիրառության հարցերով, սակայն բացակայում է «Մաթեմատիկական մեթոդ» եզրույթի որևէ հստակ սահմանում: Մյուս կողմից ակնհայտ

է, որ շատ խոշոր գիտնականներ են կարևորել «Մաթեմատիկական մեթոդները», և դրանց նշանակությունը մաթեմատիկական գործունեություն իրականացնելիս:

Օրինակ՝ Լայբնիցը նշում է. «Լուծման մեթոդը լավն է, եթե հենց սկզբից մենք կարող ենք կանխատեսել և հետո ապացուցել, որ հետևելով այդ մեթոդին՝ մենք կհասնենք մեր նպատակին» (Վ. Սոյն, 1970):

Որոշ հեղինակներ առանձնացնում են տարբեր մաթեմատիկական մեթոդներ՝ հենվելով նրանց իմաստի և նշանակության վրա:

Օրինակ՝ Է.Բ.Այվազյանը անդրադարձել է մասնավորաբար ապացուցման մեթոդներին և այդ շրջանակում առանձնացրել է հետևյալ ապացուցման մեթոդները. (Այվազյան Է.Բ., 2013)

1. Համադրման մեթոդ,
2. Վերլուծական-համադրման մեթոդ
3. Հակասության մեթոդ
4. Բացառության մեթոդ
5. Հերքում հակաօրինակի մեթոդով
6. Կառուցարկման մեթոդ
7. Լրիվ ինդուկցիայի մեթոդ
8. Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդ:

Իսկ Գ.Մ.Միքայելյանը, խոսելով տարրական մաթեմատիկայի մեթոդների, սկզբունքների և հնարքների մասին, առանձնացնում և թվարկում է հետևյալ մաթեմատիկական մեթոդները. (Միքայելյան Գ.Մ., 2016)

1. Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդ
2. Հակասող ենթադրության մեթոդ
3. Անորոշ գործակիցների մեթոդ
4. Ֆունկցիոնալ մեթոդ
5. Վեկտորական ապարատի մեթոդ
6. Կոորդինատային մեթոդ
7. Հաջորդական տարբերությունների մեթոդ
8. Գնահատման մեթոդ

9. Եզրայինի կանոնի մեթոդ
10. Դիրիխլեի մեթոդ
11. Էյլերյան շրջանների կիրառման մեթոդ
12. Անվերջ վայրեջքի մեթոդ
13. Գրաֆիկների կիրառության մեթոդ
14. Երկրաչափական տեղերի մեթոդ
15. Երկրաչափական ձևափոխությունների մեթոդ
16. Ինվերսիայի մեթոդ
17. Կառուցման խնդիրների լուծման հանրահաշվական մեթոդ
18. Հավասարումների անհավասարությունների լուծման ապացուցման մեթոդներ և այլն:

Հաճախ հարակից գիտություններում մի շարք խնդիրների լուծումը բերվում է մաթեմատիկական հաշվարկների, որտեղ օգտագործվում են տարբեր մաթեմատիկական գիտելիքներ կամ մեթոդներ: Օրինակ՝ տնտեսագիտության մեջ, ֆիզկիայում և այլ բնագավառներում, հաճախ են կիրառում մի շարք մաթեմատիկական գիտելիքներ և մեթոդներ:

Այսպիսով՝ պարզ է, որ դեռ հստակ մեկնաբանված չէ «Մաթեմատիկական մեթոդ» եզրույթը և ուսումնասիրված չէ այդ մեթոդների դասակարգման հարցը:

Ուսումնասիրելով մեթոդի մասին տարբեր մոտեցումներ՝ տանք մաթեմատիկական մեթոդի սահմանումը.

Մաթեմատիկական մեթոդը որևէ խնդրի լուծման նպատակով մտածողության ուղեգիծն է, որի հիմքում ընկած է մաթեմատիկական գիտելիքների և գործողությունների համակարգված ամբողջություն:

Այստեղ պետք է ուշադրություն դարձնել այն հանգամանքին, որ մաթեմատիկական կրթությունը իրենից ներկայացնում է որոշակի մաթեմատիկական գիտելիքների, մաթեմատիկական մեթոդների և մաթեմատիկական մտածողության յուրացման և ձևավորման գործընթաց:

Փաստորեն մաթեմատիկական կրթության բովանդակության անմասն բաղադրիչ են մաթեմատիկական մեթոդները: Նման հարցերի ուսումնասիրության և դրանց լուծման

կարևորությունը առանձնահատուկ մատնանշում Մ.Ա.Մկրտչյանը նշելով, որ դա խիստ անհրաժեշտ է մաթեմատիկական կրթության բովանդակության կառուցվածքի և առարկայական չափորոշիչների բարեփոխման խնդիրներում (Մկրտչյան Մ.Ա., 2022): Սովորողների կողմից հաճախ մաթեմատիկական առարկաների ուսումնասիրության ընթացքում հետաքրքրության պակասը, դժվարությունները պայմանավորված են այս կամ այն խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ մեթոդների ոչ բավարար իմացության հետ: Հաճախ, ոչ չարամտորեն՝ առաջին պլան մղելով մաթեմատիկական գիտելիքները՝ անուշադրության են մատնվում մաթեմատիկական մեթոդների և մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման և զարգացման խնդիրները: Արդյունքում սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկական առարկաների նկատմամբ նվազում և մարում է:

Այս հարցին անդրադարձել է նաև Զ.Պոյան նշում է, որ միջին դպրոցի մաթեմատիկայի հիմքում պետք է խիստ արտահայտված լինի առաջադրանքների լուծման մեթոդական կողմը (Д. Поля, 1970):

Փաստորեն կարևոր է մեթոդը մաթեմատիկական կրթության բովանդակության բաղադրիչ դարձնելու, վերջիններիս ճիշտ և նպատակաուղղված ընտրության հարցերը:

Գրականություն

1. ***Այվազյան Է.Բ. (2013)***, Ապացուցումների ուսուցման չափորոշային արդյունքների կանխատեսման մեթոդաբանական հիմունքները, ԺԳ.00.01-մանկավարժական գիտությունների դոկտորի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսություն, Սեդմագիր, Երևան 2013:
2. ***Դեկարտ Ռ. (1968)***, Քննախոսություն մեթոդի մասին, Հայկական ՍՍՀ գիտություններին հրատարակչություն/ Երեվան 1968:
3. ***Հանրահաշիվ, 8-րդ դասարանի դասագիրք (2012)*** / թարգմանիչ և խմբագիր՝ Ռուբեն Ավետիսյան-Եր.: Անտարես, 2012-280 էջ:
4. ***Մկրտչյան Մ.Ա. (2022)*** - «Դատողություններ մաթեմատիկական կրթության հիմնահարցերի վերաբերյալ» /Մ.Ա.Մկրտչյան.-Եր.:Հեղ.հրատ., 2022.- 144 էջ:

5. *Միքայելյան Գ.Մ., Մարգարյան Ա.Մ., Բաղդասյան Ռ.Գ. (2016)*, Օլիմպիադական սեմինար պարապմունքներ/ Երևան:ՆՏ Հովիթինգ, 2016.-277էջ:
6. *Մարգարյան Ռ. (2012)*, ԴԱՍԱԽՈՍՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՅԻՑ:Ընդհանուր մեթոդիկա:Ուսումնաօժանդակ ձեռնարկ/ Եր.,Զանգակ,2012.-184 էջ:
7. *Փիլիսոփայական բանարան (1975)*, «Հայաստան» հրատարակչություն. Երևան-1975:
8. *Пойа Д. (1970)*, Математическое открытие// Решение задач:основные понятия, изучение и преподавание//Москва., 1970г. – 452с.
9. *Кант И. (1980)*. Трактаты и письма // Наука, Москва., 1980,С.435.
10. *Степанова, Л. А. Пасечник В.В. (2018)*. Генезис понятия «метода» в педагогической науке / Педагогика № 10, 2018 г., стр. 39-47.

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ ԵԶՐՈՒՅԹԻ ՀԻՄՆԱՀԱՐՑԵՐԸ

Հարությունյան Արարս Սամվելի

Ամփոփում: Հոդվածում քննարկել ենք մեթոդ, մաթեմատիկական մեթոդ հասկացությունների սահմանումների հետ կապված խնդիրները: Մասնավորապես ուսումնասիրել ենք և առանձնացրել որոշ սահմանումներ և մեկնաբանություններ՝ բացահայտելով այն խնդիրը, որ հաճախ մեթոդ, մեթոդիկա տեխնոլոգիա, եղանակ հասկացությունները օգտագործվում են որպես հոմանիշներ: Նկատել ենք, որ շատերն են խոսում մաթեմատիկական մեթոդի և դրա կարևորության մասին, սակայն դեռ տրված չէ մաթեմատիկական մեթոդի սահմանումը: Հստակեցրել և ձևակերպել ենք մաթեմատիկական մեթոդ եզրույթի հիմնահարցերը: Սահմանել ենք մաթեմատիկական մեթոդ հասկացությունը, բերել ենք կոնկրետ օրինակներ մաթեմատիկական մեթոդի և հնարների տարբերությունը ցույց տալու նպատակով: Ինչպես նաև ցույց ենք տվել մաթեմատիկական մեթոդի դերն ու նշանակությունը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում: Անդրադարձել ենք մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում սովորողների մոտ հետաքրքրության պակասին, առաջացած դժվարություններին և այլ կարևոր հարցերին: Մասնավորապես, առաջին պլան մղելով մաթեմատիկական գիտելիքները՝ անուշադրության են մատնվում մաթեմատիկական մեթոդների և

մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման և զարգացման խնդիրները: Արդյունքում սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկական առարկաների նկատմամբ նվազում և մարում է: Կարևորելով խնդիրների լուծման մեթոդական վերլուծության հարցը նկատել ենք, որ այդ հարցերը նաև ձևակերպված են Ջ.Պոյայի կողմից: Այսպիսով՝ կարևոր է մեթոդը մաթեմատիկական կրթության բովանդակության բաղադրիչ դարձնելու, վերջիններիս ճիշտ և նպատակաուղղված ընտրության հարցերը:

Բանալի բառեր: Մեթոդ, մաթեմատիկական մեթոդ, մաթեմատիկական կրթության բովանդակություն, ուսուցման գործընթաց, մաթեմատիկական գիտելիք, մաթեմատիկական մտածողություն:

ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕРМИНА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА

Арутюнян Аракс Самвеловна

Резюме. В статье мы обсудили проблемы, связанные с определениями понятий терминов метода и математического метода. В частности изучили и выделили некоторые правила и комментарии, обнаружив те проблемы, где часто метод, методика, технология, способ используются как синонимы. Заметили, что многие говорят о математическом методе и о ее важности, хотя еще нет определения математического метода. Уточнили и определили основные проблемы термина математического метода.

Определили понятие математического метода, привели конкретные примеры математического метода и способов с целью показать разницу. Так же показали роль и значения математического метода в процессе школьного обучения. Отметили недостаточный интерес учащихся к урокам математики в школе к трудностям и к другим важным вопросам. В частности выдвигая на первый план математические знания остаются без внимания математические методы и формирования математического мышления и задачи развития. В итоге падает угасает интерес к математическим предметам. Подчеркивая методический анализ во время решения задач, мы заметили, что эти вопросы также были сформулированы Д.Пойей. Таким образом, важно сделать метод составной частью содержания математического образования, выбрать его правильно и целенаправленно.

Ключевые слова. Метод, математический метод, содержание математического образования, процесс обучения, математическое знание, математическое мышление.

THE PROBLEMS OF THE TERM MATHEMATICAL METHOD

Harutyunyan Araks Samvel

Summary: In this article there were discussed the problems connected with the definitions of the concepts of method , mathematical method . In particular we studied and separated some definitions and commentaries revealing the fact that the concepts of method, methodology, technology, mode are often used as synonyms. We observed that many people speak about mathematical method and about its importance, but still the definition of mathematical method isn't given. We defined the concept of mathematical method, gave exact examples in order to show the difference between mathematical method and technique. Besides we revealed the role and significance of mathematical method at school mathematics lessons. We clarified and defined the question of the term mathematical method as well. We referred to the lack of interest, occurred difficulties and other important questions in the school mathematics learning process. In particular, prompting mathematical knowledge to the foreground, mathematical methods and problems of forming and developing mathematical thinking are neglected. In the result, the pupil's interest to the mathematical subjects is decreased and faded. Giving prominence to the methodological analysis of the problem solving, we noticed that these problems were formulated by J. Poya. Hereby, it is important to make the method a part of the content of mathematical education and to choose them properly and purposefully.

Key words: Method, mathematical method, the content of mathematical education, teaching process, mathematical knowledge, mathematical thinking.

Ստացվել է խմբագրություն՝ 20.04.2023

Գրախոսվել է՝ 15.08.2023

Կայքէջ է ուղարկվել՝ 20.08.2-23

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ՀՈԳԵԲԱՆԱԿԱՆ
ՀԻՄՈՒՆԶՆԵՐԸ
PSYCHOLOGICAL FOUNDATIONS OF MATHEMATICAL
EDUCATION
ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

POSITIVE EMOTIONS OF STUDENTS IN THE CONTEXT OF DIGITALIZATION
MATHEMATICS EDUCATION

ORCID 0000-0001-5387-1115

Mikaelian Hamlet Suren

Armenian State Pedagogical University after Khachatur Abovyan, Yerevan, Armenia



*Mikaelian H.S. d. p. s, Ph.D. of math,
professor*

1. Introduction

Academician A.L. Semenov, considering the important role of digitalization in the future of secondary schools, writes: “Tomorrow humanity will be no less digital than it is today. The school will survive only if it manages to bridge the digital gap between it and the world around it” [1]. At the

same time, the new generation, as if confirming this idea, is actively involved in the process of assimilating digital technology and great efforts are required from parents to tear them away from various ICT means and direct their interest to the educational process. There is also an important psychological consideration in favor of digital technology. Children, especially boys, usually try to conceal their busyness with lessons or books since it is not acclaimed by some groups of students. On the other hand, knowledge of digital technology is encouraged everywhere and by everyone. It seems enough to show the need to involve digital technology in the field of teaching subjects. The problem is more relevant for the process of teaching mathematics, which is also considered important in the works [2-4].

At the same time, although the development of attention, memory, imagination, perception, thinking and intelligence of students is also considered important in conceptual approaches to the digitalization of education [5], in studies related to the digitalization of mathematical education, the problem of the formation and development of mental phenomena of students lacks for attention, despite the fact that the problem has been studied in the context of traditional teaching of mathematics [6, 7].

The most important mental processes are human emotions and emotional experiences. Man, as a biological creature has certain needs to survive. He receives signals aimed at satisfying these needs or at eliminating them through his emotional world - emotions and feelings. Emotions or emotional experiences are manifested as a result of satisfaction or dissatisfaction of these needs. Positive emotions express the satisfaction of a person's needs, while negative emotions - lack of satisfaction. [8,9].

The effectiveness of the educational process is largely due to the positive emotions of the students and how to keep them away from negative emotions. In [10], I considered the problem of emotions and emotional experiences of students in the process of teaching mathematics in the context of traditional teaching, depending on the aesthetics of the mathematical material and the teaching process. In this paper, I consider the same problem in the context of digitalization of the process of teaching mathematics. Moreover, considering the scale of the study, I limited myself to only positive emotions. The emotions of satisfaction were studied, as well as communication and intellectual emotions.

The process of teaching mathematics is certainly related to the signs of scientific beauty: it has a great potential for the formation of aesthetic values and the presence of aesthetic appeal significantly increases the effectiveness of the educational process [11-13]. It turns out that IR technology is also in best harmony with the objective and subjective signs of scientific beauty; besides, it imparts the

educational process aesthetic appeal, which becomes the reason for positive emotional experiences. It should be noted that the search for ICT means turns into an intellectual search, which is a sign of scientific beauty [11]. Thus, it becomes one of the main motives that attract children [14-16].

An important cause of emotions and emotional experiences of satisfaction is the process of cognition, so it was important to clarify the role of IC technology in the formation of levels of mathematical cognition. IC technology, which is available to all students, significantly contributes to the formation of two levels of cognition of Blum's taxonomy [17] - the first (knowledge) and the third (application). For the formation of the second level of cognition - understanding, which plays an extremely important role in the process of teaching mathematics, more significant ICT means are necessary which are no longer available to most students.

It is important to note the connection of IC technology with emotional experiences of pleasure: IC technology increases these experiences and tend to lead society towards a hedonistic lifestyle.

IC technology also activates intellectual emotions. Interest and surprise, guesswork and emotions of guessing are very important in improving the effectiveness of the learning process in mathematics. IC technology has a significant impact on it. In particular, the paper discusses the value of the emotional experience of guesswork in solving entertaining, historical tasks and problems in general.

An important issue is the effective use of ICT tools in considering an emotion that may seem far from mathematics and its teaching - entertainment. The work examines anecdotes, riddles, fables, khraakhchanakans of the famous Armenian mathematician of the 7th century - Anania Shirakatsi, as materials leading to this emotional experience [18].

2. Emotions of satisfaction

In the process of teaching mathematics, emotional experiences of satisfaction for students can bring emotions of satisfaction, pleasure and joy. E.P. Ilyin, as an emotion of satisfaction, singles out only satisfaction and joy [9]. However, here we also consider pleasure, as an emotion of satisfaction, as an emotion located between the two marked emotions.

Satisfaction is an emotional state, an experience that arises when human needs, desires and aspirations are fulfilled. The high levels of satisfaction are pleasure, enthusiasm, inspiration; the highest levels of satisfaction are admiration, delight, joy and ecstasy. In psychology, it is believed that for the emergence of full satisfaction, it is necessary to understand the cause and comprehend the essence of the phenomenon that leads to satisfaction [9]. In the process of teaching mathematics, the

reason for the satisfaction of the student can be: 1) the fulfillment of educational duties, 2) cognition of the educational material.

In the first case, important motivational circumstances are the prospect of being noticed in class, receiving encouragement, high teacher appreciation or parental praise. Such motivation pushes the student to comprehension/knowledge of the educational material. However, in the accepted scientific standards [17], knowledge is only the first level of cognition, followed by the level of understanding; knowledge without understanding does not mean knowing. This simple truth is generally not comprehensible in education system. Moreover, it is common to characterize education as the education of knowledge. According to this, the result of education, including the written and oral speech of the student, the levels of speech culture are characterized and evaluated according to the knowledge accumulated by him. In our country, state and some intraschool exams in the form of assessment tests are aimed to achieve this result, where only the knowledge of students can be manifested: the ability to memorize facts, while higher levels of the cognitive process remain out of sight.

In the case of mathematics, the problem is more complicated. Often, even mathematics students at university during the exam in their specialty reproduce rather complex knowledge, but do not understand its meaning. They don't cheat, they just memorize the relevant material. I remember my high school maths teacher training students how «to cheat» which could not be controlled by the teacher. He said: "Copy from the book into your head and copy from your head into your notebook in the exam."

Those who follow this "method", in fact, memorize knowledge, can accurately reproduce it, but do not understand the meaning, content. Accordingly, this is a kind of cheating which is not actually controlled by a teacher. Such knowledge is not understood by a student and cannot either be applied in practice or meet the requirements of this and higher levels of cognition.

At the same time, speech reproducing such knowledge is only the result of the memory process and does not require significant involvement of thinking. That is, the process of teaching mathematics does not fulfill its most important function of forming and developing the logical thinking of students. I want to note the peculiarity of mathematical cognition once more: knowledge, memorization, being the lowest level of cognition, can even get a negative connotation if it is not fixed by the level of understanding; in this case it is characterized as rote-learning or learning by heart.

Nevertheless, by accumulating knowledge and doing the teacher's assignment, the student is thought to have completed his academic duties and expects a positive reaction from both the teacher

and the parents. Here, the mental state accompanying the process is an emotional experience of satisfaction which can also inspire the student.

In the second case, when the source of the student's satisfaction is the cognition of the educational material, the understanding of the essence comes to the fore, since without understanding knowledge cannot be complete. The student begins to be interested in the educational material, he learns to ask himself the question "why?" and find an answer or receive it from a teacher or classmates. In the second case, communication is an additional source of emotional experiences of satisfaction; accordingly, emotional experiences of satisfaction rise to a higher level, turning into pleasure and joy.

Understanding knowledge is also an important prerequisite for securing the next level of cognition - the level of application. Application of knowledge already anchors emotional experiences of satisfaction, pleasure and joy and makes them long-lasting and persistent.

What can digitalization of mathematics education contribute to this situation? When it comes to the first reason for motivating satisfaction, which is the performance of academic duties, then ICTs can increase emotional experiences of satisfaction. These are additional and better means of demonstrating knowledge that can and do serve successfully as tools for testing knowledge. It should also be noted that ICT-assisted inspections convey an additional signal of satisfaction because of their unbiased principle.

How is the problem of ensuring the levels of knowledge solved in the case of ICT application? First, we note that the possession of ICT presupposes the implementation of some algorithms and is mainly associated with the first level of cognition - knowledge. Demonstration of mathematical material with their help - an electronic board, presentation, arrangement of slides in it, interesting design, etc. also contributes to memorization in the best way, that is, the accumulation and consolidation of knowledge.

Meanwhile, the problem of understanding remains unresolved. Indeed, mathematics and knowledge of its abstract material require introspection, free and uninhibited activity of thinking, imagination, which can be hindered by ICT. Here one might think about getting satisfaction through a level of understanding by using more sophisticated ICT tools. For example, the dynamic mathematical program GeoGebra makes it possible to see in motion and understand the essence of geometric theorems or the mechanism for solving a problem [14]. However, no tangible progress has been made in obtaining an answer to the question "Why?", that is, in finding evidence. The same applies to solving math problems.

ICT tools provide ample opportunities to demonstrate the applications of mathematical materials. The possibilities of the Internet are invaluable here, the use of which can become an important source of emotional experiences of satisfaction.

The next emotion that gives emotional experiences of satisfaction is *pleasure*. Pleasure is a positive, more emotional than satisfaction, condition that results from the satisfaction of important human needs. Buddha considered pleasure as a passion, and avoiding it as the path of immortality. It was followed by the Stoics, who believed that pleasure can be addicted with the object of pleasure. Epicurus, on the contrary, equated pleasure with happiness which was later adopted by representatives of the philosophical direction of hedonism [19]. One of the four principles pledged in Freud's theory of the work of the human psyche/mind is the principle of pleasure which shows the desire of the human psyche to reduce human stress to a minimum [20].

The above shows the importance of pleasure and its emotional experiences in the educational process. The whole process of teaching mathematics is accompanied by the active activity of the mind and consciousness of the student; with the correct organization of training, the emotional state of pleasure can be one of the frequent manifestations of the psyche of the student. However, not all students actively participate in the mathematics lesson and only a few students enjoy math classes. Most students not only do not have emotional experiences of pleasure, on the contrary, a math lesson is a source of unpleasant emotions for them. In [10], the involvement of the aesthetics of mathematics is proposed as a way to fill this gap.

Can the digitalization of mathematics education be a solution to the problem, directly increasing pleasure received from a math lesson or achieve this by increasing the aesthetic element in the teaching process?

The issue is also important from the point of view of the relationship between the digitalization of education and hedonism. Undoubtedly, literature and books were and are an important source of pleasure. However, the number of people enjoying books in the past was small and now it is even smaller. On the other hand, ICT influences almost the entire society.

The same can be said for the school. The fact that at present ICT tools have become appealing for the younger generation and communication with their children has become a problem for parents, proves the attractiveness of ICT and the pleasure obtained from the process of interacting with them. The Internet is full of pictures, games, videos, films, virtual communication, etc. that attract children. These objects, if they work well, can also be of a mathematical nature, with impeccable technical performance and color saturation, as well as with a variety of choices.

The possibilities of the Internet to fill the student's shortcomings in the matter of “memorizing” and assimilating the processed educational material can be added as sources of pleasure.

The Internet can show many excellent and unexpected examples of the manifestation of symmetries, proportions, the golden ratio and other objective signs of scientific beauty in general from everyday life, art and nature. Finding them is not just entertainment, but an intellectual search - a subjective sign of scientific beauty [13], which gives finding a certain aesthetic appeal and turns it into a pleasant experience. During the search, such subjective signs of scientific beauty as unexpectedness, unpredictability, etc. may also appear, which also increase emotional experiences of pleasure. Thus, we can note that the involvement of ICT can increase the emotional element of pleasure in the process of teaching mathematics, expanding both qualitatively and quantitatively the scope of influence.

Speaking of the philosophical manifestations of the digitalization process, we can note that digitalization tends to direct the entire society towards hedonism or a hedonistic lifestyle.

The next emotion that gives emotional experiences of satisfaction is **joy**. Joy is a positive state, more emotional than pleasure. It arises as a result of the satisfaction of more significant human needs. A source of joy can be food, drink, movement, communication with people, play, as well as cognition or knowledge, beauty and life in general. In a mental state of joy, a person feels confident and significant, becomes active, easily joins in relationships and activities. In the opposite emotional state of joy - sadness, when significant needs are not satisfied, the person is passive, he does not communicate with people, is reluctant to perform his activities or avoids it. A person experiences emotional states of joy or sadness when he achieves or fails to achieve his goals, solves or fails to solve plans and tasks.

These emotional states are specific to the learning process for each school discipline. However, unlike other disciplines, each mathematical lesson is distinguished by a variety of problems and the crispness of their solutions and answers. The variety of problems offered in a mathematical lesson contributes to the frequent manifestations of joy or sadness, their crispness and search of solves gives a certain aesthetic color to the process of teaching mathematics and makes it similar to a game. The joy of solving a math problem is similar to the joy of winning the game. However, the bitterness of defeat in the game and the sadness of solving a problem in mathematics are significantly different emotions. In the former - an element of comparison with another is manifested, in the latter - a negative assessment of one's own abilities [10].

The involvement of ICT in the process of teaching mathematics makes the abstract material of mathematics into a more objective one. Usually, students successfully overcome the technical side of

using these tools and the above math game becomes more interesting and attractive, bringing joy to the participants. In the process of teaching mathematics, as a result of the involvement of ICT, objective and subjective signs of mathematical beauty, the external aesthetics of mathematics [13], the applied environment of mathematics receives new opportunities and becomes a great source of emotional experiences of joy.

From the perspective of the relationship between the internal and external aesthetics of mathematics, for example, I consider the following material with mathematics students. I draw three drawings on the blackboard, two of which are circles with one line crossing it and the other not crossing it. In the third picture, there is a circle with a tangent. To my question: "Which drawing is more beautiful?" - the students point at the circle with a tangent. Then I ask: "Can we say that in that picture the straight line loves a circle and vice versa?" The students agree. I erase everything from the board and draw three cases of the relative position of the circle and the triangle, where only in one drawing the circle touches all the sides of the triangle. The students choose this drawing as the most beautiful and agree that here the circle and the triangle love each other.

To my next question, which of the drawings is a boy and which is a girl, everyone, led by the girls, answers that the circle is a girl, while the triangle is a boy. I agree and propose to formulate a well-known geometric theorem (in any triangle you can inscribe a circle and only one) in this language of love. The answer is immediate. It goes like this: every boy loves one and only one girl. My next question is already confusing the students: "How many boys can a girl love?" Boys answer: every girl can love an infinite number of boys. Taking into account the Armenian moral approaches, this answer shows that the girls were wrong with the choice of the circle. Of course, the emotional atmosphere in class can be only joyful.

This training episode was more interesting and more effective for those groups where the lesson was conducted using the e-board.

3. Intellectual emotions

The process of learning mathematics is accompanied by positive intellectual emotions and emotional experiences. Interest, guesswork and surprise are inseparable from this process and are the most important indicators that determine the effectiveness of learning.

Interest is an important intellectual emotion. K. Izard considers interest to be a positive emotion which a person experiences more often than any other emotion. He believes that there is some kind of inner emotion of interest in a person, which provides a selective stimulus to the processes of perception

and attention, stimulates his cognitive activity and regulates it. Interest contributes to a person's performance. It is biologically necessary for the implementation of creativity [8].

Changes, inspiration and novelty are the main factors for activating interest [9, p. 103-112]. In [16], we show that the use of ICT significantly increases each of the factors that stimulate interest. There is also a difference between short-term and long-term interests. The former is combined with some tension, impatience to find out the result, whereas the latter is emotional and motivational experiences aimed at cognizing the object [9, p. 215]. ICT tools also facilitate the effective expression of these two types of interest.

The activation of students' interest is mainly due to the educational material, the degree of involvement of the applied environment, the system of tasks, methods and means of teaching. If we start from the end, it should be noted that ICT tools, an electronic interactive whiteboard in particular, have tremendous opportunities to make the presentation of educational material in mathematics interesting. For this purpose, it can be useful to practice the alternation of the presentation of abstract-theoretical educational material of mathematics with applications in everyday life, science and various fields of technology. It can be also purposeful to use applied and entertaining tasks, the widespread inclusion of which in the educational process is also possible through the Internet and electronic board.

In [16] we show the indicators of interest of students with the humanitarian bias in conditions of traditional teaching of mathematical material and aesthetic value-oriented teaching both with the use of ICT and without it. The experiment was carried out according to the technique proposed by V. S. Cherepanov [21]. In the first of the selected three groups, where mathematics was taught according to the traditional method, the indicator of interest was 0.3 (not very interesting). In the second group, where attention was paid to the aesthetic value orientation, the indicator of interest was 0.6 (interesting); in the third group, where the aesthetic value orientation was given priority in the context of the use of ICT, the indicator was 0.75 (very interesting).

Thus, the results of the experiment showed that the digitalization of mathematics education, increasing the aesthetic appeal of the educational process, becomes an additional incentive for enhancing students' interest in the mathematical material being taught.

The next important intellectual emotion is **guesswork**. Guesswork is a preliminary answer to the question posed. In the process of finding a guess, a person has a corresponding experience - the emotion of guessing [9]. Guesswork and the resulting emotions are important principles of organizing life. They play an important role in the self-realization of a person, in the performance of creative activities.

Guesswork is also an essential element of such signs of mathematical beauty as signs of intellectual search, finding and discovery. The emotion generated as a result of their manifestation is the motive that gives an aesthetic shade to a mathematical object and that is why Von Neumann believed that mathematics developed mainly due to aesthetic motives [13].

A guess is an assessment of some new, not realized, result of solving a problem. In general, during problem solving, emotional manifestations of guesswork occupy an important place in ensuring mental activity. The entire process of solving a problem is based on intuitive guessing processes and emotional experiences emanating from them. An experienced teacher often involves theorem proving in this emotional area.

Entertaining and historical tasks can be an important source of the emotion of guesswork. It is known that the "first European" Charlemagne laid the foundations of modern Europe in the capital of his great empire Aachen by founding an academy; he invited Alcuin of York- an English scholar, clergyman, poet and great thinker of the time- to head the academy. One of the first steps in that position was the compilation of a problem book of entertaining mathematical problems "For training the mind." These tasks, together with their main function, are still an important source of entertainment.

Two centuries before Alcuin in small Armenia, Anania Shirakatsi wrote his problem book in mathematics [18]. Although the tasks from this book did not have the aesthetic charm of Alcuin's tasks, they were incomparably superior to him in mathematical content, depth of applicability and educational purpose.

Moreover, behind the simplicity of Shirakatsi's problems and their solution, there was often hidden logical depth and surprise- signs of scientific beauty, which gave additional aesthetic charm to mathematical material. We can learn about Alcuin and Shirakatsi, the countries and periods they lived in from the Internet. Such observations are very effective ways to familiarize students with national and universal values through value oriented learning [22, 23].

The emotional experiences of guessing include a variety of riddles and fables, which we will consider later in the section on entertainment.

An important intellectual emotion is **surprise**. Surprise expresses an encounter with an unknown, unusual object or phenomenon; this is the emotional state when the expected and received results or impressions of the object or phenomenon do not coincide. The greater their difference, the greater the surprise. If the positive expectations are greater than the received ones, the emotion is negative, otherwise the emotion is positive. Positive emotions of surprise stimulate the activation of human activity, increase his interest [9].

Surprise is extremely important in the learning process of mathematics, because "learning mathematics begins with surprise." As in the case of interest, the reason for surprise can be, first of all, the teaching material, its applications, tasks, methods and means of presenting the material. Mathematical teaching materials have different potential for causing surprise. In some materials, this potential is quite large. Such materials are tasks of construction, theories of probability and combinatorics, separate problems of written and oral counting, etc. Here, the role of problems that reduce to an obviously incorrect solution through the deliberate and veiled use of certain mathematical facts is especially important. Similar problems can be proposed within the framework of any mathematical material, which the author did in the textbooks [24–26]. The title of these tasks is enticing, which already prepares for surprise - "Find a mistake."

When teaching some topics, one can consider mathematical sophisms - Zeno's aporias, etc. Experience has shown that they are surprising even among students with low academic performance in mathematics. Before giving the definition of an infinitely decreasing geometric progression, in textbooks [26] I considered the aporia of Fast Achilles and the tortoise. Here you can brighten up the example with animation. In general, ICT tools make it possible to make the expected and obtained results obvious and increase the emotional charge of surprise.

For example, before going through the Pythagorean theorem, we can fix one of the corners of the triangle and calculate the sums of the squares of the adjacent sides and the square of the opposite side. Then we gradually change the value of the angle and continue the comparison. As a result of such comparisons, students will come to an unexpected and surprising conclusion: from the expressions obtained, the first is greater if the angle is acute, the second is greater if the angle is obtuse. They are equal only if the angle is right.

4. Communicative emotions

Although mathematics and the process of its teaching are competitive in nature, which causes negative communicative emotions - embarrassment, shame, guilt and contempt, nevertheless, communication can also play a certain positive role in increasing the effectiveness of learning. Here I consider communicative emotions and emotional experiences of entertainment and a sense of humor in the context of digitalization of the process of teaching mathematics.

It seems that the process of learning math has nothing to do with the emotional manifestations of *entertainment*. However, at different times entertainment and comedy were used as factors to soften the essence filled with the seriousness of the mathematical activities.

Entertainment in mathematics activities is largely due to unexpected mathematical judgments. Moreover, as Montesquieu notes, “to give the phenomenon a comical, entertaining shade, the unexpected must be ugly” [27]. In the case of mathematics, this ugly one may be an obvious error which was obtained with the help of "exact" mathematical judgments. It is clear that such judgments contain veiled errors that are difficult to notice at first glance and the discovery of which becomes the cause of entertainment. Similar judgments were observed in ancient Greece by sophists who tried to "prove" obviously false statements. They caused both surprise and bewilderment among pupils (and not only pupils), as well as entertainment and laughter. The same goal is pursued by latent erroneous judgments used in mathematics itself and in the process of teaching it. Here, as in the case of the emotion of surprise, the role of problems that reduce to obviously erroneous results through the deliberate and latent misuse of certain mathematical facts is especially important.

In general, the proposal of a task or riddle and their solution, together with the emotional experience of guesswork, also contain shades of comic and entertainment and thereby contributes to overcoming the daily routine. Our ancestors also guessed this and widely used the practice of proposing-solving problems and riddles in everyday life, turning them into an important component of the traditional feast. This applies to all social strata of Armenian reality, from the king to the ordinary peasant. For example, the feast of the Armenian kings consisted of three parts: a meal, a drink and a spiritual part. During the latter, tasks and riddles were asked [28].

As H. Petrosyan notes: “more than once, medieval Armenian thought widely used various aspects of the people's worldview, customs and rituals to disseminate cultural, spiritual and moral ideas” [28]. To implement such ideas, both already created cultural values and works created for this purpose were used. From this perspective, the riddles of Nerses Shnorali, the fables of Mkhitar Gosh and Vardan Aygektsi, the hrakhchakani - the entertaining tasks of Anania Shirakatsi are noteworthy

Here is one of the fables of Mkhitar Gosh - an Armenian legislator, fabulist, educator and public figure of the 12th century. A wise man asked the trees: "Why, the higher you get, the deeper your roots become?" They answered: “How can you, a wise man, fail to know that we cannot carry so many branches and withstand the winds without deep roots? Look, our kin beeches and pines, have many branches, but cannot resist, because they do not have deep roots" [29].

Here is one of the fables of Vardan Aygektsi - an Armenian theologian, chronicler, fabulist, preacher and public figure of the 13th century. The hurricane wipes everything around the earth, even a giant oak tree. All that remains is reed. When they ask the reeds how he managed to withstand the terrible disaster, he replies: "By bending, bending" [29].

Here is the riddles (about the book) of the Catholicos of All Armenians, theologian, poet, musicologist, composer, historian of the 12th century Nerses Shnorhaly.

White house, spacious

With black chicks

They say and they say

Like people with languages.

Both fables and riddles contain a large emotional charge and can generate a lot of interest among students. They also provide an opportunity to consider values, value oriented learning [22, 23]. Unfortunately, teachers do not use these excellent materials to energize the learning process. One of the reasons is their absence in curricula, although, together with mathematics, they perform the same function of the intellectual development of the student. The next reason of a technical nature is associated with the difficulties of searching them, finding and involving in the educational process. ICT tools provide an excellent environment for overcoming these challenges.

Nine hrakhchakans of Shirakatsi, which were offered to the participants of the feasts, have survived to us [18, p. 62]. The first one is remarkable.

Tell a friend, "I can guess when you want to dine and how much wine you want to drink." If he says to you: "Guess", tell him: "Think in your mind the number of hours you want to have lunch. Double it up. Add five to it. Multiply by five, add ten and multiply by ten. Add the amount of wine you want to drink. " When he has done this, ask him what the number is. Always subtract 350 from this number, see how many hundreds are in the remaining number, this will be the time when he wants to dine, and the remaining number less than one hundred will be the amount of wine. If your friend is inexperienced and the amount of wine will be one hundred, then tell him that it is impossible to drink so much wine in an hour. "

Speaking in modern mathematical language, here Shirakatsi, in fact, reduces the modeling of the problem to an indefinite equation with two unknowns. However, Shirakatsi's solution is carried out not using known methods for solving indefinite equations, but using a combination of mathematical knowledge and of applied field. This approach has no analogues in mathematics education. The unexpectedness of the solution, together with joy and surprise, gives the task a certain aesthetic appeal.

The Khrakhchakans of Shirakatsi also performed the function of spreading and rooting spiritual values by gravitating and complementing them with the value of truth. With the help of mathematical problems, a similar function was performed already during the Enlightenment in Holland, by placing mathematical problems to be solved on the pillars of cities. The solution of such a problem

contributed, for example, to the subsequent career of twenty-year-old French army soldier René Descartes in the field of science.

Times have changed and instead of feasts and pillars, today we have powerful means to achieve our goals. In particular, in the case above, ICT is also an important means of manifesting emotional experiences and entertainment. An important means of searching, collecting and demonstrating historical facts, including entertaining mathematical stories, problems, information about their authors, relevant times is an electronic interactive whiteboard, which is connected to the Internet. Students will enjoy doing the same actions via computer at home.

It should be noted that in the conditions of traditional education, it is technically difficult and time-consuming to include such materials in the educational process. The electronic interactive whiteboard, using the capabilities of the Internet eliminates these difficulties. The lesson becomes more interesting and livelier, involving more students.

Humor is an important factor in enlivening the lesson with entertainment. This is a good-natured, harmless, but at the same time 'toothless' laugh, a smile. Humor improves the phenomenon, cleanses from flaws, helps to reveal social value in it.

In the life of a modern person, anecdote-a type of humor, plays an important role. Anecdote increases the life potential of a person, transfers positive charges. Anecdotes are classified by topics. Here is an anecdote about Lenin.

After long discussions, God and the Devil decide to send Lenin's soul to hell. After a while, the Devil complains to God: "Take Lenin to you, since my devils have raised a rebellion and want heavenly life instead of hellish work." God agrees. After a while, the Devil again meets God and asks: "Well, how is Lenin?" God begins to get angry with the Devil: "Firstly, not God, but comrade God, secondly, there is no God, and finally, do not hold me back, I am in a hurry to the meeting."

The topic of the Armenian radio is widespread. Here's an example. The Armenian radio is asked: "Is there life on Mars?" Armenian radio replies: "And not there either."

Anecdotes about mathematics are also widespread. Here are some of them.

"When are you going to correct 'poor' in math?" "I don't know, Mom! The teacher carries the register with her all the time! "

Three mathematicians went hunting. Seeing the boar, the first mathematician fired and missed one meter to the right. The second shot and missed a meter to the left. The third carefully looked at all this, thought something in his mind and happily said: "Guys, everything is ok, on average we shot him!"

The balloon landed on the field and the people in the balloon asked the only person on the field, "Where are we?" "In a balloon," the man replied. "He's a mathematician," said one of the people in the

balloon. “How did you know?” They asked him. “Only a mathematician could give such a precise and useless answer,” he replied.

Both in the search for entertainment and humor, anecdote, the role of the Internet and the computer is important. People usually find it difficult to remember an anecdote. In this case, the computer can help. The Internet promotes the search for anecdotes and humorous stories. It should be noted that such a search in this case has an intellectual character. If the student fulfills the teacher's task, then the obstacle can be difficult and complicated, but it can always be overcome. That is, when examining, searching for humorous materials, several signs of mathematical beauty appear, which give the processes a great aesthetic appeal and a great emotional charge.

The teacher can sometimes ask students to find humorous stories, anecdotes on math topics. He and his students can find similar stories on the Internet together. Joint searches, finding, discovering fables, riddles, their interpretations, solutions with students are manifestations of the aesthetic sign of intellectual search. On the other hand, they are important actions of joint learning, returning the student to the natural channel of learning, and correspond to the ideas of academician A.L. Semenov on the pedagogical approach "learning to learn" [4].

5. Conclusions

The problem of the formation of positive emotions and emotional experiences of students in the process of teaching mathematics is closely related to the digitalization of the process of teaching mathematics. Here, IR technologies are in good harmony with the signs of scientific or mathematical beauty, which becomes one of the main reasons for the manifestation of positive emotional experiences of students.

Emotions and emotional experiences of satisfaction play a large role in the formation of cognition. Here, IR technologies, which are available to all students, significantly contribute to the formation of two levels of cognition of Bloom's taxonomy - knowledge and application, and for the formation of understanding and higher levels of cognition, more significant ICT tools are needed. IR technologies increase emotional experiences of pleasure and have tendency to lead society towards hedonistic lifestyles.

IR technologies significantly increase the interest of students in the process of teaching mathematics, which is also confirmed experimentally. IR technologies also activate the intellectual emotions of surprise and guesswork, which are of great importance for improving the effectiveness of the process of teaching mathematics.

ICT tools can be used to activate the emotions of cooperation and thus increase the effectiveness of the learning process in mathematics. To do this, you can use historical tasks, fables, riddles, anecdotes.

References

1. **Semenov A.L. (2021).** The school ignores digital technologies and even opposes them. Kommersant, 28 August, 2021, <https://www.kommersant.ru/doc/4964791>. (in Russian).
2. **Martirosyan L.P. (2010).** Theoretical and methodological foundations of informatization of mathematical education. Diss. doctor ped. Sciences, Moscow, 2010. (in Russian).
3. **Noskov M.V.; Dyachuk P.; Perehudova, I.; Denisenko, (2020).** O. Qualimetric Approach to Dynamic Evaluation of Educational Activities According to Facet Classification of the English Language Tenses. CEUR Workshop Proceedings, ISSN:1613-0073, Издательство: CEUR Workshop Proceedings, Том: 2770, 2020, p.187-195.
4. **Semenov A.L.; Polikarpov S.A.; Rudchenko T.A. (2021).** The future of mathematics education. Proceedings of the international conference "Mathematical Education-9", Yerevan, 2021, p. 186-189. (in Russian).
5. **Pegov A.A.; Pyanykh E.G. (2010).** The use of modern information and communication technologies in the educational process (Short course of lectures). Moscow, 2010. (in Russian).
6. **Mikaelian H.S. (2020).** About the manifestation of volitional qualities of determination and courage in the process of teaching mathematics. Modern education: scientific approaches, experience, problems, prospects. Collection of articles based on the materials of the XVI national correspondence scientific and practical conference (with international participation) "Artyomov readings". Penza, April 21-22, 2020, pp. 77-80. (in Russian).
7. **Mikaelian H.S. (2020).** The aesthetics of mathematics education and the mental phenomenon of attention. Visnik of the Cherkasy University of the Seriya of Pedagogy of Science, Issue No. 1, 2020, Cherkassy, Ukraine, p. 67-75. (in Russian).
8. **Izard K.E., (1991).** Psychology of emotions. New York and London. 1991.
9. **Ilin E.P. (2013).** Emotions and Feelings, 2nd Edition. Moscow, 2013. (in Russian).

10. **Mikaelian H. S. (2020).** Aesthetic emotions in the process of teaching mathematics. Bulletin of the Cherkasy University of the Series of Pedagogical Science, Issue No. 3, 2020, Cherkasy, Ukraine, p. 176-187. (in Russian).
11. **Rodionov M.A.; Liksina E.V. (2003).** Aesthetic orientation of teaching and ways of its actualization. Penza, 2003. (in Russian).
12. **Sarantsev G.I. (2000).** Aesthetic motivation in teaching mathematics. Saransk, 2000. (in Russian).
13. **Mikaelian H.S. (2019).** Aesthetic foundations of mathematics education. Yerevan-Cherkassy, 2019. (in Russian).
14. **Kazaryan N.A. (2020).** The problem of the formation of beauty in the conditions of informatization of mathematical education. Informatization of education and e-learning methods: digital technologies in education: materials of the IV Intern. scientific. conf. Krasnoyarsk, October 6-9, 2020: at 2 pm Part 1 / under total. ed. (in Russian).
15. **Mikaelian H.S. (2020).** On the Problem of Values Formation in the Context of Informatization of Mathematical Education¹, CEUR Workshop Proceedings, ISSN:1613-0073, Издательство:CEUR Workshop Proceedings, Том: 2770, 2020, p. 118-126.
16. **Mikaelian H.S.; Kazaryan N.A., (2021).** Beautiful as a factor in increasing interest in teaching mathematics in humanitarian streams in the context of digitalization of education. Conference proceedings Informatization of education and e-learning methodology: digital technologies in education, Krasnoyarsk, September 21-24, 2021, p. 327-330. (in Russian).
17. **Bloom B.S.; Krathwohl D. R. (1956).** Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals, by a committee of college and university examiners. Handbook I, the Cognitive Domain. New York, 1956.
18. **Abramyan A.G.; Petrosyan G.B. (1970).** Anania Shirakatsi. Yerevan, 1970. (in Russian).
19. **Mikaelian H.S. (2015).** Beauty and educational potential of mathematics. Yerevan. 2015. (in Armenian).
20. **Froid Zigmund. (2013).** Beyond the pleasure principle. Moscow, 2013. (in Russian).
21. **Cherepanov V.S. (1980).** Expert methods in pedagogical research. Moscow, Pedagogy, 1980. (in Russian).
22. **Mikaelian H.S. (2018).** The Value Basics of Mathematical Education, Part 1, Values and valuable Relationships. Yerevan, 2018. (in Armenian).

23. **Mikaelian H.S. (2017).** Values as a significant component in the national educational curriculum of Armenia, Wert(e)voll wachsen. Ethische Bildung für eine nachhaltige, dialogische Zukunft, Graz, Austria, 2017, p. 179-190.
24. **Mikaelian H.S. (2006).** Algebra 7. Textbook for Secondary School, Yerevan, 2006. (in Armenian).
25. **Mikaelian H.S. (2007).** Algebra 8. Textbook for Secondary School, Yerevan, 2007. (in Armenian).
26. **Mikaelian H.S. (2008).** Algebra 9. Textbook for Secondary School, Yerevan, 2008. (in Armenian).
27. **Montesquieu S. (1995).** Selected works, Moscow, 1955. (in Russian).
28. **Petrosian H.S. (2000).** Anania Shirakatsi's "Feast" and the medieval feast, Armenia and the Christian East. Yerevan, 2000, p. 356-361. (in Armenian).
29. **Vardan Aygegtsi; Mkhitar Gosh. (1951).** Fables. Yerevan, 1951. (in Armenian).
30. **Nerse Shnorhali. (1984).** Puzels. <https://impoqrik.am/jamanc/hanelukner/359-haneluk.html> (in Armenian).

ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ԴՐԱԿԱՆ ՀՈՒՅՁԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԹՎԱՅՆԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Միքայելյան Համլետ Սուրենի

Ամփոփում: Աշխատանքում քննարկվում է մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում սովորողների մոտ դրական հույզերի ակտիվացման խնդիրը՝ կրթության թվայնացման համատեքստում: Որպես ակտիվացնող գործոններ դիտարկվում են մաթեմատիկայի և նրա ուսուցման գործընթացի գեղագիտական գրավչությունը և ՏՀՏ գործիքակազմը: Դիտարկվում է ՏՀՏ միջոցների դերը բավարարվածության հույզերի և հուզական ապրումների դրսևորման մեջ՝ ճանաչողության տարբեր մակարդակների ձևավորման համատեքստում: Ցույց է տրվում հաճույքի հուզական ապրումների հետ ՏՀ տեխնոլոգիաների կապվածությունը. ՏՀ տեխնոլոգիաները ավելացնում են նշված ապրումները և ունեն հասարակությունը դեպի հեղոնիստական ապրելակերպ տանելու միտում: ՏՀ տեխնոլոգիաները ակտիվացնում են նաև ինտելեկտուալ հույզերը: Ինչպես հետաքրքրությունը ու զարմանքը, կռահումն ու կռահման հույզերը շատ մեծ նշանակություն ունեն մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացի արդյունավետության

բարձրացման համար: Եվ ՏՀ տեխնոլոգիաները էապես ազդում են դրա վրա: Մասնավորապես, աշխատանքում քննարկվում է հետաքրքրաշարժ, պատմական և ընդհանրապես խնդրի լուծման ուսուցման գործում կռահելու հուզական ապրումի նշանակությունը: Դիտարկվում է առաջին հայացքից մաթեմատիկայից ու նրա ուսուցման գործընթացից հեռու համագործակցային մի հույզի՝ զվարճանքի դիտարկումը: Աշխատանքում որպես հուզական այդ ապրումին հանգեցնող նյութեր, դիտարկվում են անեկդոտները, հանելուկները, առակները, 7-րդ դարի հանրահայտ հայ մաթեմատիկոս Անանիա Շիրակացու խրախճանականները:

Բանալի բառեր. Մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթաց, կրթության թվայնացում, հույզեր, հետաքրքրություն, հաճույք, անակնկալ, գուշակություն, զվարճանք, հումոր, գիտական գեղեցկության նշաններ:

POSITIVE EMOTIONS OF STUDENTS IN THE CONTEXT OF DIGITALIZATION MATHEMATICS EDUCATION

Mikaelian Hamlet Suren

Summary. The article deals with the problem of activating positive emotions among students in the process of teaching mathematics in the context of digitalization of education. The aesthetic appeal of mathematics, its learning process, and ICT tools are seen as contributing factors. The role of ICT tools in the manifestation of emotions and emotional experiences of satisfaction in the context of the formation of different levels of cognition is considered. The connection of IR technologies with emotional sensations of pleasure is shown: IR technologies enhance these feelings and tend to lead society to a hedonistic lifestyle. IR technologies also activate intellectual emotions. Like curiosity and surprise, the emotions of guessing are very important for improving the effectiveness of the process of learning mathematics. And IR technologies have a significant impact on this. In particular, the paper examines the importance of the emotional form of guesswork in teaching fascinating, historical and problem solving in general. Considered at first glance away from mathematics and the process of learning the emotions of fun. Anecdotes, riddles, parables of the famous Armenian mathematician of the 7th century Anania Shirakatsi are considered as materials leading to this emotional experience.

Key words. The process of teaching mathematics, digitalization of education, emotions, interest, pleasure, surprise, conjecture, fun, humor, signs of scientific beauty.

ПОЗИТИВНЫЕ ЭМОЦИИ УЧАЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Микаелян Гамлет Суренович

Резюме. В статье рассматривается проблема активизации положительных эмоций у учащихся в процессе обучения математике в условиях цифровизации образования. Эстетическая привлекательность математики, процесса ее обучения и инструменты ИКТ рассматриваются как способствующие факторы. Рассмотрена роль средств ИКТ в проявлении эмоций и эмоциональных переживаний удовлетворения в контексте формирования разных уровней познания. Показана связь ИК-технологий с эмоциональными переживаниями удовольствия: ИК-технологии усиливают эти переживания и стремятся привести общество к гедонистическому образу жизни. ИК-технологии также активизируют интеллектуальные эмоции. Подобно любопытству и удивлению, эмоции от догадки очень важны для повышения эффективности процесса изучения математики. И ИК-технологии оказывают на это существенное влияние. В частности, в статье рассматривается значение эмоциональной формы отгадки в обучении увлекательным, историческим и решению задач в целом. Рассматривается на первый взгляд в стороне от математики и процесс обучения эмоциям веселый. В качестве материалов, ведущих к этому эмоциональному переживанию, рассматриваются анекдоты, загадки, притчи известного армянского математика VII века Анании Ширакаци.

Ключевые слова: Процесс обучения математике, цифровизация образования, эмоции, интерес, удовольствие, удивление, догадка, веселье, юмор, признаки научной красоты.

Received to the editor - 22.03.2023

Reviewed – 02.07.2023

Sent to site - 20.08.2-23

Mathematics in school

Математика в школе

Մաթեմատիկան ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Գիտամեթոդական ամսագիր
Scientific methodical journal

Научно-методический журнал

ISSN 1829-4111

№ 3 (116) 2023



ՀՊՄՀ Երևան, Խանջյան 5, 314 սենյակ
ASPU Yerevan, Khanjyan 5, room 314
АГПУ Ереван, Ханджяна 5, комната 314
<https://mathinschool.aspu.am/>
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

