

Մաթեմատիկան Դ Պ Ը Ո Ց Ո Ի Մ

Mathematics

Математика

in
School

В
Школе



Scientific
methodical journal

Գիտամեթոդական
ամսագիր

Научно-методический
журнал

ISSN 1829-4111

№ 2 (115) 2023

Խմբագրական խորհուրդ
Գևորգյան Ս.Ռ., հ.գ.դ., պրոֆեսոր, խորհրդի
 պատվավոր նախագահ
Միքայելյան Հ.Ս., մ.գ.դ., ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր,
 գլխավոր խմբագիր
Բաղդասարյան Գ.Ե., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս,
 ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Գևորգյան Գ.Գ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
 պրոֆեսոր
Չաքարյան Վ.Ս., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
 պրոֆեսոր
Ղազարյան Է.Մ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
 պրոֆեսոր
Նահապետյան Բ.Ս., ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ,
 ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Այվազյան Է.Ի., մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Իզոշին Վ.Ի., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ղազարյան Հ.Գ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Լոդատկո Ե.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ուկրաինա
Մկրտչյան Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Մկրտչյան Վ.Ս., տ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ավստրալիա
Մովսիսյան Յու.Մ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Ղուշյան Ա. Խ., մ.գ.թ., պրոֆեսոր
Զաշենիկովա Օ.Ս., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ուկրաինա
Նոսկով Մ.Վ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ռոդիոնով Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Տարասենկովա Ն.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ուկրաինա
Իսախանյան Մ. Մ., մ.գ.թ., դոցենտ
Հակոբյան Ս. Է., փ.գ.թ., դոցենտ
Հայրապետյան Գ. Ս., մ.գ.թ., դոցենտ
Հարությունյան Հ. Հ., ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ
Հովհաննիսյան Բ.Ա., մ.գ.թ., դոցենտ,
 պատասխանատու քարտուղար
Կուզնեցովա Ե.Պ., մ.գ.թ., դոցենտ, Բելառուս
Մկրտչյան Ա.Տ., մ.գ.թ., դոցենտ
Ենոքյան Ա.Վ., մ.գ.թ., ասիստենտ
Նավասարդյան Հ.Ս., մ.գ.թ., ուսուցիչ
Ավագյան Ա.Հ., դասախոս
Ղազարյան Ն.Ա., ուսուցչուհի
Սեդրակյան Ն.Մ., ուսուցիչ

ՀՀ ԿԳՄՍ նախարարություն
 RA Ministry of Education, Science, Culture, Sports
 Министерство ОНКС РА
 Խ. Աբովյանի անվան հայկական պետական
 մանկավարժական համալսարան
 Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan
 Армянский государственный педагогический университет
 имени Х. Абовяна

«Մաթեմատիկական դպրոցում»
 Գիտամեթոդական ամսագիր
 Հրատարակվում է 1998 թվականից
"Mathematics in school"
 Scientific methodical journal
 Published since 1998
«Математика в школе»
 Научно-методический журнал
 Издается с 1998 г.

Վկայական N01Ա044424, տրված է ՀՀ ԱՆ կողմից ,
 16.02.1999թ.
 Certificate N01A044424, issued by RA MJ, 16.02.1999.
 Certificate N01A044424, issued by RA МЮ, 16.02.1999.
 -
 Երևան, Խանջյան 5, սենյակ 314
 Yerevan, Khanjyan 5, room 314
 Ереван, Ханджян 5 / 314
 Phon: +37493881707
 E-mail: h.s.mikaelian@gmail.com
 Interet:

Նկարիչ՝ Վ. Միքայելյան
 Համակարգչային ձևավորում՝ Ա. Մկրտչյան

Թողարկման պատասխանատու՝
 Հ.Ս. Միքայելյան

2023
№ 2 (115) 2023

Մարտ
March
Март

Математика в школе

Mathematics in school

Редколегия

Геворгян С.Р. д.пс.н., профессор, почетный председатель редколлегии
Микаелян Г. С., доктор педагогических наук, к.ф.м.н., профессор, главный редактор
Багдасарян Г.Э., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Газарян Э.М., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Геворгян Г.Г., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Закарян В.С., академик НАН РА, д.м.н., профессор
Нагапетян Б.С., член-корреспондент НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Айвазян Э.И., д.п.н., профессор
Газарян А.Г., д.ф.м.н., профессор
Гущян А. Х., к.п.н., профессор
Игошин В. И., д.п.н., профессор, РФ
Лодатко Е.А., д.п.н., профессор, Украина
Мкртчян М.А., д.п.н., профессор
Мкртчян В. С., д.т.н., профессор, Австралия
Мовсисян Ю. М., д.ф.м.н., профессор
Носков М.В., д.ф.м.н., профессор, РФ
Родионов М.А., д.п.н., профессор, РФ
Тарасенкова Н.А., д.п.н., профессор, Украина
Чашечникова О.С., д.п.н., профессор, Украина
Акопян С.Е., к.ф.н., доцент
Айрапетян Г.С., к.п.н., доцент
Арутюнян А.Х., к. ф.м.н., доцент
Испирян М. М., к.п.н., доцент
Кузнецова Е.П., к.п.н., доцент, Беларусь
Мкртчян А.Т., к.п.н., доцент
Ованнисян К.А., к.п.н., доцент, ответственный секретарь
Енокян А.В., к.п.н., преподаватель
Навасардян А.С., к.п.н., преподаватель
Авагян А.Г., преподаватель
Казарян Н.А., преподаватель
Седракян Н.М., преподаватель

Editorial board

Gevorgyan S.R. d.pss., Professor, Honorary Chairman of the Board
Mikaelyan H.S., d.p.s., Professor, Editor-in-Chief
Baghdasaryan G.E., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Gazaryan E.M., Academ. of NAS RA, d.p.m.s, Professor
Gevorgyan G.G., Academ. of NAS RA, d.p.m.s, Professor
Zakaryan V.S., Academ. of NAS RA, d.p.m.s, Professor
Nagapetyan B.S., Corresponding Member of NAS RA, d.p.m.s, Professor
Ayvazyan E.I., d.p.s., Professor
Chashechnikova O.S., d.p.s, Professor, Ukraine
Gazaryan H.G., d.p.m.s, Professor
Gushchyan A.Kh., Ph.D of pe., Professor
Igoshin V.I., d.p.m.s., Professor, RF
Lodatko E.A., d.p.s, Professor, Ukraine
Mkrтчyan M.A., d.p.s., Professor
Mkrтчyan V.S., d.t.s., Professor, Australia
Movsisyan Yu.M., d.p.m.s, Professor
Noskov M.V., d.p.m.s, Professor, RF
Rodionov M.A., d.p.s, Professor, R.F.
Tarasenkova N.A., d.p.s, Professor, Ukraine
Hakopyan S. E., Ph.D of ph., Associate Professor
Harutyunyan H.Kh., Ph.D of math, Associate Professor
Hayrapetyan G.S., Ph.D of pe., Associate Professor
Hovhannisyan K.A., Ph.D. of pe., Associate Professor, responsible secretary
Ispiryan M. M., Ph.D of pe., Associate Professor
Kuznetsova E.P., Ph.D of pe., Associate Professor
Mkrтчyan A.T., Ph.D of pe., Associate Professor
Enokyan A.V., Ph.D of pe, Lecturer
Navasardyan A.S., Ph.D of pe., Lecturer
Avagyan A.G., Lecturer
Kazaryan N.A., Lecturer
Sedrakyan N.M., Lecturer

Մաթեմատիկան

Դ պ ր ո ց ո լ մ

Բովանդակություն

ԱՐԺԵՀԱՄԱԿԱՐԳ

Մ. Ա. Պոսխեդակյա, Տ. Ա. Ռուդենկո, Ա. Լ. Սեմենով

ՏԱՐՐԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԱՐԺԵԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ-----7

Օ. Ա. Իվաշովա

ԿՐՏՍԵՐ ԴՊՐՈՑԱԼԱՆԻ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅՈՒՆԸ՝ ՈՐՊԵՍ

ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑ-----13

Ն. Ա. Ղազարյան

ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՀՈԳԵԲԱՆԱ-ՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ

ԱՌԱՋԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑՈՒՄ՝ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ

ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՅՈՒՄ -----19

ԳԻՏԱՄԵԹՈԴԱԿԱՆ

Լ. Ն. Պետրոսյան, Գ. Վ. Դալլաբյան

ՔԱՌԱԿՈՒՄԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԿԻՐԱՌՄԱՍԲ ԷՔՍՏՐԵՄԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ

ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ-----31

Ե. Պ. Կուզնեցովա

ՈՒՍՈՒՑԱՆՈՂԻ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ

ԴԱՍԱԳՈՐԾԸՆԹԱՅՈՒՄ ԵՎ ԴՐԱ ԱՎԱՐՏՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՐՊԵՍ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ

ՆՅՈՒԹԻ ՅՈՒՐԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆ-----43

Բ. Մ. Թամրազովա

ՀԱՐՑԱԴՐՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ

ՉԱՐԳԱՅՄԱՆ ՄԻՋՈՑ-----58

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԻՄԱՍՏԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ս. Միքայելյան

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՆ ԵՎ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀԱՍԱՐԱԿՈՒԹՅԱՆ ԵՎ

ՄԱՐԴՈՒ ԿՅԱՆՔՈՒՄ-----67

Թիվ 2(115), Մարտ, 2023

Mathematics

In Shcool

Contents

VALUE SYSTEM

M. A. Posicelskaya, T. A. Rudchenko, A. L. Semyonov

AXIOLOGY OF PRIMARY MATHEMATICAL EDUCATION-----7

O. A. Ivashova

RESEARCH ACTIVITY OF YOUNGER STUDENTS AS A MEANS OF FORMING
VALUES----- 13

N. A. Ghazaryan

PSYCHO-EDUCATIONAL FEATURES FORMATION OF AESTHETIC VALUES IN HIGH
SCHOOL IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS-----19

SCIENTIFIC METHODICAL

L. N. Petrosyan, G. V. Dallakyan

ON THE METHOD OF SOLVING OF EXTREME PROBLEMS USING QUADRATIC
FUNCTIONS-----31

E. P. Kuznetsova

TRAINING SELF-STUDY ON MATHEMATICS LESSON AND ITS COMPLETION AS ONE
OF THE CONDITIONS FOR MASTERING EDUCATIONAL MATERIAL-----43

B. M. Tamrazova

QUESTIONING AS A LEADING DEVELOPMENT GUIDELINES FOR
ANALYS SKILLS-----58

PHILOSOPHY OF MATHEMATICAL EDUCATION

H. S. Mikaelyan

MATHEMATICS IN SOCIETY AND HUMAN LIFE-----67

N 2 (115), March, 2023

Математика

В ШКОЛЕ

Содержание

СИСТЕМА ЦЕННОСТЕЙ

М. А. Посисельская, Т. А. Рудченко, А. Л. Семенов

АКСИОЛОГИЯ НАЧАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ-----7

О. А. Ивашова

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ КАК СРЕДСТВО
ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕННОСТЕЙ----- 13

Н. А. Казарян

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭСТЕТИЧЕСКИХ
ЦЕННОСТЕЙ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ, В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ-----19

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ

Л. Н. Петросян, Г. В. Даллакян

О МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ КВАДРАТИЧНЫХ
ФУНКЦИЙ-----31

Е. П. Кузнецова

ОБУЧАЮЩАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ
ЗАВЕРШЕННОСТЬ КАК ОДНО ИЗ УСЛОВИЙ ОВЛАДЕНИЯ УЧЕБНЫМ МАТЕРИАЛОМ---43

Б. М. Тамразова

ВОПРОСНО-ОТВЕТНЫЙ МЕТОД КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ
СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ-----58

ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Г. С. Микаелян

МАТЕМАТИКА В ОБЩЕСТВЕ И ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА-----67

N2 (115), Март, 2023

AXIOLOGY OF PRIMARY MATHEMATICAL EDUCATION

ORCID [0000-0002-3689-3301](https://orcid.org/0000-0002-3689-3301)

Posicelskaya Maria Alekseevna

Educational Bureau Learnity, Moscow, Russia

ORCID [0000-0003-4595-1072](https://orcid.org/0000-0003-4595-1072)

Rudchenko Tatyana Alexandrovna

Axel Berg Institute of Cybernetics and Educational Computing FRC CSC RAS, Moscow, Russia

ORCID [0000-0002-1785-2387](https://orcid.org/0000-0002-1785-2387)

Semyonov Alexey Lvovich

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Herzen University, St. Petersburg, Russia

Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan, Russia



Семенов А. Л., Академик РАН

The problem of values is becoming more central in education today than ever before. The main questions facing the teacher today:

- What *value system* will the student form as a result of education?

- What *values* are the driving motive for a student in the learning process?

It is impossible to reduce the whole problem of motives for a student to praise or blame from the teacher (and parent), formal observance of academic discipline, as well as to the goals of disciplined performance. Successful and meaningful life in modern society presupposes the existence of a wider range of internal values and the adoption of independent initiative decisions based on them. This conclusion becomes imperative not only in world humanistic pedagogy, but also in post-Soviet (Mikaelian H. S., 2021) and Asian (Wee Tiong Seah, 2019) education.

Back in 1959, the classics of Russian pedagogical psychology wrote (Elkonin D. B. Galperin P. Ya. Leontiev A. N., 1959): "By the beginning of school age, a child has a need to carry out socially significant, socially evaluated activities; such an activity for him becomes learning at school. Not just learning, but learning *at school*. ...admission to school not only enriches the child, but at the same time makes the conditions for his further development much more one-sided... Even counting, where the connection of mental operations with material processes is especially close and obvious, the child learns at school without relying on her/his own external practical actions with objects; real objects, of course, participate in this, but mainly as *visual aids* — what students look at while listening to the teacher". Not much has changed since 1959 – the wishes of the leaders of Russian pedagogy are still wishes.



Posicelskaya M.A.

Moving along a completely natural "inertial scenario", we continue to teach children to multiply numbers in a column (as well as writing with a pen on paper) in a world where a child has a mobile phone with a calculator and the Internet in the pocket. In this world, the value of calculations on paper has decreased to negative – an attempt of such a calculation by an employee will cause suspicion of their adequacy on the part of colleagues and managers. By taking away a calculator from children, we *deValue* mathematical education for them from the point of view of life. *The broader value* – the ability to learn, "work out" a formal instruction and follow it – has become less significant, all such instructions are transmitted to the machine (artificial intelligence in a broad and natural sense). An *even broader value* – submission to authority – has ceased to be absolute (Semenov A. L., 2014).

What can be the *values* formed and brought up in primary mathematical education? It seems to us that such values include *the ability to independently discover and invent*, to solve problems that are "not-known-how-to-solve", and mathematics is the most natural field for such formation. Here you can turn to a huge cultural layer of "recreational", "entertaining", "olympiad" mathematics (Konstantinov N. N., Semenov A. L., 2021), (Bashmakov M. I., 2011).

However, even the traditional, say, arithmetic content can be approached in different ways, and this is a very significant circumstance for us. Let's start with the basics of the basics – with what in the Russian tradition is called "numeration" (Magnitsky Leonty Filippovich (1669–1739), 2014), counting objects. We often quote Leo Tolstoy (Tolstoy L. N., 1913): "Mathematics has the task not of teaching computation, but of teaching the techniques of human thought in computation...", but we rarely try to follow this.

Here is the implementation of this idea today. The first phase for a child is to master counting up to 10 in everyday life. Motivation for correct counting both at home and at school can be formed by traditional means: the number of teacups, bunnies in the picture. At the same time, the school can help by providing counting tools, including digital technologies, for example, or counting aloud. But all this is given to the child as ready-made, they is only required to use his biologically inherent ability: to act according to a pattern, to repeat after an adult. The child sees *value* in this, the main thing for us here is not to "overexploit" this value, not to *devalue* it.

The second phase which is entering the modern world occurs when we decide together with the children to count significant amounts of items, for example, beans or matches in a three-liter jar. Of course, some of the children can immediately suggest counting by tens – from such you can select a group, invite them to discuss and formulate an oral or written rule on how to move when counting from a number to the next. They ca videotape their discussion.



Рудченко Т.А.

The rest can themselves "invent" a way of grouping and counting by tens and agree on how to say how many matches there are: "three tens", "four tens and six", etc. We *discuss and adapt* a rule to write the number of tens the first, and then the number of ones. At the same time, we hope that children will *feel the value of the discovery* and understand the value of the agreed rule. They also master the skill of counting: someone can demonstrate this skill at home, having received *valuable emotional reinforcement* from their parents, once recalculate something really necessary and realize the *pragmatic value* of their skill. The ability to name larger and larger numbers becomes a valuable skill, the confidence in the objective existence of quantity becomes a valuable concept, etc.

The continuation of this approach is the independent invention of addition and multiplication tables (counting squares in stripes and rectangles), methods for finding the area of polygons with integer vertices, etc.

Our long-term experience shows that the approach described here really allows us to form the desired system of values already in elementary school. That approach was adopted by several primary school teachers and students of a pedagogical university in Russia.

The research was supported by RFBR, grant 19-29-14152 (M. Posicelskaya, T. Rudchenko) and the Interdisciplinary Scientific and Educational School of Moscow State University "Brain, Cognitive Systems, Artificial Intelligence" (A. Semenov).

References

- Mikaelian, H. S. (2021).** On the problem of humanization of mathematical education. *Bulletin of the Bohdan Khmelnytsky Cherkasy National University*. Ser. "Pedagogical Sciences", 2021 (1). <https://ped-ejournal.cdu.edu.ua/article/view/4193>. (In Ukrainian)
- Wee Tiong Seah (2019).** Values in Mathematics Education: Its Conative Nature, and How It Can Be Developed *J. Korean Soc. Math. Educ.*, Ser. D, Res. Math. Educ. Vol. 22, No. 2. Pp. 99–121.
- Elkonin, D. B. Galperin P. Ya. Leontiev A. N. (1959).** School Reform and problems of psychology. *Voprosy psikhologii*, 1959, No. 1. Pp. 3–22. (In Russian)
- Semenov, A. L. (2014).** "Two Cultures" in the Modern School (Part 1, 2). *Mathematics at school*, 2014, No. 5, 6. Pp. 21–26. (In Russian)
- Konstantinov, N. N., Semenov A. L. (2021).** Effective education in a mathematical school. *Chebyshevsky Sbornik*, Vol. XXII, 1 (77), 2021. Pp. 413–446. (In Russian)
- Bashmakov, M. I. (2011).** *Mathematics in the pocket of "Kangaroo"*. International Olympiads of schoolchildren. Moscow, Drofa, 2011. (In Russian)
- Magnitsky, L. F. (1669–1739) (2014).** *The arithmetic of Magnitsky. An exact reproduction of the original*. With add. by P. Baranov. Moscow: P. Baranov, 1914. – 25 pp.
- Tolstoy, L. N. (1913).** *Arithmetics*. In two parts. With instructions for teachers. Moscow, 1913.

ՏԱՐՐԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԱՐԺԵԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ
Պոսիսելսկայա Մարիա Ալեքսեննա¹, Ռուչենկո Տատյանա Ալեքսանդրովնա²,
Սեմենով Ալեքսեյ Լվովիչ³

¹Ուսումնական բյուրո, Մոսկվա, Ռուսաստան, ²Ալսել Բերգի կիբեռնետիկայի և կրթական հաշվարկների ինստիտուտ FRC CSC RAS, Մոսկվա, Ռուսաստան,

³Լոմոնոսովի անվան Մոսկվայի պետական համալսարան, Մոսկվա, Ռուսաստան, Հերցենի համալսարան, Ս. Պետերբուրգ, Ռուսաստան

Լոբաչևսկու անվան մաթեմատիկայի և մեխանիկայի ինստիտուտ, Կազան, Ռուսաստան Ամփոփում. Հոդվածում նկարագրվում է տարրական մաթեմատիկական կրթության արժեքների խնդրի նկատմամբ ընդհանուր մոտեցում, ինքը ենթադրում է սովորողի մոտ դաստիարակել նոր, անսպասելի խնդիրների լուծման, ինքնուրույն հայտնագործությունների և գյուտերի վրա կենտրոնանալու ուղղությունը: Նման կարողությունների ձևավորման ամենաբնական ոլորտը մաթեմատիկան է: Սա կարող է լինել բավականին ավանդական, մաթեմատիկայի դասընթացի սովորական

բովանդակություն, որի նկատմամբ կիրառվում է ոչ ստանդարտ մոտեցում: Աշխատանքում այս մոտեցման իրականացման համար դիտարկվում է թվաբանության սկզբնական դասերին զգալի թվով օբյեկտների վերահաշվարկին նվիրված ուսումնական մոդուլը, ինչը, օրինակ, թույլ կտա երեխաներին զգալ բացահայտման արժեքը և հասկանալ համաձայնության արժեքը: Մեր փորձը ցույց է տալիս, որ նկարագրված մոտեցումն իսկապես հնարավորություն է տալիս աշակերտների մոտ ձևավորել պատրաստակամություն ինչպես անկախ հայտնագործության, այնպես էլ և ստեղծագործելու, «անհայտ-լուծելի» տիպի խնդիրներ լուծելու՝ արդեն տարրական դպրոցի մակարդակում: Կարևոր է նաև, որ այս մոտեցումը չի պարունակում բարդ մեթոդաբանական գաղտնիքներ և կարող է ընդունվել կրտսեր դպրոցների բազմաթիվ ուսուցիչների և մանկավարժական համալսարանի ուսանողների կողմից:

Բանալի բառեր: Արժեքանություն, արժեք, տարրական մաթեմատիկական կրթություն, ինքնուրույն հայտնագործություններ, գյուտեր, բացահայտում, համաձայնություն:

AXIOLOGY OF PRIMARY MATHEMATICAL EDUCATION

Posicelskaya Maria Alekseevna, Rudchenko Tatyana Alexandrovna,
Semyonov Alexey Lvovich

Annotation. The paper describes a general approach to the problem of values in elementary mathematical education, which consists in educating the student's orientation towards solving new, unexpected problems, independent discoveries and inventions. Mathematics is the most natural field for the formation of such abilities. It can be quite traditional, the usual content of a mathematics course, to which a non-standard approach is implemented. The paper considers an example of the implementation of this approach in the initial lessons of arithmetic: a training module dedicated to recalculating a significant number of objects, which will allow children to feel the value of discovery and understand the value of an agreement. Our experience shows that the described approach really makes it possible to form students' readiness and empathy for independent discovery and invention, solving problems that are “unknown-how-to-solve” already at the elementary school level. It is also important that this approach does not contain complex methodological secrets and can be accepted by many elementary school teachers and students of a pedagogical university.

Key words: Axiology, value, primary mathematical education, independent discoveries, inventions, agreements.

АКСИОЛОГИЯ НАЧАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Посисельская Мария Алексеевна¹, Рудченко Татьяна Александровна²,
Семенов Алексей Львович³

¹Образовательное бюро Learning, Москва, Россия, ²Институт кибернетики и образовательных вычислений им. Акселя Берга ФИЦ ЦНЦ РАН, Москва, Россия,

³Ломоносова, Москва, Россия, Университет Герцена, Санкт-Петербург. Петербург, Россия,
Лобачевского Институт математики и механики, Казань, Россия

Аннотация. В статье описан общий подход к проблеме ценностей в начальном математическом образовании, заключающийся в воспитании у школьника направленности на решение новых, неожиданных задач, самостоятельных открытий и изобретений. Наиболее естественным полем для формирования таких способностей является математика. Это может быть вполне традиционное, обычное содержание курса математики, к которому реализуется нестандартный подход. В работе рассматривается пример реализации данного подхода на начальных уроках арифметики: учебный модуль, посвященный пересчету значительного количества объектов, который позволит детям почувствовать ценность открытия и понять ценность соглашения. Наш опыт показывает, что описанный подход действительно позволяет формировать у учащихся готовность и эмпатию к самостоятельному открытию и изобретательству, решению «неизвестно-решаемых» задач уже на уровне начальной школы. Важно и то, что этот подход не содержит сложных методологических секретов и может быть принят многими учителями начальных классов и студентами педагогического вуза.

Ключевые слова: Аксиология, ценность, начальное математическое образование, самостоятельные открытия, изобретения, соглашения.

Получено в редакцию - 11.12.2022

Рецензирована – 12.12.2022

Отправлен на сайт – 27.12.2022

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕННОСТЕЙ

Ивашова Ольга Александровна

Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
кафедра НЕМО



Ивашова О.А., к.п.н., доцент

Формирование у школьников ценностных отношений – один из важных результатов школьного образования. В современном Российском стандарте начального образования выделяется несколько ценностей, в том числе ценности научного познания (Федеральный образовательный стандарт начального общего образования, 2021), которые можно развивать в процессе обучения математике. Этот же документ ориентирует на формирование у младших школьников исследовательских умений как метапредметных, формируемых при изучении различных предметов, прежде всего, математики.

«Ценность» – это то, что лично значимо для человека и определяет смысл всего: личности, общества, поступка, события (по Ситаров В.А., Романюк Л.В., 2016). Ценности выступают в качестве общественных идеалов, эталонов, ориентиров для общества и отдельного человека Коротаева А.С. (2011). Ценность одних и тех же объектов (в широком смысле) различна для разных людей.

Мы разделяем мнение В.А. Ситарова и Л.В. Романюка о том, что ценности выступают в качестве источника духовного производства, а, значит, и воспитания школьников. Указанные авторы считают, что «детский период психологически находится под печатью действия различных потребностей, взрослый мир — это мир ценностей. По мере взросления человек все больше управляется ценностями.» (Ситаров В.А., Романюк Л.В., 2016).

Получаются, что для младшего школьника ценность объектов сначала определяется степенью возможности удовлетворять его потребности.

В силу возрастных особенностей младшие школьники, как и старшие дошкольники, любознательны, испытывают потребность в творческой, в том числе исследовательской деятельности. Если указанная потребность учеников не удовлетворяется в школе, то она угасает, формируется привычка к репродуктивной деятельности, снижается мотивация учения.

В то же время, младший школьный возраст является сензитивным для эмоционально-ценностного развития, становления ценностных отношений (Л.С. Выготский, Л.И. Божович, и др.) .

В силу сказанного, включать школьников в исследовательскую деятельность необходимо с младших классов. Сначала ее организация опирается на *потребность* детей в творческой деятельности. В дальнейшем, поддерживаемая учителями, исследовательская деятельность на математическом содержании может стать *ценностью*.

Под учебной исследовательской деятельностью (УИД) младших школьников мы понимаем их активную, целенаправленную творческую учебно-познавательную деятельность, ориентированную на открытие нового для учащихся знания об объекте исследования, способе или средстве деятельности, осуществляемую под руководством учителя (или другого взрослого), с постепенным повышением самостоятельности учащихся (Ивашова О.А., 2006). Можно сказать, что УИД – деятельность учащихся по исследованию различных объектов с соблюдением процедур и этапов, близких научному исследованию, но адаптированных к уровню познавательных возможностей учащихся (Ивашова О.А., 2006).

При формировании у младших школьников ценностного отношения к изучению математики мы учитываем три его компонента: когнитивный, деятельностный, аффективный [2]. Выполняя простейшие исследования на математическом материале, младшие школьники получают знания по математике и начальные представления об УИД, о ее структуре (когнитивный компонент ценностного отношения), приобретают опыт ее реализации, поэтапного выполнения исследовательских заданий по математике (деятельностный компонент), формируют интерес к УИД, испытывают радость от включения в математическое исследование (аффективный компонент). Все это будет служить основой для превалирования исследовательского поведения школьника над репродуктивным, формирования ценностного отношения к самой исследовательской деятельности и к изучению математики.

Включение младших школьников в УИД на математическом содержании способствует достижению и личностных результатов (к которым относится формирование ценностных отношений, учебно-познавательная мотивация), и метапредметных

(исследовательских умений), и предметных. Математические знания и умения, открытые и использованные младшими школьниками в ходе УИД, обладают осознанностью, становятся элементом культуры (Ивашова О.А., 2006).

Приведем пример математического исследовательского задания, разработанного нами для применения правила порядка выполнения действий.

Несколькими способами вставьте знаки действий (и, если нужно, скобки) так, чтобы действия надо было выполнять в указанном порядке.

1 2 3	3 1 2 4	3 2 1	4 2 5 1 3
а) $\square * \square * \square$	б) $\square * \square * \square * \square$	в) $\square * \square * \square$	г) $\square * \square * \square * \square * \square$

Выполнение задания требует исследования, реализации таких этапов УИД, как анализ информации, обнаружение проблемы, выдвижение и проверку гипотез. Применение правила порядка выполнения действий в новых условиях помогает младшим школьникам лучше понять и усвоить его.

К сожалению, практика показывает, что исследовательские задания учителя дают лишь более способным ученикам. Мы считаем, что такие задания должны выполнять все. Менее подготовленные школьники, многократно повторяя аналогичные репродуктивные задания, теряют интерес к математике, у них не формируется опыт УИД и ценностное отношение к ней и к предмету. Мы считаем, что к организации такой работы целесообразно применять дифференцированный подход. Можно предлагать исследовательские задания разной сложности и объема, оказывать разную степень помощи. Так, в приведенном выше задании случай 1) самый простой, случай в) сложнее, чем б), хотя в нем меньше арифметических действий. Какие-то ученики смогут выполнить самостоятельно все части задания, кто-то сам сделает более простую часть (1 и 2), кому-то на этапе анализа предложенных выражений понадобится подсказка: если нумерация действий не продолжается слева направо, а больший номер стоит левее меньшего, это свидетельствует о наличии действий разных ступеней и /или скобок; сколько раз начинается нумерация слева направо, столько ступеней действий в выражении (принимая скобки за ступень)

Включение младших школьников в исследовательскую деятельность – неременное условие приобщения их к математической культуре, развития ее аксиологического (ценностного) аспекта (Ивашова О.А., 2006).

В заключении отметим, что, если младшим школьникам регулярно предлагать математические исследовательские задания в зоне их ближайшего развития, используя дифференцированный подход, поощрять их, оказывать поддержку, то можно заложить хорошую основу для формирования ценностного отношения и к УИД, и к изучению математики.

Լիտերատուրա

- Իվաշովա, Օ.Ա. (2006).* Развитие математической культуры школьников на метаметодической основе: Уч.-мет. пособие С.–Петербург. Издательство РГПУ им. А.И. Герцена. 2006 – 35 с.
- Իվաշովա, Օ.Ա., Էկիմովա, Ա.Ա. (2015).* Роль историко-математического материала в развитии ценностного отношения младших школьников к математике //«Математическое образование» Сб. докладов республиканской конференции 22-23 октября 2015 г. г. Ереван, с. 68 – 74
- Կորտաева, Ա.Տ. (2011).* Значение ценностей и ценностных ориентаций в педагогическом взаимодействии// Педагогическое образование в России. 2011. № 1.
- Տիտարով, Վ.Ա., Րոմանյուկ, Լ.Վ. (2016).* Соотношение ценностей и потребностей личности в современном обществе //Киберленинка, 2016, № 4 URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sootnoshenie-tsennostey-i-potrebnostey-lichnosti-v-sovremennom-obschestve/viewer>. Дата обращения: 01.08.2022
- Փեդերալնիյ օբրազովաթելնիյ սթանդարտ նաչալնոյ օբշչեյ օբրազովանիյ (2021).* URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050028>. Дата обращения:

ԿՐՏՄԵՐ ԴՊՐՈՑԱԼԱՆԻ ՀԵՏԱԶՈՏԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅՈՒՆԸ՝ ՈՐՊԵՍ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ԶԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑ

Իվաշովա Օլգա Ալեքսանդրովնա

Ռուսաստանի Ա. Ի. Հերցենի անվան պետական մանկավարժական
համալսարան, Ս. Պետերբուրգ

Ամփոփում. Հոդվածում ցույց է տրվում կրտսեր դպրոցականների մաթեմատիկական բովանդակությամբ հետազոտական գործունեության կազմակերպման նպատակահարմարությունը, ինրը նախ հենվում է ստեղծագործական գործունեության տարիքային պահանջմունքի վրա, այնուհետև (դպրոցի և հասարակության աջակցությամբ) կարող է դառնալ արժեք և հանդիսանալ կյանքում մարդու դիրքորոշումը արոշելու պատճառ: Տրվում է կրտսեր դպրոցականների կրթական հետազոտական գործունեության հասկացությունը՝ հաշվի առնելով նրանց տարիքի առանձնահատկությունները: Ցույց է տրվում կրտսեր դպրոցականների կողմից մաթեմատիկական բովանդակության հիման վրա հետազոտական գործունեության փորձի կուտակման դերը արժեքային հարաբերությունների ձևավորման գործում, ներառյալ նրանց ճանաչողական, աֆեկտիվ և գործունեության բաղադրիչները: Հիմնավորվում է հետազոտական գործունեության դրական ազդեցությունը տարրական կրթության երեք տեսակի պլանային արդյունքների հասնելու վրա. Հետազոտական

հմտությունները դիտարկվում են որպես մետա-առարկայական արդյունքներ, իսկ արժեքային հարաբերությունների ձևավորումը, կրթական և ճանաչողական մոտիվացիայի զարգացումը՝ որպես անձնական արդյունքներ: Աճում են նաև առարկայական արդյունքները. հետազոտական գործունեության ընթացքում տեղի է ունենում մաթեմատիկական նյութի ավելի խորը հասկացում: Ցույց է տրված ոչ միայն առավել ընդունակ, այլև բոլոր կրտսեր դպրոցականներին գիտահետազոտական աշխատանքներին ներգրավելու նպատակահարմարությունն ու կարևորությունը: Որպես միջոց ընտրվել է ուսուցման տարբերակված մոտեցումը, որի օրինակը նկարագրված է մաթեմատիկայի կոնկրետ հետազոտական առաջադրանքի առնչությամբ:

Բանալի բառեր: Արժեքներ, արժեքների ձևավորումը, կեստեր դպրոցական, հետազոտական գործունեություն, ստեղծագործական գործունեություն, կրթական հետազոտական գործունեություն, արժեքային հարաբերությունճանաչողական մոտիվացիա:

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕННОСТЕЙ

Ивашова Ольга Александровна

Аннотация. В статье показана целесообразность организации исследовательской деятельности младших школьников на математическом содержании, которая сначала опирается на их возрастные *потребности* в творческой деятельности, а затем (при поддержке школы и социума) может стать *ценностью*, определяющей позицию человека в жизни. Приведено понимание учебной исследовательской деятельности младших школьников с учетом специфики их возраста. Показана роль накопления младшими школьниками опыта исследовательской деятельности на математическом содержании в формировании ценностных отношений, включая их когнитивный, аффективный, деятельностный компоненты. Обосновано положительное влияние исследовательской деятельности на достижение трех видов планируемых результатов начального образования. К метапредметным результатам отнесены исследовательские умения, к личностным – формирование ценностных отношений, развитие учебно-познавательной мотивации. Предметные результаты также повышаются: в ходе исследовательской деятельности происходит более глубокое понимание математического материала. Показана целесообразность и важность включения в исследовательскую деятельность всех младших школьников, а не только наиболее способных. В качестве средства выбран дифференцированный подход к обучению, пример которого описан по отношению к конкретному исследовательскому заданию по математике.

Ключевые слова. Ценности, формирование ценностей, младшая школа, исследовательская деятельность, творческая деятельность, учебно-исследовательская деятельность, ценностные отношения, познавательная мотивация.

RESEARCH ACTIVITY OF YOUNGER STUDENTS AS A MEANS OF FORMING VALUES

Ivashova Olga Alexandrovna

Russian State Pedagogical University named after A. I. Herzen, S. Petersburg

Annotation. The role of accumulation of research experience by younger schoolchildren on mathematical content in the formation of value relations, including their cognitive, affective, activity components, is shown. The positive influence of research activity on the achievement of three types of planned results of primary education is substantiated. Research skills are attributed to metasubject results, the formation of value relations, the development of educational and cognitive motivation are attributed to personal ones. Subject results are also improved: in the course of research, there is a deeper understanding of mathematical material. The expediency and importance of including all younger schoolchildren in research activities, and not only the most capable ones, is shown. A differentiated approach to learning has been chosen as a means, an example of which is described in relation to a specific research task in mathematics.

Keywords. Values, formation of values, elementary school, research activity, creative activity, teaching and research activity, value relations, cognitive motivation.

Получено в редакцию - 26.09.2022

Рецензирована – 28.09.2022

Отправлен на сайт – 27.12.2022

**ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ
ՀՈԳԵԲԱՆԱ-ՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ
ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑՈՒՄ՝ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ**

ORCID: 0000-0002-3131-1595

Ղազարյան Նարե Արթուրի

Անանիա Շիրակացու անվան կրթահամալիր,
ՀՊՄՀ մաթեմատիկայի և նրա դասավանդման մեթոդիկայի հայցորդ



Ղազարյան Ն.Ա., ուսուցչուհի

Ավագ դպրոցում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդիրը ունի մի շարք հոգեբանական և մանկավարժական առանձնահատկություններ, ինչը առաջին հերթին պայմանավորված է հոսքային ուսուցման առկայությամբ, որտեղ ուսումնական գործընթացի կազմակերպման հիմքում դրվում են սովորողների նախասիրությունները և ապագա մասնագիտության ընտրությունը: Այս պայմաններում մաթեմատիկական նյութի ուսուցումը բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում դառնում է հիմնական թիրախ, իսկ հումանիտար հոսքերում ընդհանրապես դուրս է մնում սովորողների ուշադրությունից: Եվ եթե արժեքների, մասնավորաբար՝ գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդիրը բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում ունի ձևավորման համար ամուր հիմքեր, ապա հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի հետ միասին բացակայում է նաև նրա ուսուցման միջոցով գեղագիտական արժեքների ձևավորման հնարավորությունը: Մինչդեռ գեղագիտականի առկայությունը կարող է լուրջ խթան հանդիսանալ հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի նկատմամբ սովորողների հետաքրքրության ակտիվացման համար: Ընդհանրապես, գեղագիտականը սերտորեն կապված է նաև սովորողների հոգեկան գործընթացների հետ և ունի դրանք ակտիվացնելու մեծ ներուժ,

ինչը չափազանց կարևոր է մաթեմատիկայի վերացական ու բարդ նյութը հաղթահարելու գործում: Առանձնահատուկ մանկավարժական մոտեցումներ են անհրաժեշտ նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդրի լուծման համար: Այստեղ հիմնական մոտեցումը արժեկողմնորոշիչ ուսուցումն է: Նախ անդրադառնանք մանկավարժական այդ մոտեցումներին:

Ավագ դպրոցում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման առանձնահատկությունները՝ պայմանավորված մանկավարժական առանձնահատկություններով, կապվում են հումանիտար և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում դասավանդման մոտեցումների հետ: Հայտնի է, որ դասավանդման մոտեցումների ընտրությունը կախված է ինչպես ուսուցանվող նյութի բովանդակությունից, այնպես էլ սովորողի անհատական առանձնահատկություններից (տվյալ առարկայից ունեցած պատրաստվածության մակարդակ, նախասիրություններ և այլն): Այսինքն, աշակերտին այս կամ այն նյութը սովորեցնելիս, առաջին հերթին պետք է հաշվի առնել թե ում ենք այն սովորեցնում: Այսօր մեր հանրակրթական ուսումնական հաստատություններում ավագ դպրոցում մաթեմատիկայի դասավանդման մոտեցումները բնագիտամաթեմատիկական և հումանիտար հոսքերում գրեթե իրարից չեն տարբերվում: Ինչն էլ այն պատճառներից մեկն է, որի հետևանքով հումանիտար հոսքում սովորող աշակերտները հետաքրքրություն չեն ցուցաբերում մաթեմատիկայի նկատմամբ, առարկայի գեղագիտական ներուժը աննկատ է մնում այդ աշակերտների համար:

Բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի դասավանդման մոտեցումները ուղղված են սովորողների մաթեմատիկական գիտելիքների ամրապնդմանն ու խորացմանը, ինչը նպաստում է մաթեմատիկայի ներքին գեղագիտության բացահայտմանը: Ակնհայտորեն, հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի դասավանդման մոտեցումները պետք է կրեն այլ բնույթ, մասնավորապես ուղղված լինեն այնպիսի կարողունակությունների ձևավորմանը, որոնք ունեն համապիտանի բնույթ, անհրաժեշտ են սովորողներին իրենց հետագա մասագիտական կրթությունը ստանալիս, ինչպես նաև ապագայում մասնագիտության մեջ դրսևորվելիս: Այստեղ ուսուցչի կողմից որդեգրված դասավանդման մոտեցումները պետք է ուղեկցվեն գեղագիտական այնպիսի հատկանիշների դրսևորմամբ, ինչպիսիք են կիրառելիությունն ու օգտակարությունը: Ընդ որում, հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գիտական գեղեցիկի նշված հատկանիշների դրսևորման բնույթը տարբերվում է բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում վերջիններիս դրսևորման բնույթից:

Այսպես, բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում մաթեմատիկական այս կամ այն օբյեկտի կիրառական և օգտակար նշանակությունը նկարագրելիս առաջնայնությունը տրվում է մաթեմատիկական այլ

օբյեկտները, ինչպես նաև բնագիտական մյուս առարկաները ուսումնասիրելիս վերջինիս կիրառմանը: Ասվածը չի ենթադրում, որ այս հոսքում սովորողների համար գրավիչ չէ ուսուցանվող մաթեմատիկական օբյեկտի կիրառական և օգտակար դերը առօրյայում: Իսկ ահա հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, որքան շատ ենք կարողանում ներկայացնել աշակերտներին ուսուցնվող մաթեմատիկական օբյեկտի կիրառական և օգտակար դերը իրենց առօրյայում, այնքան վերջինս նրանց համար գեղագիտորեն ավելի գրավիչ է դառնում:

Բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում կարևոր է մաթեմատիկայի դասավանդման ընթացքը այնպես կազմակերպել, որ սովորողները ոչ ակնհայտ ճշմարտությունների բացահայտմանը, մաթեմատիկական դժվարին խոչընդոտների հաղթահարմանը հասնեն ինքնուրույն ջանքերի գործադրմամբ: Այս դեպքում, յուրաքանչյուր անգամ հաջողության հասնելուց հետո, աշակերտները մաթեմատիկայի «խորքերը ընկղվելու», վերջինիս ներքին գեղագիտությունը խորությամբ բացահայտելու ավելի մեծ ձգտում և պահանջմունք են ունենում: Այլ է իրականությունը հումանիտար հոսքերում: Այստեղ մաթեմատիկական դժվարին խոչընդոտները գրավիչ չեն այս հոսքում սովորող աշակերտների համար՝ պայմանավորված առաջին հերթին մաթեմատիկական ոչ լավ պատրաստվածության մակարդակով: Ուստի մաթեմատիկական թեմաների դասավանդման ընթացքը պետք է ուղեկցվի գիտական գեղեցիկի բարդի հանգեցումը պարզին հատկանիշի դրսևորմամբ:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղեցիկի ձևավորման հաջողությունը մեծապես պայմանավորված է ուսուցման մեթոդների ընտրությունից: Այստեղ առավել արդյունավետ է այսպես կոչված՝ արժեկողմնորոշիչ ուսուցումը (Միքայելյան Հ. Ս., 2018), երբ ուսուցիչը ոչ միայն բավարարվում է նշելով մաթեմատիկական նյութի ենթատեքստում առկա այս կամ այն արժեքը, այլև հատուկ կանգ է առնում այդ արժեքի վրա, ընդգծում նրա կարևորությունը: Գեղագիտական արժեքի դեպքում արժեկողմնորոշիչ ուսուցումը պահանջում է կանգ առնել, մեկնաբանել գեղեցիկն արտահայտող ածականներով բնորոշել մաթեմատիկական նյութի տեքստում առկա գեղագիտական տարրը: Եվ այս մոտեցումը ավելի արդյունավետ է հումանիտար հոսքի սովորողների համար: Համաչափությանը վերաբերող որևէ նյութ դիտարկելիս, օրինակ, ուսուցիչը հումանիտար հոսքում կարող է կանգ առնել արվեստի զանազան ոլորտներում մաթեմատիկական այդ հասկացության կիրառությունների վրա, ցույց տալ, որ արվեստի գործերի գեղագիտական գրավչությունը պայմանավորված է նաև դրանցում առկա համաչափություններով: Նույնը վերաբերում է նաև գիտական գեղեցիկի այնպիսի օբյեկտիվ հատկանիշների, ինչպիսիք կիրառելիությունն է, օգտակարությունը և այլն: Այս մոտեցումը մոտիվացիոն կարևոր նշանակություն ունի. հումանիտար հոսքի սովորողը կարող է տեսնել, որ մաթեմատիկական օբյեկտները հանդես են գալիս ոչ միայն որպես արվեստում գեղեցիկի կազմավորման միջոցներ, այլև շատ դեպքերում ծառայում են

որպես գեղեցիկի բնորոշման, ճանաչման չափորոշիչներ, ինչը իրենց համար ունի կարևոր նշանակություն:

Բնագիտամաթեմատիկական հոսքի սովորողները նման մոտիվացիայի կարիք չունեն: Նրանց համար արժեկողմնորոշիչ ուսուցումը հանդես է գալիս այլ կողմերով: Տրամաբանական խստությունը, ինտելեկտուալ որոնումը, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի գաղթահարումը և գիտական գեղեցիկի նմանատիպ այլ հատկանիշներ ավելի մեծ բավարարություն են պատճառում նրանց: Այստեղ ունակ են ընկալելու մաթեմատիկական օբյեկտի մասերի ներքին փոխկապակցվածությունը, նրա ամեն մի հատկության մեջ պայմաններից յուրաքանչյուրի դերը եզրակացության իրականացման գործում և այլ հատկանիշներ, որոնք էլ ըստ էության պայմանավորում են այդ օբյեկտի ներքին գեղագիտությունը և գեղագիտական գրավչությունը:

Մաթեմատիկական օբյեկտների և ուսուցման գործընթացի գեղագիտական գրավչության բացահայտման և գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդիրը սերտորեն կապված է սովորողների հոգեկան երևույթների հետ: Ընդհանրապես գեղեցիկը ավելի հեշտ է գրավում է մարդու ուշադրությունը, ավելի շատ է հուզում, ավելի երկար է հիշվում և այլն: Նույնը տեղի ունի նաև գիտական կամ մաթեմատիկական գեղեցիկի դեպքում: Միքայելյան Հ. Ս. (2015), Микаелян, Г.С. (2019). աշխատանքներում հանգամանորեն քննարկված են մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղեցիկի ձևավորման խնդիրը սովորողների հոգեկան գործընթացներում: Սակայն այդ գործընթացները տարբեր կերպ են ընթանում ավագ դպրոցի բնագիտամաթեմատիկական և հումանիտար հոսքերում:

Գեղեցիկը սերտորեն կապված է մարդու հոգեկանի հուզազգացմունքային ոլորտի հետ: Ավելին, որոշ հեղինակներ հակված են գեղեցիկը բնորոշել որպես իրականության առարկաների և երևույթների հատկանիշ, որն ընդունակ է մարդուն հաճույքի հուզական ապրում պատճառել: Թ. Լիպսը գեղեցիկը տեսնում է բավարարվածության և ուրախության հուզական ապրումների մեջ (Липс Т., 2006, էջ 2): Սակայն ճիշտ չի լինի գեղեցիկը զուգորդել միայն հաճույքի, բավարարվածության կամ ուրախության հետ. այն կապված է նաև այլ հույզերի և զգացմունքների հետ: Ընդհանրապես, երբ հույզերի ձևավորման աղբյուրը գեղագիտական արժեքներն են, ապա նրանք ստանում են գեղագիտական բնույթ և հանգում գեղագիտական հույզերի: (Միքայելյան Հ. Ս., 2015) աշխատանքում դիտարկվում է գեղեցիկի ձևավորման առնչությունը սպասումի և կանխատեսման, բավարարվածություն և ուրախություն, ֆրուստրացիոն, համագործակցային և ինտելեկտուալ հույզերի խմբերում: Սակայն գեղագիտական հույզերը, հուզական ապրումները միատեսակ չեն ընթանում ավագ դպրոցի բնագիտամաթեմատիկական և հումանիտար հոսքերում:

Եթե անդրադառնալու լինենք հումանիտար հոսքի սովորողներին, ապա այստեղ սովորող աշակերտների մեծամասնությունը ունենալով մաթեմատիկական ոչ լավ

պատրաստվածության մակարդակ, մաթեմատիկային վերաբերում են որպես իրենց ոչ հասանելի առարկայի: Պարզ է, որ այս ամենին հանգեցրել է նրանց մոտ տարիներ շարունակ արմատավորվող վախը մաթեմատիկայի նկատմամբ: Եվ շարունակական բնույթ կրող այն երևույթը, երբ աշակերտը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում բախվում է իր ուժերից վեր խոչընդոտների հաղթահարմանը, թեմաները չընկալելուն, մաթեմատիկական գործունեության ընթացքում պարբերաբար ձախողելուն, ապա ի հայտ է գալիս հիասթափությունը: Հումանիտար հոսքում սովորող աշակերտները կարելի է ասել ստիպված են ուսումնասիրել մաթեմատիկական այն բովանդակությունը, որը սահմանված է պետական ծրագրով և չափորոշչով, և կարծես անտեսվում է այն, թե որքանով է այդ բովանդակությունը առնչվում նրանց պահանջմունքներին՝ ընտրած մասնագիտության շրջանակներում դրա կիրառելուն, առօրյայում տարբեր գործողություններ ծավալելիս հնարավորինս ճիշտ որոշումների կայացմանը և այլն: Այս հոսքում սովորող աշակերտների հետ ունեցած մեր զրույցների արդյունքում վերհանել ենք այն, որ աշակերտները մաթեմատիկայի ուսուցումը դիտարկում են զուտ պարտադրանք: Եվ ահա, այս իրողության մեջ ավագ դպրոցի հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցումը մեծ նասամբ ուղեկցվում է սովորողների զգվանք արտահայտող հույզերով:

Ինչ վերաբերում է բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում վախ, հիասթափություն և զգվանք արտահայտող հույզերի դրսևորումներին, ապա պետք է նշել, որ դրանց նպաստող պատճառները այստեղ այլ բնույթ ունեն: Օրինակ՝ հիասթափություն արտահայտող հույզերի դրսևորման համար հիմք կարող են հանդիսանալ ուսուցչի կողմից աշակերտի «ինչու՞» հարցադրանք լիարժեք չբավարարելը, ինչն էլ իր հերթին ճնշում է սովորողների կողմից մաթեմատիկայի ներքին գեղագիտության առավել խորը բացահայտման մղումը: Սակայն բնագիտամաթեմատիկական հոսքում ավելի գերակշռում են դրական գեղագիտական հույզերը: Դիդարկենք դրանցից որոշները: Անդրադառնանք զարմանք արտահայտող հույզին, որը ներառված է ինտելեկտուալ հույզերի խմբի մեջ: Նշենք, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում զարմանք արտահայտող հույզի դրսևորման աղբյուր կարող են հանդիսանալ գիտական գեղեցիկի անսպասելիության և անկանխատեսելիության հատկանիշների առկայությունը: Այս հատկանիշների դրսևորման հնարավորությունները առավել շատ են բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Մաթեմատիկական հետաքրքրաշարժ խնդիրները, սովորողությունները, խնդրի օպտիմալ լուծումը, առաջին հայացքից բարդ թվացող խնդրի պարզ լուծումը և այլն: Հումանիտար հոսքում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում անսպասելիությունն ու անկանխատեսելիությունը կարող են արտահայտվել խնդրի անսպասելի արդյունքով՝ ընդ որում, երբ այդ խնդիրը ունի կիարառական, հետաքրքրաշարժ բնույթ, ինչպես նաև կարող են դրսևորվել «գտեք սխալը» պահաջով խնդիրները լուծելիս, որտեղ

մաթեմատիկական որոշ փաստերի կանխամտածված և քողարկված սխալ օգտագործման միջոցով սխալ արդյունքի ենք հանգում: Հասկանալի է, որ այս դեպքում էլ այդ սխալը գտնելը աշակերտների ուժերի սահմանում պետք է լինի:

Դիտարկենք նաև բավարարության և ուրախության հույզերի դրսևորումները բնագիտամաթեմատիկական և հումանիտար հոսքերում, և դրանց փոխհարաբերությունը գիտական գեղեցիկի հատկանիշների հետ: Հ. Ս. Միքայելյանը նշում է, որ բավարարության հուզական ապրումը պայմանավորված է ուսումնասիրության օբյեկտի մեջ գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշների ճանաչումից: Նման ապրումը էապես ուժեղանում է, երբ ճանաչողության գործընթացը ուղեկցվում է գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշների դրսևորմամբ: Ոչ ակնհայտ ճշմարտության իմացությունը արդեն առաջացնում է բավարարվածության հույզեր: Ճանաչողության գործընթացից ստացած բավարարվածության աստիճանը ուղիղ համեմատական է այն ջանքերին, որոնք ուղղված ճանաչողության ընթացքում դժվարին խոչընդոտների հաղթահարմար: Արդյունքում աշակերտը հասնելով իր նպատակին սկսում է ուրախություն ապրել (Միքայելյան Հ. Ս., 2015, էջ 122-123):

Վերը ներկայացվածը առավել բնորոշ է մաթեմատիկական լավ պատրաստվածություն ունեցող աշակերտներին: Հումանիտար հոսքում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ոչ ակնհայտ ճշմարտությունը կարող է պայմանավորվել այնպիսի տեղեկատվության իմացությամբ, որը անհրաժեշտ է բոլորին՝ անկախ մասնագիտական կողմնորոշումից: Հաշվի առնելով, որ հումանիտար հոսքում սովորող աշակերտների մեծամասնության համար մաթեմատիկական թեմաները ընկալելը դժվար է, առաջադրանքներն ու խնդիրները լուծելիս նրանք դժվարությունների են հանդիպում, պարզ է, որ այստեղ անբավարարվածության և տխրության հույզերի դրսևորումների վտանգը չափազանց մեծ է: Այսինքն, երբ այս հոսքում դասավանդող ուսուցիչների կողմից անտեսվում է մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղեցիկի բացահայտման կարևորությունը, ինչու ոչ հաճախ նույնիսկ անգիտակցաբար խթանվում են տգեղի դրսևորման հնարավորությունները, ապա մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը ողողվում է անտարբերության, անբավարարվածության և տխրության հույզերով:

Դիտարկենք նաև հումանիտար և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ուշադրության, հիշողության, երևակայության, մտածողության, կամային որակների դրսևորման և գիտական գեղեցիկի հատկանիշների հետ դրանց եւնոցած կապի առանձնահատկությունները:

[35]-ում հանգամանորեն քննարկվում է նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ուշադրության դրսևորումների (կենտրոնացում, բաշխում, ծավալ, տեղափոխում, տատանումներ, կայունություն, լարվածություն) և տեսակների (ոչ կամածին, կամածին, հետկամածին, ներքին, արտաքին) կապը գիտական գեղեցիկի հատկանիշների հետ: Հասկանալի է, որ թվարկվածները տարբեր կերպ են երևան գալիս

բնագիտամաթեմատիկական և հումանիտար հոսքերում: Օրինակ, ուշադրության կենտրոնացումը բնագիտամաթեմատիկական հոսքում մեծ դժվարություն չի ներկայացնում: Այն կապված է գիտական գեղեցիկի ինտելեկտուալ որոնման, բարդ ու դժվարին խորընդոտի հաղթահարման, տրամաբանական խստության հատկանիշների հետ, որոնք սակայն չեն դրսևորվում հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Միննույն ժամանակ հումանիտար հոսքերում սովորողների ուշադրության կենտրոնացումը ապահովվելը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում բավականին բարդ է: Այստեղ նրանց համար ուշադրության կենտրոնացման գործիք կարող է հանդիսանալ ուսումնասիրվող օբյեկտի արտաքին գեղագիտությունը՝ պայմանավորված համաչափության, ռիթմի, հստակության և այլ հատկանիշների հետ: Ուշադրության կենտրոնացման համար լավագույնս հիմք կարող է հանդիսանալ ուսումնասիրվող օբյեկտի կիրառական և օգտակար նշանակության լուսաբանումը: Ինչպես օրինակ՝ ուսումնասիրվող տեքստային խնդիրը, որը պարունակում է այնպիսի տեղեկատվություն, որն աչքի է ընկնում իր օգտակար նշանակությամբ, կնպաստի սովորողի ուշադրության կենտրոնացմանը:

Հիշողությունը մարդու կենսագործունեության կազմակերպման ամենակարևոր հոգեկան երևույթներից մեկն է: Բավական է ասել, որ հոգեկան բոլոր գործընթացները, ըստ էության, ընթանում են հիշողության մասնակցությամբ: Դժվար է պատկերացնել մարդու կյանքը առանց հիշողության: Ուսուցման արդյունավետությունը նույնպես մեծապես պայմանավորված է սովորողների լավ հիշողությամբ: Հայտնի է, որ գեղեցիկը միշտ հեշտ է հիշվում, և երկար է պահպանվում հիշողության մեջ: (Միքայելյան Հ. Ս., 2015) աշխատանքում հանգամանորեն քննարկվում է նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում հիշողության, նրա տեսակների (ըստ նյութի ծավալի և պահպանման ժամանակի, ըստ հոգեկան ակտիվության բնույթի, ըստ գործունեության նպատակների բնույթի, ըստ օգտագործված միջոցների) կապը գիտական գեղեցիկի հատկանիշների հետ: Այստեղ, օրինակ, բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում ակտիվորեն է դրսևորվում կամաժին հիշողությունը, ինչը չի կարելի ասել հումանիտար հոսքերի համար: Մյուս կողմից գաղտնիք չէ, որ հումանիտար հոսքերում սովորողները աչքի չեն ընկնում մաթեմատիկական նյութի լավ հիշողությամբ: Անշուշտ, այս հանգամանքի հիմքում ընկած է այն փաստը, որ ուսուցանվող նյութի գեղագիտական կողմը նրանց համար ընկալելի չի եղել: Չպետք է անտեսել նաև այն փաստը, որ նրանց մոտ ձևավորվել է այնպիսի տրամադրվածություն մաթեմատիկայի նկատմամբ, որ այն ավելորդ է իրենց համար:

Մաթեմատիկայի ուսումնական նյութի, նրա վերացական բնույթի և ապացուցողական հստակ կառույցի ընկալման համար պահանջվում են կամային դրական որակներ: Այն է՝ նպատակասլացություն, վճռականություն, համառություն, ինքնուրույնություն, համարձակություն և այլն: Կարելի է պնդել նաև, որ մաթեմատիկայի

ուսուցման գործընթացը նպաստում է կամային որակների ձևավորմանը և զարգացմանը: Միաժամանակ, կամային բոլոր որակները սերտորեն առնչվում են գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշների հետ: Մասնավորապես, առարկայի էությունը հասկանալու համար գործադրվող ջանքերի, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարման, ինտելեկտուալ որոնման գեղագիտական հատկանիշների դրսևորումները դժվար է պատկերացնել առանց սյուբեկտի կամային որակների ակտիվ մասնակցության (Միքայելյան Հ. Ս., 2015, էջ 176):

Վերը թվարկված կամային որակները համեմատաբար առավել լավ են դրսևորվում բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Մյուս կողմից, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում այս կամային որակների անհրաժեշտությունը անշուշտ բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում առավել մեծ է, քանզի այստեղ առավել շատ են դրսևորվում գիտական գեղեցիկի այնպիսի հատկանիշները. ինչպիսիք են տրամաբանական խստությունը, ինտելեկտուալ որոնումը և այլն: Օրինակ, նպատակասլացությունն այստեղ առաջին հերթին դրսևորվում է այն հանգամանքով, որ մաթեմատիկական նյութի լավ յուրացումը կնպաստի, որ աշակերտները բուհական քննությունները բարեհաջող հանձնեն, մյուս կողմից նպատակասլացության դրսևորումը այստեղ մեծ դեր է խաղում դժվարին խոչընդոտների ինքնուրույն հաղթահարման, դրանց ուղղված ջանքերի գործադրման համար: Վերջինս էլ աշակերտներին օգնում է առավել համարձակ, ինքնավստահ զգալ: Եթե նպատակասլացության և համարձակության դրսևորումները դիտարկենք հումանիտար հոսքում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, ապա այստեղ բախվում ենք մի ցավալի իրականության: Պայմանավորված մաթեմատիկական թույլ պատրաստվածությամբ, առարկան իրենց համար ոչ անհրաժեշտ համարելով, աշակերտները աննպատակ են համարում մաթեմատիկական նյութի յուրացումը: Այստեղ դիտվում է նաև համարձակության ցածր մակարդակ՝ մեծամասնությունը թերհավատորեն է վերաբերում նրան, որ իրենք կարող են մաթեմատիկական հասկանալ: Եվ նպատակասլացության ոչ պատշաճ դրսևորումն էլ նպաստում է այս հոսքում մաթեմատիկական գործունեության իրականացման ցածր մոտիվացիային, որն էլ իր հերթին թողնում է ոչ ցանկալի հետևանքներ: Այստեղ, մեր գլխավոր խնդիրն է, հասնել նրան, որ մաթեմատիկական ոչ լավ պատրաստվածություն ունեցող աշակերտը նպատակ տեսնի առարկան սովորելու: Կրկնվելով նշենք, որ նա պետք է զգա որ առարկայի ուսուցումը տալիս է այն համապիտանի գիտելիքը, կոմպետենցիան, որն իրեն անհրաժեշտ է իր հետագա գործունեության ընթացքում՝ անկախ մասնագիտական կողմնորոշումից:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում մեծ է նաև երևակայության և մտածողության դերը: Յուրաքանչյուր մաթեմատիկական հայտնագործություն մաթեմատիկական օբյեկտների հատկությունների ու կապերի հայտնաբերում է, ինչին

նախորդում են մաթեմատիկոսի երևակայության մեջ նմանատիպ բազմապիսի կապեր ու հատկություններ, որոնք անհրաժեշտ են լինում «գլխի ընկնել», այսինքն՝ առաջադրել որպես վարկածներ, մեծամասամբ՝ հերքել և, ի վերջո, դրանցից ընտրել նրանք, որոնք հնարավոր է լինում հաստատել, որոնք դառնում են ճշմարտություններ: Հասկանալի է, որ մաթեմատիկական օրինաչափությունների հայտնագործման այս ընթացքը տեղի է ունենում երևակայության և մտածողության սերտ համագործակցությամբ: Ինտելեկտուալ որոնման բուն ընթացքը կապված է երևակայության հետ. այն առաջադրում է վարկածը, իսկ մտածողությունը ստուգում է այդ վարկածի ճշմարտացիությունը: Գտնելու և հայտնագործելու վերջնական ակտը, բնականաբար, իրականանում է հոգեկան այս երկու երևույթների համատեղ ու միասնական գործունեության արդյունքում (Միքայելյան Հ. Ս., 2015, էջ 197):

Միայն մտածողության դրսևորմամբ իրականացվող, ասենք թեորեմի և նրա ապացուցման կամ խնդրի լուծման ուսուցումը դառնում է մեխանիկական սերտում և ուսուցումը զրկում է ինտելեկտուալ որոնման, գտնելու հայտնաբերելու գեղագիտական հատկանիշների դրսևորման հնարավորությունից (Միքայելյան Հ. Ս., 2015, էջ 198):

Մասնավորապես, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում առավել զարգացած երևակայությամբ են աչքի ընկնում մաթեմատիկական լավ պատրաստվածությամբ աշակերտները, որոնք առավել շատ են հաղորդակից լինում գիտական գեղեցիկի այնպիսի հատկանիշների հետ, ինչպիսիք են ինտելեկտուալ որոնումը, ոչ ակնհայտ ճշմարտության բացահայտումը, բարդ ու դժվարին խոչընդոտների հաղթահարումը և այլն, որոնք իրենց հերթին երևակայության առկայություն են պահանջում: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում առավել թույլ զարգացած երևակայություն է դրսևորվում մաթեմատիկական ոչ լավ պատրաստվածություն ունեցող աշակերտների մոտ, որոնք վերոնշյալ հատկանիշների հետ չեն առնչվում, դրանց գեղագիտական նշանակությունը չեն տեսնում: Հումանիտար ուղղվածություն ընտրած աշակերտները զարգացած երևակայություն են դրսևորում հումանիտար ցիկլի առարկաներ ուսուցման գործընթացում, ինչպես օրինակ գրականությունը, ուստի կարելի է հենվել մաթեմատիկայի և գրականության միջառարկայական կապից (օրինակ՝ համաչափությունը երկրաչափության մեջ և գրական գործերում) և խթանել աշակերտի երևակայության զարգացումը մաթեմատիկայի ուսուցման շրջանակներում:

Գրականություն

Միքայելյան Հ. Ս. (2015). Գեղեցիկը, մաթեմատիկական և կրթությունը, Մաս II, Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը/Հ. Ս. Միքայելյան, Եր., Էդիթ Պրինտ, 2015թ., 440 էջ:

Միքայելյան Հ. Ս. (2018). Մաթեմատիկական կրթության արժեքանական հիմունքները, Մաս 1, Արժեքներ և արժեքային հարաբերություններ/Հ. Ս. Միքայելյան, Եր., Էդիթ Պրինտ, 2018թ., 280 էջ:

Микаелян, Г.С. (2019). Эстетические основы математического образования, Монография, Ереван-Черкаскы, 2019, 220 С.

Липпс Т. (2006). Эстетика.-М., Территория будущего, 2006 г., [URL:https://www.e-reading.club/bookreader.php/1022035/Lipps-Estetika.html](https://www.e-reading.club/bookreader.php/1022035/Lipps-Estetika.html).

**ԳԵՂԱԳԻՏԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ
ՀՈԳԵԲԱՆԱ-ՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԱՎԱԳ
ԴՊՐՈՑՈՒՄ՝ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ
Ղազարյան Նարե Արթուրի**

Ամփոփում: Աշխատանքում լուսաբանվում է ավագ դպրոցում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդրի հոգեբանա-մանկավարժական առանձնահատկություններն, որն առաջին հերթին պայմանավորված է հոսքային ուսուցման առկայությամբ: Հումանիտար և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդրի մանկավարժական առանձնահատկությունները քննարկել ենք այս հոսքերում մաթեմատիկայի դասավանդման մոտեցումների, ուսուցման մեթոդների ընտրության տեսանկյունից: Օրինակ՝ կարևորել ենք հատկապես հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի արժեկողմնորոշիչ ուսուցման դերը:

Հաշվի առնելով այն, որ գեղագիտական արժեքների ձևավորման խնդիրը սերտորեն կապված է սովորողների հոգեկան երևույթների հետ, այստեղ դիտարկել ենք վերջիններիս դրսևորման առանձնահատկությունները հումանիտար և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում՝ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Մասնավորապես կանգ ենք առել վախի, զգվանքի, զարմանքի, բավարարության, ուրախության հույզերի դրսևորումների, ինչպես նաև գիտական գեղեցիկի հատկանիշների հետ դրանց փոխհարաբերությունների վրա: Անդրադարձել ենք նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, ուշադրության, հիշողության, երևակայության, մտածողության դրսևորման և գիտական գեղեցիկի հատկանիշների հետ դրանց ունեցած կապի առանձնահատկություններին:

Բանալի բառեր: Գեղագիտական արժեքներ, հոգեբանա-մանկավարժական առանձնահատկություններ, հոսքային ուսուցում, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթաց, արժեկողմնորոշիչ ուսուցում, հոգեկան երևույթներ:

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭСТЕТИЧЕСКИХ ЦЕННОСТЕЙ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ, В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Казарян Наре Артуровна

Образовательный комплекс имени Анания Ширакаци

Резюме. В работе освещены психолого-педагогические особенности проблемы формирования эстетических ценностей в процессе обучения математике в старшей школе, что обусловлено прежде всего наличием потокового обучения. Рассмотрены педагогические особенности проблемы формирования эстетических ценностей в процессе обучения математике в гуманитарном и естественно-математическом потоках с точки зрения подходов к обучению математике в этих потоках, а также выбора методов обучения. В частности, мы подчеркивали роль ценностно-ориентированного обучения математики, особенно в гуманитарных направлениях.

Принимая во внимание, что проблема формирования эстетических ценностей тесно связана с психическими явлениями учащихся, здесь мы рассматривали особенности проявления последних в гуманитарном и естественно-математическом потоках. В частности, мы сосредоточили внимание на проявлениях эмоций страха, отвращения, удивления, удовлетворения, радости, а также на их связи с характеристиками научной красоты. Мы также рассмотрели внимание, память, воображение, мышление и их связи с особенностями научной красоты в процессе обучения математике.

Ключевые слова. Эстетические ценности, психолого-педагогические особенности, потоковое обучение, процесс обучения математике, ценностно-ориентированное обучение, психические феномены.

PSYCHO-EDUCATIONAL FEATURES FORMATION OF AESTHETIC VALUES IN HIGH SCHOOL IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS

Ghazaryan Nare Arthuri

Educational complex after Anania Shirakatsi

Summary. The paper highlights the psychological and pedagogical features of the problem of the formation of aesthetic values in the process of teaching mathematics in High school, which is primarily due to the presence of streaming education. The pedagogical benefits of the problem of the formation of aesthetic values in the process of teaching mathematics in the humanitarian and natural-mathematical streams are considered from the point of view of approaches to teaching mathematics in these streams, as well as the choice of teaching methods. In particular, we emphasized the role of value-oriented teaching mathematics, especially in the humanities. Taking into account that the problem of the formation of aesthetic values is closely related to the mental phenomena of students, here we considered the features of the manifestation of the latter in the

humanitarian and natural-mathematical flows. In particular, we focused on the manifestations of the emotions of fear, disgust, surprise, satisfaction, joy, as well as their relationship with the characteristics of scientific beauty. We also looked at attention, memory, imagination, thinking and their relationship with the peculiarities of scientific beauty in the process of teaching mathematics.

Keywords: aesthetic values, psycho-pedagogical features, streaming education, math learning process, psychical phenomena.

Получено в редакцию - 08.10.2022

Рецензирована – 15.10.2022

Отправлен на сайт – 27.12.2022

ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԿԻՐԱՌՄԱՍԲ ԷՔՍՏՐԵՄԱԼ
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

ORCID 0000-0002-7704-5747

Պետրոսյան Լեոնիկ Նահապետի,

ՀԱՊՀ Կապանի մասնաճյուղ

ORCID 0000-0002-9587-1428

Դավաթյան Գուրգեն Վանիկի

Խ.Արուվյանի անվան ՀՊՄՀ



*Պետրոսյան Լ. Ն., մանկավարժական գիտ. դոկտոր,
պրոֆեսոր*

Նախաբան

Գործունեության այս կամ այն իրավիճակում մարդը միշտ ձգտում է գտնել, որքան հնարավոր է, լավագույն լուծումը, որն ենթադրում է ցանկալի արդյունքի հասնելու համար անհրաժեշտ նվազագույն ծախս կամ, ընդհակառակը, տրված ծախսերով՝ առավելագույն արդյունքի ստացում (Буслаева И. П., 1995), (Габасов Р. Ф., 1997), (Ударцева Д. А., Бодряков В. Ю., 2018):

Այդպիսի լուծումը հաճախ անվանում են օպտիմալ: «Օպտիմալ» բառը ծագում է լատիներեն «optimus» բառից, որը նշանակում է՝ «լավագույն, կատարյալ»: Հնարավորություններից լավագույնը (օպտիմալը) գտնելու համար հաճախ հարկ է լինում լուծել «մինիմումի» կամ «մաքսիմումի», այսինքն՝ ինչ-որ մեծության առավելագույն կամ նվազագույն արժեքի որոնման խնդիր: Մաքսիմումի և մինիմումի հասկացությունները միավորվում են մեկ ընդհանուր «էքստրեմում» (լատիներենից՝ *extremum* «ծայրագույն» նշանակությամբ) տերմինում: Այդ պատճառով մաքսիմումի կամ մինիմումի որոնման խնդիրներն անվանում են էքստրեմալ խնդիրներ:



*Դավաթյան Գ. Վ., ֆիզմաթ գիտ. թեկնածու,
դոցենտ*

Մաքսիմումի և մինիմումի խնդիրների գիտական հետազոտությունը առաջ է եկել բավականին հին ժամանակներում, մասնավորապես, հայտնի է շուրջ երեք հազար տարի առաջ ֆինիկական Մաթեմատիկա Դիդոնի (մ.թ.ա. 9-րդ դար) տրված պարագծով պարփակված առավելագույն մակերեսի վերաբերյալ խնդիրը (Γαδacos P. Φ., 1997), (Προχοροβα O. M. 1993): Էքստրեմալ (գերազանցապես երկրաչափական) խնդիրներ են լուծել Էվկլիդեսը, Արքիմեդը, Արիստոտելը և այլոք: Երկար ժամանակ էքստրեմալ խնդիրների լուծման ընդհանուր մեթոդներ չեն ձևակերպվել, սակայն մաթեմատիկական անալիզի ձևավորման շրջանում (15-16-րդ դարեր) հաջողվեց կառուցել այդ խնդիրների լուծման ընդհանուր մեթոդներ, հիմնված՝ դիֆերենցիալ հաշվի մեթոդների վրա (Կեպլեր, Ֆերմա, Նյուտոն, Լայբնից, Բեռնուլլի, Լագրանժ, Էյլեր և այլոք): Այդ նույն ժամանակաշրջանում հայտնաբերվեց, որ էքստրեմումի խնդիրները բնագիտության մեջ գրավում են շատ կարևոր տեղ, քանզի շատ շարժումներ կամ վիճակներ, օրինակ, լույսի, գազի, հեղուկի կամ մարմինների համակարգի վիճակները այնպիսին են, որ դրանք նվազագույնի են հասնում այդ օբյեկտների վիճակը բնութագրող ֆունկցիաները: Այսպես, Պյեռ Ֆերման ենթադրեց, որ տարածության երկու կետերի միջև լույսը տարածվում է այնպես, որ տարածման ժամանակը լինի նվազագույնը (Ֆերմայի սկզբունքը): 17-րդ դարի վերջում ձևակերպվեցին բնագիտական և մաթեմատիկական բովանդակությամբ մի շարք դասական էքստրեմալ խնդիրներ: Հետագայում էքստրեմալ խնդիրների լուծման անհրաժեշտություն առաջացավ արդյունաբերության, տնտեսագիտության մեջ, ռազմական գործում: Դրանց լուծմանը մասնակցեցին յուր ժամանակի գրեթե բոլոր մաթեմատիկոսները:

Ներկայումս դեռևս արդիական է ֆունկցիաների էքստրեմալ արժեքների, ինչպես նաև պարամետրերի այն արժեքների, որոնց դեպքում այդ արժեքներին նրանք հասնում են,

որոնումը: Լավարկված (օպտիմալացված) խնդիրների լուծման կայուն կարողություններ պետք կզան ապագա հետազոտողներին, ճարտարագետներին, տնտեսագետներին, ովքեր լուծում են եկամտի առավելագույնի հասցման, պատրաստի արտադրանքի ելքի, ծախսերի նվազագույնի հասցման, վնասակար թափոնների հաշվարկման, էներգառեսուրսների խնայողության և այլնի վերաբերյալ հիմնախնդիրները: Մեծաքանակ տվյալները (Big Data), որ կուտակել և շարունակում է կուտակել մարդկությունը, նույնպես պահանջում են ադեկվատ մեթոդներով օպտիմալ մշակում (Նիկոլսկի Ս. Մ., Պոտապով Մ. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելկին Ա. Վ. 2012):

Ժամանակակից օպտիմալացման էքստրեմալ խնդիրները պարունակում են ուսումնասիրվող երևույթի ադեկվատ մաթեմատիկական մոդելի կառուցման համար անհրաժեշտ նախնական հետազոտության շատ ավելի մեծ բաժին:

Շատ դեպքերում ոչ միշտ է, որ դիֆերենցիալ հաշվի հայտնի մեթոդների անմիջական կիրառումը հանդիսանում է էքստրեմալ խնդիրների լուծման լավագույն մեթոդ: Երբեմն էլ պարզվում է, որ այդ մեթոդով խնդրի լուծումը, պարզապես, անհնար է: Ժամանակակից էքստրեմալ խնդիրների տեսության առաջացմանը զուգընթաց մաթեմատիկոսներին հարկ է լինում ավելի ու ավելի հաճախ գործ ունենալ ածանցյալ չունեցող կամ էլ՝ խզվող ֆունկցիաների հետ: Դրա հետ կապված առաջացավ ուռուցիկ անալիզը, որում ուռուցիկ կոչվող ֆունկցիաների հատուկ դասը (օրինակ՝ $f(x) = |x|$) հետազոտվում է առանց դասական ածանցյալների:

Վերը ասվածի հետ կապված կարևոր հարց է առաջանում. պատրաստել մասնագետներ, որոնք ընդունակ են լուծելու էքստրեմալ խնդիրներ կոնկրետ պայմաններում և նպատակաուղղված փնտրել դրանց լուծման (ցանկալի է անալիտիկ) օպտիմալ մեթոդներ: Անշուշտ՝ դպրոցականներին, ուսանողներին, հետազոտողներին, ճարտարագետներին, տնտեսագետներին, կառավարիչներին, անհրաժեշտ է համոզվել դրանց արդյունավետության մեջ և տարբեր բովանդակության և մակարդակի օպտիմալացված խնդիրներ լուծելու նպատակով «զինվել» ածանցյալի գաղափարը չներառող մաթեմատիկական գործիքակազմով:

Առանձնապես կարևոր և անհրաժեշտ է ապագա ուսուցիչներին՝ մաթեմատիկոս-մանկավարժ ուսանողներին ծանոթացնել այդպիսի խնդիրների «կառուցման» և լուծման մեթոդներին, իսկ դպրոցականներին՝ դրանց լուծման մեթոդիկային:

Սույն աշխատանքի նպատակը քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունների ուսումնասիրությունն է՝ որպես լավարկված (օպտիմալացված) խնդիրների լուծման շարժառիթային (մոտիվացիոն) գործիքի, ինչպես նաև՝ նման խնդիրների լուծման ուսուցումը:

Հոդվածի հիմնական բովանդակությունը

Հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի դասագրքերում և խնդրագրքերում ոչ հաճախ են հանդիպում ֆունկցիայի էքստրեմալ (առավելագույն կամ նվազագույն) արժեքների որոշման

վերաբերյալ բովանդակալից, հետաքրքիր խնդիրներ (Առաքելյան Կ. Գ., Նավասարդյան Հ. Ս., Սարգսյան Ա. Հ. 2016), (Միքայելյան Հ. Ս. 2008), (Նիկոլսկի Ս. Ս., Պոտապով Ս. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելկին Ա. Վ. 2012): Նույն պատկերն է նաև խորհրդային կրթական համակարգի մյուս ժառանգների, մասնավորապես, ՌԴ-ի հիմնական դպրոցներում (տե՛ս, օրինակ, (Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др., 2012), (Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.; под ред. Г. В. Дорофеева, 2010). (Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. Л. Теляковского, 2009)., (Мордкович А. Г. 2009а, б, 2010, 2013). Այդ տարիքի աշակերտները դասարանում կիրառական էքստրեմալ խնդիրներ գրեթե չեն լուծում, իսկ դրանց հետ ծանոթանում են միայն ավագ դպրոցում՝ դիֆերենցիալ հաշվի հիմունքներն ուսումնասիրելիս: ՀՀ-ում ավագ դպրոցներում ածանցյալը ներկայացվում է 11-րդ դասարանում (Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա., 2017): ՌԴ հանրակրթական դպրոցներում նույնպես ածանցյալն անցնում են ավագ դպրոցում (ավարտական դասարաններում): Այսպես, Մորդովկովիչի խմբագրությամբ դասագրքերում (Мордкович А. Г. 2009а, б) ածանցյալը ներկայացվում է 10-րդ դասարանի II կիսամյակում, Նիկոլսկու և այլոց դասագրքում (Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В., 2009) ածանցյալը ներկայացվում է 11-րդ դասարանի I կիսամյակում և այլն: Ցավոք, շատ դեպքերում մինչ ավագ դպրոցին հասնելը մաթեմատիկայի նկատմամբ դպրոցականների մոտիվացիան անվերադարձ կորսվում է:

Ասվածին ավելացնենք, որ ֆիզիկայի 10-րդ դասարանի դասընթացի համակարգված ուսումնասիրությունը սկսվում է մեխանիկայի (հավասարաչափ և անհավասարաչափ մեխանիկական շարժում, Նյուտոնի օրենքները, մարմինների շարժումները տարբեր ուժերի ազդեցության և այլն) ուսումնասիրությամբ (տե՛ս, օրինակ, (Ղազարյան Է., Կիրակոսյան Ա., Մելիքյան Գ., Մամյան Ա., Մախլյան Ս., 2010): Ֆիզիկայի այդ բաժինների խորը հասկացումը, առանց էքստրեմալ խնդիրների լուծման կայուն կարողությունների, գրեթե հնարավոր չէ: Օրինակ, հետևյալ տիպի՝ ինչպիսի՞նն է դեպի վեր նետված մարմնի առավելագույն բարձրությունը, ինչպիսի՞նն է հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված մարմնի թռիչքի առավելագույն հեռավորությունը, ինչպիսի՞նն առավելագույն հեռավորություն կգնա բլրից սահող սահնակը շփման գործակցի տրված արժեքի դեպքում, ինչպիսի՞նն է ճոճանակի տատանման լայնույթը շարժման սկզբնական արագության տրված արժեքի դեպքում և այլն:

Քառակուսային ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը դպրոցում սկսվում է 9-րդ դասարանում: Այսպես, Հ. Ս. Միքայելյանի դասագրքում . սկզբում ուսումնասիրվում է գծային ֆունկցիան (Միքայելյան Հ. Ս., 2008, էջ 216-217), նրա գրաֆիկը և հիմնական հատկությունները: Միայն դրանից հետո է սկսվում $y = x^2$ քառակուսային ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը (Միքայելյան Հ. Ս., 2008, էջ 218) ըստ կետերի նրա գրաֆիկի կառուցմամբ: Այնուհետև հետևում է պարաբոլի և հիմնական հասկացությունների մի քանի երկրաչափական հատկությունների նկարագրությունը:

Ս. Ս. Նիկոլսկու, Մ. Կ. Պոտապովի, Ն. Ն. Ռեշետնիկովի, Ա. Վ. Շելվինի գրքում քառակուսային ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը տրվում է 8-րդ դասարանում (Նիկոլսկի Ս. Ս., Պոտապով Մ. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելվին Ա. Վ., 2012), էջ 167-172):

Հիմնական տեսական արդյունքը, որն անհրաժեշտ է քառակուսային ֆունկցիան օգտագործել որպես էքստրեմալ խնդիրների լուծման գործիքի, կարելի է ձևակերպել հետևյալ թեորեմի տեսքով, որի ապացույցը հասանելի է սովորական դպրոցականին:

Թեորեմ: $y(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) քառակուսային եռանդամն ընդունում է իր էքստրեմալ արժեքը $x_0 = -(b/2a)$ կետում: Այդ արժեքը փոքրագույնն է ($y_{\min}$), եթե $a > 0$, և մեծագույնը ($y_{\max}$), եթե $a < 0$:

Ապացույց: Քառակուսային եռանդամում առանձնացնենք լրիվ քառակուսի.

$$y(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \quad (1)$$

Քանի որ փակագծի արտահայտությունը ամենուրեք ոչ բացասական է և հավասար է զրոյի միայն $x_0 = -(b/2a)$ կետում, ապա $a > 0$ դեպքում $y(x)$ ֆունկցիան հասնում է իր

$$y_{\min} = y(x_0) = c - \frac{b^2}{4a} \quad (2)$$

փոքրագույն արժեքին: Հանգումորեն՝ $a < 0$ դեպքում $y(x)$ ֆունկցիան հասնում է իր

$$y_{\min} = y(x_0) = c + \frac{b^2}{4|a|} \quad (3)$$

մեծագույն արժեքին, ինչն էլ պետք էր ապացուցել:

Քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմումի վերաբերյալ բերված թեորեմից բխում է երկու կարևոր հետևանք, որոնք լայնորեն օգտագործվում են էքստրեմալ խնդիրներ լուծելիս:

Հետևանք 1: Դիցուք՝ x և y երկու դրական գումարելիների գումարը սևեռված է (հաստատուն է): Այդ դեպքում, նրանց $x \cdot y$ արտադրյալի արժեքը կլինի առավելագույնը, երբ այդ գումարելիներն իրար հավասար են:

Ապացույց: Արդյունքն անմիջապես բխում է

$$xy = \frac{1}{4} \left[(x+y)^2 - (x-y)^2 \right] \quad (4)$$

ակնհայտ նույնությունից: Ըստ պայմանի $S = x + y$ գումարը սևեռված է: xy արտադրյալը կլինի առավելագույնը $(x-y)^2$ -ու ամենափոքր արժեքի դեպքում, այսինքն՝ $x = y$ դեպքում, որն էլ պահանջվում էր ապացուցել:

Հետևանք 2: Դիցուք՝ երկու արտադրիչների $x \cdot y$ արտադրյալը սևեռված է (հաստատուն է): Այդ դեպքում նրանց $x + y$ գումարը կլինի նվազագույնը, երբ այդ արտադրիչներն իրար հավասար են:

Ապացույց: Աապացույցն ակնհայտ է դառնում, եթե օգտվենք

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy \quad (5)$$

նույնությունից, որից անմիջապես երևում է, որ $(x+y)^2$ -ն, հետևաբար և $x+y$ -ը՝ կլինի նվազագույնը, երբ $x-y=0$, այսինքն՝ $x=y$, ինչն էլ պահանջվում էր ապացուցել:

Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդով 1 և 2 հետևանքները կարելի է ընդհանրացնել ցանկացած թվով գումարելիների համար:

Դիտողություն: Բերված ապացույցները հասարակ, նրբագեղ են և, անկասկած, օժտված են գեղագիտական գրավչությամբ («մաթեմատիկական գեղեցկությամբ»), որը կարող է ըստ արժանվույն գնահատվել ինչպես բնագիտամաթեմատիկական, այնպես էլ հումանիտար-գեղագիտական հակումներ ունեցող սովորողների կողմից: Կարծում ենք կարևոր է, որպեսզի նմանատիպ մաթեմատիկական արդյունքները լինեն հասանելի, քննվելի և մշտապես կիրառվող տարբեր մակարդակներում մաթեմատիկա ուսուցանելիս:

Ներկայացնենք էքստրեմալ կիրառական խնդիրների օրինակներ, որով ակնառու կերպով ցուցադրվում են հիմնական դպրոցի սովորողների համար հասանելի խնդիրների «անդիֆերենցիալ» լուծման հնարավորությունները:

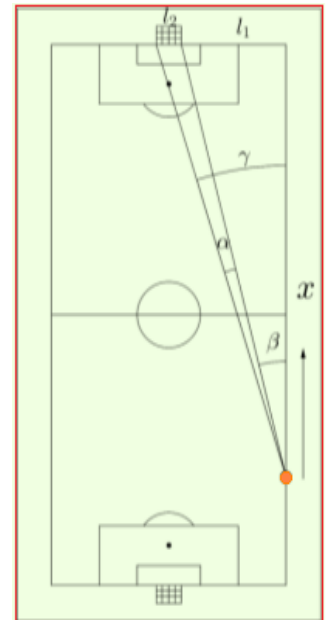
Խնդիր 1: Ֆուտբոլիստը գնդակի հետ վագում է խաղադաշտի եզրով, դարպասային գծին ուղղահայաց (նկ. 1): Դաշտի n -ր կետից նա պետք է հարվածի դարպասի ուղղությամբ, որպեսզի ամենամեծ հավանականությամբ գրավի հակառակորդի դարպասը:

Լուծում: Ակնհայտ է՝ դարպասի գրավման ամենամեծ հավանականությունը համապատասխանում է այն առավելագույն անկյանը, որի տակ հարձակվողին երևում է հակառակորդի դարպասը: Նշանակենք x -ով հարձակվողից ուղղահայաց ուղղությամբ մինչև դարպասային գիծն եղած հեռավորությունը, ℓ_1 -ով եզրային գծից մինչև դարպասն եղած հեռավորությունը, ℓ_2 -ով դարպասի լայնությունը, β -ով եզրային գծով և ֆուտբոլիստի գտնվելու կետը աջ դարպասաձողին միացնող ուղղի միջև ընկած անկյունը, γ -ով՝ եզրային գծի և ֆուտբոլիստի գտնվելու կետը ձախ դարպասաձողին միացնող ուղղի կազմած անկյունը (նկ. 1): Այս նշանակումներից հետո կարող ենք գրել՝

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{x}{\ell_1 + \ell_2} \quad \text{և} \quad \operatorname{ctg} \beta = \frac{x}{\ell_1}: \quad (6)$$

Անկյունը, որի տակ երևում է դարպասը՝ $\alpha = \gamma - \beta$: Գրենք α անկյան կոտանգենտը.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg}(\gamma - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \gamma \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \gamma} = \frac{\frac{x}{\ell_1 + \ell_2} \cdot \frac{x}{\ell_1} + 1}{\frac{x}{\ell_1} - \frac{x}{\ell_1 + \ell_2}} = \frac{x^2 + \ell_1(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot x} = \frac{1}{\ell_1} \left(x + \frac{\ell_1(\ell_1 + \ell_2)}{x} \right): \quad (7)$$



Նկ.

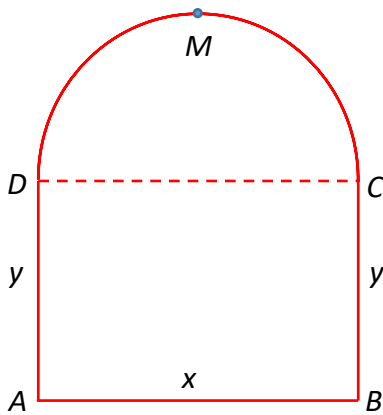
Որպեսզի դարպասը երևա ամենամեծ անկյան տակ α անկյան կոտանգենտը պետք է լինի նվազագույնը: (7)-ում փակագծի ներսի $\ell_1(\ell_1 + \ell_2)$ մեծությունը հաստատուն է, այսինքն՝ կախված չէ x -ից: Ուստի թեորեմի 2-րդ հետևանքից եզրակացնում ենք, որ $\operatorname{ctg} \alpha$ -ն իր նվազագույն արժեքն ընդունում է, երբ փակագծի ներսի գումարելիներն իրար հավասար են, այսինքն՝ երբ

$$x_0 = \sqrt{\ell_1(\ell_1 + \ell_2)} : \quad (8)$$

Փորձենք քանակապես գնահատել ստացված արդյունքը: ՖԻՖԱ-ի կողմից երաշխավորված ֆուտբոլային դաշտի չափերը հետևյալն են. երկարությունը՝ 105 մ, լայնությունը՝ 68 մ, իսկ դարպասի լայնությունը՝ 7,32 մ: Այդ դեպքում, մեր նշանակումներով կունենանք՝ $\ell_1 = 30,34$ մ, $\ell_2 = 7,32$ մ, որից հետո կստանանք՝

$$x_0 = \sqrt{\ell_1(\ell_1 + \ell_2)} = \sqrt{30,34(30,34 + 7,32)} = 33,8 \text{ մ}: \quad (9)$$

Դիտողություն: Տրված խնդրի ակնհայտ կիրառական բնույթը, որը լիարժեք պետքական է, որպես խաղացողների տեսական պատրաստության տարր, լայնորեն գործարկում է մաթեմատիկայում «ամբարված» ներառարկայական կապերը (տվյալ դեպքում երկրաչափության և եռանկյունաչափության միջև): Այստեղ նույնպես կարևոր տարր է թվային գնահատման հնարավորությունը և խնդրի իրատեսության գնահատականը: Վերջինս, ինչպես վկայում է դասավանդման պրակտիկան, պրոբլեմային է սովորողների համար:



Նկ. 2

Խնդիր 2: Լուսամուտն ունի կիսաշրջանագծով եզրագծված ուղղանկյան տեսք (նկ. 2): Պատկերի պարագիծը՝ $P = 6$ մ: Ինչպիսի՞ն պետք է լինեն լուսամուտի չափերը, որպեսզի այն իրենով բաց թողնի լույսի առավելագույն քանակ:

Լուծում: Լուսամուտը կունենա առավելագույն թափանցման ընդունակություն, եթե տրված պարագծի դեպքում ունենա առավելագույն մակերես: Նշանակենք՝

$$AB = DC = x \text{ և } AD = BC = y: \quad (10)$$

Լուսամուտի պարագիծը՝

$$P = AB + BC + AD + DMC: \quad (11)$$

(10) նշանակումների հաշվառմամբ (11) պարագծի համար կարող ենք գրել.

$$P = x + 2y + \frac{\pi x}{2}: \quad (12)$$

Խնդրի պայմանում տրված P -ի թվային արժեքը տեղադրելով (12)-ի մեջ, պարզ ձևափոխություններից հետո կստանանք՝

$$y = 3 - \frac{x}{2} - \frac{\pi x}{4}: \quad (13)$$

Լուսամուտի մակերեսը՝

$$S = AB \times BC + \frac{\pi(DC)^2}{8}, \quad (14)$$

կամ՝

$$S = xy + \frac{\pi x^2}{8} : \quad (15)$$

y -ի (13) արժեքը տեղադրելով (15)-ի մեջ, պարզ ձևափոխություններից հետո կստանանք լուսամուտի S մակերեսի (14) կախումը x փոփոխականից.

$$S(x) = -\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\right)x^2 + 3x : \quad (16)$$

(16)-ի աջ մասում գրված քառակուսային եռանդամը համեմատելով քառակուսային եռանդամի $ax^2 + bx + c$ ընդհանուր տեսքի հետ, դիտարկվող խնդրի համար կունենանք՝

$$a = -\left(\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\right), \quad b = 3, \quad c = 0 : \quad (17)$$

Հայտնի է, որ $a < 0$ դեպքում քառակուսային եռանդամն ընդունում է իր առավելագույն արժեքը, երբ

$$x = -\frac{b}{2a} : \quad (18)$$

a -ի և b -ի (17)-ում գրված արժեքները (18)-ում տեղադրելով՝ կստանանք.

$$x = \frac{12}{\pi + 4} : \quad (19)$$

x -ի ստացված արժեքը (13)-ի մեջ տեղադրելով y -ի համար կունենանք՝

$$y = \frac{6}{\pi + 4} : \quad (20)$$

π -ի մոտավոր արժեքը տեղադրելով (19)-ում և (20)-ում, լուսամուտի չափերի թվային արժեքների համար վերջնականապես ստանում ենք՝ $x = 1,68$ մ, $y = 0,84$ մ:

Դիտողություն: Դիտարկված խնդիրն իր պարզությամբ հանդերձ, ակնհայտ է, որ ունի կիրառական բնույթ և դրանով իսկ, հանրակրթական դպրոցի սովորողների մեջ կարող է գրավչություն առաջացնել «մաթեմատիկա» առարկայի նկատմամբ և հանդես գալ որպես մոտիվացիայի աղբյուր:

Եզրակացություն

Վերոբերյալ դիտարկումը հստակ ցույց է տալիս օպտիմալացված խնդիրների լուծման համար քառակուսային ֆունկցիայի (պարաբոլի) էքստրեմալ հատկությունների կիրառման հնարավորությունը այն դեպքում, երբ որևէ անհրաժեշտություն չկա օգտվելու ածանցյալի գաղափարից: Քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունները թույլ են տալիս ոչ միայն արդյունավետորեն և ոչ ֆորմալ (ոչ ձևականացված) կերպով լուծելու բավականաչափ

դժվար օպտիմալացված խնդիրներ, այլ նաև՝ էականորեն բարձրացնելու սովորողների, այդ թվում նաև ուսանող-մանկավարժների, մոտիվացիայի մակարդակը մաթեմատիկայի ուսումնասիրման նկատմամբ:

Կարծում ենք մանկավարժ-մաթեմատիկոս բակալավրերին իրենց ապագա մասնագիտական գործունեության մեջ կհետաքրքրեն օպտիմալացված խնդիրների լուծման «անդիֆերենցիալ» մեթոդները: Դրան հասնելու համար ուսանող-մաթեմատիկոսների ուսուցման ժամանակ հարկ է մեծ ուշադրություն դարձնել միջճյուղային՝ երկրաչափական, ֆիզիկական, տնտեսագիտական և այլ բնույթի կիրառական բովանդակությամբ էքստրեմալ խնդիրների լուծմանը:

Գրականություն

- Առաքելյան Կ. Գ., Նավասարդյան Հ. Ս., Սարգսյան Ա. Հ. (2016),** ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ, Խորացված դասընթաց, 8-րդ դասարան, Երևան, « ԳԵՎՈՐԳ-ՀՐԱՅՐ» ՍՊԸ, ԼՈՒՍԱԿԱՆ Հրատարակչություն, 2016, 96 էջ:
- Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա. (2017),** Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 11-րդ դասարանի դասագիրք: Բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար / Գ. Գ. Գևորգյան, Ա. Ա. Սահակյան: Խմբագիր՝ Ա. Ոսկանյան, - Եր.: Տիգրան Մեծ, 2017. 200 էջ:
- Ղազարյան Է., Կիրակոսյան Ա., Մելիքյան Գ., Մամյան Ա., Մաիլյան Ս. (2010),** ՖԻԶԻԿԱ 10, Ավագ դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար / Է. Ղազարյան, Ա. Կիրակոսյան, Գ. Մելիքյան և այլք.- Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2010. 272 էջ:
- Միքայելյան Հ. Ս.(2008),** Հանրահաշիվ 9, Երևան, «Էդիթ Պրինտ», 2008, 304 էջ:
- Նիկոլսկի Ս. Ս., Պոտապով Ս. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելկին Ա. Վ. (2012),** Հանրահաշիվ 8-րդ դասարանի դասգիրք, Երևան, «Անտարես», 2012. 280 էջ:
- III. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др.(2012)** Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / - М.: Просвещение, 2012. 255 с.
- Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.; под ред. Г. В. Дорофеева. (2010).** Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / - М.: Просвещение, 2010. - 304 с.
- Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. Л. Теляковского (2009).** Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / - М.: Просвещение, 2009. 271 с.
- Бодряков В. Ю., Быкова А. А. (2016).** Методические подходы к обучению студентов направления «Прикладная математика и информатика» основам интеллектуальной обработки Больших Данных // Педагогическое образование в России. 2016. - № 7. - с. 145-152.

- Буслаева И. П. (1995).* Решение экстремальных задач без использования производной // Математика в школе. - 1995. - № 5. с. 67-70.
- Габасов Р. Ф. (1997).* Экстремальные задачи в современной науке и приложениях [Электронный ресурс] // Соросовский образовательный журнал. - 1997. - № 6. с. 115-120.
- Мордкович А. Г. (2013).* Алгебра. 7 класс. Часть 1: учебник. - М.: Мнемозина, 2013. 175 с.
- Мордкович А. Г. (2010).* Алгебра. 8 класс. Часть 1: учебник. - М.: Мнемозина, 2010. - 221 с.
- Мордкович А. Г. (2009а).* Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Часть 1: учебник (базовый уровень). - М.: Мнемозина, 2009. 399 с.
- Мордкович А. Г. (2009б).* Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Часть 2: задачник (базовый уровень). - М.: Мнемозина, 2009. 239 с.
- Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В. (2009).* Алгебра и начала анализа. 11 класс: учебник (базовый и профильный уровень). - М.: Просвещение, 2009. 464 с.
- Прохорова О. М. (1993).* К истории теории экстремальных задач: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. - М., 1993. - 175 с.
- Ударцева Д. А., Бодряков В. Ю. (2018).* «Конструирование» и решение задач оптимизации с использованием экстремальных свойств квадратичной функции как способ развития творческих математических способностей учащихся основной общей школы // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2018. № 1. с. 179-187.

ՔԱՌԱՎՈՒՍԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ ԷՔՍՏՐԵՄԱԼԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

Պետրոսյան Լեոնիկ Նահապետի, Դավաթյան Գուրգեն Վանիկի

Ամփոփում: Շատ դեպքերում ոչ միշտ է, որ դիֆերենցիալ հաշվի հայտնի մեթոդների անմիջական կիրառումը հանդիսանում է էքստրեմալ խնդիրների լուծման լավագույն մեթոդ: Երբեմն էլ պարզվում է, որ այդ մեթոդով խնդրի լուծումը, պարզապես, անհնար է: Ժամանակակից էքստրեմալ խնդիրների տեսության առաջացմանը զուգընթաց մաթեմատիկոսներին հարկ է լինում ավելի ու ավելի հաճախ գործ ունենալ ածանցյալ չունեցող կամ էլ՝ խզվող ֆունկցիաների հետ: Մյուս կողմից, հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի դասագրքերում և խնդրագրքերում ոչ հաճախ են հանդիպում ֆունկցիայի էքստրեմալ արժեքների որոշման բովանդակալից խնդիրներ: Սույն հոդվածում հանրակրթական դպրոցի սովորողին հասկանալի մակադակով ներկայացվում է քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունների կիրառման հնարավորությունը օպտիմալացված (լավարկված) խնդիրների լուծման բնագավառում, առանց ածանցիալի կիրառման: Մանրամասն դիտարկված են որոշ կիրառական խնդիրներ, որոնց լուծմամբ հիմնավորվում է, որ քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունները ոչ միայն թույլ են տալիս արդյունավետ և ոչ ֆորմալ կերպով

լուծել բավականին դժվար էքստրեմալ խնդիրներ, այլ նաև՝ նկատելիորեն բարձրացնում են սովորողների մոտիվացիայի մակարդակը մաթեմատիկայի ուսումնասիրման նկատմամբ:

Բանալի բառեր: էքստրեմալ խնդիրներ, քառակուսային ֆունկցիա, մոտիվացիա, մաթեմատիկական խնդիրներ, կիրառական խնդիրներ:

ON THE METHOD OF SOLVING OF EXTREME PROBLEMS USING QUADRATIC FUNCTIONS

Petrosyan Lernik Nahapeti¹, Dallakyan Gurgun Vaniki²

¹Kapan branch of ASSU, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,

²State University after Kh. Abovyan, Ph.D., Associate Professor

Summary. In many cases, it is not always the case that the direct application of known methods of differential calculus is the best method for solving extremal problems. Sometimes it turns out that solving the problem with that method is simply impossible. Along with the emergence of the theory of modern extremal problems, mathematicians have to deal more and more often with not differentiable or discontinuous functions. On the other hand, meaningful problems for determining the extremal values of a function are not often found in elementary school mathematics textbooks and problem books. In this article, the possibility of using the extremal properties of the quadratic function in the field of solving optimized (improved) problems, without using the derivative, is presented in a way that is understandable to a student of a general education school. Some applied problems are considered in detail, with the solution of which it is justified that the extremal properties of the quadratic function not only allow to effectively and informally solve quite difficult extremal problems, but also significantly increase the level of students' motivation towards the study of mathematics.

Key words. Extremal problems, quadratic function, motivation, mathematical problems, applied problems.

О МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Петросян Лерник Наапети¹, Даллакян Гурген Ваники²

¹Капанский филиал АГСУ, д.пед.н., профессор ²Государственный университет имени Х.

Абовяна, к.пед.н., доцент

Резюме. Во многих случаях не всегда прямое применение известных методов дифференциального исчисления является наилучшим методом решения экстремальных задач. Иногда оказывается, что решить проблему таким методом просто невозможно. Вместе с появлением теории современных экстремальных задач математикам все чаще приходится иметь дело с недифференцируемыми или разрывными функциями. С другой стороны, содержательные задачи на определение экстремальных значений функции не часто встречаются в учебниках и

задачниках по математике для основной школы. В данной статье представлена возможность использования экстремальных свойств квадратичной функции в области решения оптимизированных (улучшенных) задач без использования производной, способом, понятным учащемуся общеобразовательной школы. Подробно рассмотрены некоторые прикладные задачи, решением которых обосновывается, что экстремальные свойства квадратной функции не только позволяют эффективно и неформально решать достаточно сложные экстремальные задачи, но и значительно повышают уровень мотивации учащихся к изучению математики.

Ключевые слова. Экстремальные задачи, квадратная функция, мотивация, математические задачи, прикладные задачи.

Получено в редакцию – 28.09.2022

Рецензирована – 17.10.2022

Отправлен на сайт – 17.12.2022

ОБУЧАЮЩАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ЗАВЕРШЕННОСТЬ КАК ОДНО ИЗ УСЛОВИЙ ОВЛАДЕНИЯ УЧЕБНЫМ МАТЕРИАЛОМ

ORCID 0000-0003-2295-3067

Кузнецова Елена Павловна

БГПУ, Минск, Беларусь



Кузнецова Е. П., к. п. н., доцент

Известно, что различные виды самостоятельных работ, имеющие обучающий характер и реализующие мотивирующую и/или диагностическую функции, являются основой деятельностного и личностно-ориентированного подхода в образовании. При правильной организации познавательного процесса изучения математики на основе самостоятельной деятельности обучаемых становится возможной и его управляемость. Однако, зачастую многие учебные ситуации с использованием самостоятельной деятельности школьников оказываются незавершёнными на уроке. В данной статье раскрывается суть термина «завершённость самостоятельной работы на уроке», разъясняется влияние незавершенности действий при решении проблем (в контексте мнемонического эффекта Зейгарник) на состояние, поведение и восприятие учебного материала учащимися, описываются приёмы организации завершения самостоятельной работы разных видов, в частности, прием создания дидактического (интеллектуального) конфликта на уроке математики.

Как показывают научные исследования и практический опыт многих специалистов по методике обучения математике (Алейникова Д.К., Ермаков В.Г., Хазанкин Р.Г. и др.), самостоятельная деятельность учащихся при изучении нового материала и по его применению должна быть организована в максимально ранние сроки в условиях реализации систематического контроля. В иных ситуациях (игнорирования, откладывания

или затягивания сроков начала самостоятельной работы) снижаются мотивационные функции такой деятельности в учебном процессе, и деформируется качество диагностики результативности обучения. Заметим, что без предоставления обучающимся ранней возможности действовать самостоятельно и без обратной связи через контроль педагога для большинства из них остается непонятым (неосозанным) собственный уровень усвоения изучаемого материала и овладения им (Алейникова Д.К., 2020, с. 10).

Далингер В.А., говоря о дидактических проблемах конца XX века, отмечал, что обучение в школе в значительной степени акцентирует **усвоение** (*понимание + запоминание*) знаний, в то время как в основу должно быть положено **овладение** (*усвоение + применение* знаний на практике). Овладение же материалом, по его словам (Далингер В. А., 2006, с. 4), реализуется в полном объеме «в процессе восприятия, осмысления, запоминания, применения, обобщения и систематизации». Очевидно, в последние десятилетия явно усилился акцент на применение знаний, часто еще не успевших сформироваться, в ущерб их усвоению, то есть без осознанного понимания и запоминания. Такому дидактическому перекосу, способствует, среди прочего, и, наблюдаемая в практике многих учителей математики, незавершенность самостоятельной работы учащихся на уроке.

Обеспечение своевременной завершенности самостоятельной деятельности учащихся является непростой методической проблемой. Здесь будем говорить о завершенности индивидуального интеллектуального процесса именно на уроке, то есть о быстром, безотлагательном реагировании учителя на затруднения и сомнения учащихся, возникшие в ходе выполняемой ими самими (или только что самостоятельно сделанной) работы. В науке известен так называемый «эффект/феномен Зейгарник» – мнемонический эффект, открытый в 1927 году молодым советским психологом Б. В. Зейгарник, одной из создательниц патопсихологии. Суть эффекта состоит в том, что то действие, которое осталось незавершенным, запоминается лучше завершенного, ибо, пока оно не закончено, исполнитель остается в напряжении, не может успокоиться и расслабиться (Зейгарник Б.В., 2007).

Именно этим эффектом объясняются многие ситуации, типичные в обучении предмету. ■ Например, способность отдельных (не всех!) учащихся долго искать решение трудной задачи, которое не получилось сразу, невозможность забыть про нее. ■ Шум и нервозность учащихся, практически всегда возникающие после проведения письменной работы, которые воспринимаются учителем как недисциплинированность и мешают ему перейти к следующему этапу урока. ■ Тишина, возникающая в классе, и внимание учащихся к объяснению заданий из только что проведенной самостоятельной работы (то есть, когда учитель завершает их самостоятельную деятельность на уроке).

Откладывание завершения самостоятельного труда обучаемых на более поздние сроки резко снижает его дидактическую ценность. Именно про это говорят пословицы: «Куй железо, пока горячо» и «Отклад не идёт в лад». Вспомните, как нетерпеливо поначалу учащиеся ждут результатов проведенной работы и как они любят наблюдать процесс проверки их работ учителем. Идеальным вариантом для эффективности обучения был бы и немедленный (по ходу проверки) индивидуальный комментарий учителя каждому учащемуся сути именно его личных ошибок и промахов в решении проблемы. В авторской технологии обучения математике Алейниковой Д.К. (Алейникова Д.К., 2020) такой личностный подход к исправлению ошибок обоснованно признается и реализуется как максимально продуктивный. Заметим, что такой контроль можно отнести к одному из видов формирующего контроля, роль которого в обучении математике глубоко исследовал Ермаков В.Г. (Ермаков В.Г., 2000). Но и в традиционных формах работы с целым классом можно действительно использовать дидактические возможности своевременного завершения самостоятельной деятельности учащихся на уроке, сочетая разные формы контроля с формированием знаний.

Рассмотрим эту методическую проблему подробнее. Сформулируем сначала **условие завершенности самостоятельной работы** по математике: *чтобы самостоятельная работа, организованная учителем на уроке математики, стала условием продуктивного овладения основным программным материалом, она должна завершаться для учащихся на этом же уроке снятием стресса неизвестности, который (в соответствии с эффектом Зейгарник) неизбежно возникает после окончания любой самостоятельной деятельности.*

Организация самостоятельной обучающей деятельности на уроках математики может иметь различные формы. Например, это может быть мотивирующая проектная учебная деятельность, в ходе которой идет сравнение и анализ некоторой статистической и/или графической информации, выполнение вычислительных и/или измерительных экспериментов, опытов, а затем формулирование выводов. Многие учителя используют на уроках индивидуальное или групповое решение проблемной задачи, работу по взаимопроверке и поиску ошибок в решенном задании, составление задачи по заданной математической модели, самостоятельное изучение текста учебного пособия по заранее составленному плану и т. п. [4, 5]. На уроках закрепления, при формировании соответствующих умений и навыков применения (на разных уровнях) новых математических знаний по математике, основная масса обучающихся в традиционной методике обычно решает основные задания классной работы в одном темпе с теми, кто решает их у доски. Самостоятельная работа на таких уроках чаще всего реализуется в индивидуальной форме посредством решения некоторыми учащимися дополнительных заданий. Достаточно часто в качестве обучающей самостоятельной деятельности, имеющей одновременно функцию обратной связи и диагностическую направленность, на уроке

практикуются письменные проверочные работы разной длительности от 5 до 20 минут. Такая обучающая работа может быть проведена на любом этапе урока математики: в начале, середине или в его конце.

При подготовке текущей диагностической работы (как, конечно, и других письменных работ по математике) учитель должен соблюдать ряд условий, обеспечивающих четкость и продуктивность ее проведения на уроке. Назовем эти условия в виде формулирования проблем, которые учителю следует заранее обдумать, не ранжируя их по порядку и значимости.

Продумывая до урока содержание и методику проведения проверочной (обучающей) самостоятельной работы (СР) учитель должен **предусмотреть**: ► место и время проведения СР на уроке, а также место и время записи домашнего задания; ► предварительное решение заданий всех вариантов СР; ► равноценность всех вариантов СР по уровню сложности заданий, выкладок и вычислений при их решении; ► расчет длительности СР (необходимого времени на ее проведение); ► корректность всех формулировок заданий с точки зрения их научности и соответствия действующей учебной программе; ► доступность для понимания и грамотность текстов заданий (в текстах условий все слова должны быть знакомы учащимся и написаны без сокращений и ошибок); ► расположение условий всех заданий на одной стороне листа с текстом варианта СР; ► приёмы варьирования (при необходимости) условий заданий СР для разных классов одной параллели; ► различные приёмы нумерации вариантов СР для реализации контроля за проявлениями недобросовестности; ► форму и средства завершения обучающей работы на уроке и/или после него; ► приёмы нивелирования использования гаджетов; ► способы быстрой проверки результатов СР на уроке; ► четкую систему учета полученных баллов за СР; ► свободу выбора учащимися уровня сложности заданий СР; ► возможность отработки (улучшения) низких результатов СР; ► систему взаимопомощи и взаимоконтроля для достижения всеми программных требований; ► четкие формулировки требований для выставления баллов за СР в соответствии с уровнем усвоения программного материала по теме.

Нуждается в обдумывании учителем и **множество организационных мелочей на уроке**. Советуем учителю заранее до проведения урока решить:

- когда и как будут розданы учащимся варианты СР;
- сколько вариантов будет оптимальным для этой работы;
- где учащиеся будут писать решения и/или ответы к заданиям СР (в тетрадях или на листочках; где взять листочки);
- сколько минут дать на написание СР, как регулировать этот срок;
- когда, как, в каком месте листа учащиеся должны подписать СР;
- как организовать сбор СР после истечения срока ее выполнения;

- как реагировать на досрочное выполнение учащимся СР;
- как реагировать на задержку сдачи СР учащимся;
- как технически реализовать завершение СР на уроке;
- сколько минут отвести на завершение СР на уроке.

Учащиеся должны в рамках урока, на котором ими самостоятельно решалось задание (проблема), получить ответы на типичные вопросы:

■ Верно ли выполнено задание? ■ Как следовало его выполнять? ■ В чем причина допущенных ошибок (почему нельзя было действовать этим способом)? ■ Возможны ли другие подходы к решению проблемы или другие методы (способы, приёмы) ее решения?

Для каждой формы организации СР важно предусмотреть арсенал методических средств, позволяющих учителю максимально грамотно, полно и подробно ответить на указанные вопросы учащихся на уроке, то есть завершить решение проблемы для тех учащихся, которые без помощи учителя с этим не справятся. В зависимости от содержания математических задач, выделенных для самостоятельного решения учащимися, завершение их работы может иметь разные формы. Назовем некоторые возможные варианты завершения учителем самостоятельной деятельности на уроке:

- а) сообщение верных ответов;
- б) пояснение трудных моментов в решении;
- в) организация взаимопроверки;
- г) демонстрация полных решений;
- д) организация самопроверки или взаимопроверки по образцу;
- е) сообщение и обсуждение идей других подходов к решению (других методов, приёмов);
- ж) указание информации об источнике, где содержится полное решение.

Обязательным результатом завершения самостоятельной деятельности на уроке является осознание каждым учащимся качества ее исполнения. Нельзя допускать, чтобы учащийся ушел с урока, не получив информацию об оценке и корректировке его самостоятельного решения задания. Все ошибки или недочеты, допущенные учащимися, должны быть исправлены и объяснены, – если этого не сделать сразу на уроке, то неверные подходы в рассуждениях могут закрепиться в мышлении многих обучаемых и привести к ошибочным решениям аналогичных заданий. Желательно сообщить учащимся образцы корректного письменного оформления решений выданных заданий. Следует помнить, что именно после попытки самим справиться с решением некоторой проблемы учащиеся становятся (эффект Зейгарник*: Краткий психологический словарь, 1985, с. 415-416) наиболее подготовленными и заинтересованными в информации о правильном способе ее решения и максимально восприимчивыми к его деталям и различным нюансам. При откладывании учителем анализа ошибок и необходимых объяснений «на потом»

познавательный интерес у большинства школьников угасает, поскольку они, переключаясь на другие предметы и дела, успевают забыть суть математической проблемы, содержание своих мыслей, действий и затруднений по ее решению.

Заметим, что именно на возможности резкого увеличения мотивационного эффекта в учебном процессе и возрастания познавательной активности учащихся базируется продуктивность различных форм проблемного обучения, связанного с возникновением стресса неизвестности при частичном рассмотрении проблемы. В практике школьных педагогов многих зарубежных стран (Что должны знать учителя 2001) давно выделен, например, приём **создания дидактического конфликта**. Суть этого приёма заключается в умении разбить аудиторию на разные группы по результатам ответа на один и тот же вопрос (проблему), с учетом возникающего в ходе обсуждения плюрализма мнений. С 2016 года в Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) России введено понятие «учебная ситуация» [9] и требование рассматривать **урок как совокупность учебных ситуаций**, то есть особых структурных **единиц целесообразной учебной деятельности**.

Среди описания видов учебных ситуаций и приёмов их создания выделен и «конфликт» (интеллектуальный конфликт), в котором учителю рекомендуется сталкивать разные мнения людей и/или предъявить одновременно противоречивые факты.

Изменились в обновленном ФГОС и требования к современному уроку. Приоритетной названа самостоятельная работа учащихся, а не учителя, а главной задачей учителя – организация помощи им в освоении знаний и управление ходом учебного процесса. (Авторитарный стиль общения учителя с учащимися при таких подходах становится неуместным.) В названиях четырех типов современных уроков (урок обретения/открытия новых знаний, умений и навыков; урок рефлексии; урок систематизации знаний (общеметодологической направленности); урок развивающего контроля), как и в рекомендациях по структурированию каждого из них, также педалируется необходимость побуждения учащихся к активному действию, их самостоятельная работа, с учетом индивидуальных особенностей. Умение преобразовать учебную задачу в учебную ситуацию, например, создав дидактический конфликт, и завершить ее с максимальной пользой для обучения полезно учителю при разработке уроков всех типов.

Мотивационную и мобилизующую действенность приёма «конфликт» для обучающихся можно наблюдать на многих интеллектуальных телевизионных шоу в ситуации, когда игрок публично выбирает один из предложенных вариантов ответа. Зритель шоу, который сам уже выбрал какой-то из вариантов, с большим напряжением и заинтересованностью ждёт не только ответа игрока (то есть чужого варианта решения проблемы), но еще больше – оглашения правильного результата (то есть завершения своей самостоятельной деятельности по ее решению).

Учитель-профессионал должен (при формировании основных математических понятий программы) осознанно использовать на уроке этот (непродолжительный для многих учащихся) период нахождения в стрессе неизвестности по поводу только что сделанной ими самими работы, понимая наибольшую подготовленность их в этом состоянии для восприятия объяснений педагога. Именно в этот период оказываются наиболее яркими и запоминающимися эмоции учащихся по поводу осознания как своих заблуждений и ликвидации их, так и признания своих успехов в случае правильного решения проблемы. Такие ситуации дидактических конфликтов надолго остаются в памяти обучающихся (любого возраста) и способствуют формированию у них прочного фундамента из основ математической грамотности. Заметим, что сильнее всего (по признанию многих) запоминаются дидактические конфликты, созданные педагогом по поводу именно основ предмета, позволившие обучаемым вскрыть личные ошибки некорректного усвоения сути исходных, довольно простых понятий курса математики. Выразительно поданный на уроке интеллектуальный конфликт способствует пониманию элементов содержания основных понятий и своевременному устранению непонимания отдельных деталей в формулировках их определений.

Приведем пример дидактического конфликта, возникающего при самостоятельном выполнении задания 1, касающегося усвоения содержания понятия «уравнение – следствие».

Задание 1. Даны два уравнения:

$$f(x) = g(x), \quad (1)$$

$$f(x) = g_1(x). \quad (2)$$

Пусть X_1 и X_2 – множества, состоящие из всех корней (решений) уравнений (1) и (2), соответственно, и, кроме того, известно, что уравнение (2) является следствием уравнения (1), то есть

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) = g_1(x).$$

Поскольку уравнения (1) и (2) не являются равносильными, то их множества корней, хоть и взаимосвязаны, но не совпадают, т. е. $X_1 \neq X_2$.

Внимание, – вопрос!

Какое из следующих утверждений является верным:

- а) $X_1 \subset X_2$, т. е. X_2 шире, чем X_1 ; б) $X_2 \subset X_1$, т. е. X_1 шире, чем X_2 ?

При обсуждении этого задания на протяжении более тридцати лет в различных аудиториях, представители которых имели законченное школьное математическое образование, всеми всегда единодушно подтверждалось, что:

- все термины и обозначения входят в школьную программу;
- все термины и обозначения понятны каждому выпускнику школы;
- решение этого задания доступно для каждого школьника;

- понятия «равносильные уравнения» и «уравнение-следствие» известны всем учащимся и, тем более, студентам и учителям математики.

Соответственно, при самостоятельном выполнении задания 1 в таких аудиториях естественно было ожидать от всех выбора верного ответа (одного из двух!). Но, увы, – единодушного правильного решения этого задания за все годы не было **ни разу**. Всегда наблюдался плюрализм мнений: любая аудитория в разных соотношениях делилась на три подгруппы – голосовавших за ответ а), за ответ б) или воздержавшихся от выбора. Встречались аудитории, где правильный ответ указывали большинство участников, но гораздо чаще преобладали сторонники неправильного ответа.

Все, кто читают сейчас этот текст, тоже участвуют в дидактическом конфликте ... Особенно те, кто самостоятельно уже решил задание 1. Но и те, кто не выполняли задание, и не имеют своего мнения о верном ответе, ждут установления истины. Учитель, снимая стресс неизвестности, то есть завершая самостоятельную работу всех участников над этим заданием, может, конечно, просто сообщить ответ, но гораздо полезнее сначала напомнить соответствующее определение, проанализировать его и затем предложить совместно сделать логические выводы.

Определение 1. Уравнение (2) называется уравнением-следствием уравнения (1), если каждый корень уравнения (1) является и корнем уравнения (2).

Из этого определения, конечно, следует, что в уравнении-следствии (2) корней (решений) возможно больше, чем в исходном уравнении (1). Поэтому при использовании в процессе решения уравнения (1) таких действий над получаемыми уравнениями, которые **приводят к уравнениям-следствиям, обязательной** частью процесса решения должна быть **проверка** найденных значений переменной по исходному уравнению (1), чтобы исключить так называемые посторонние корни.

Соответственно, вспомнив определение равносильных уравнений (множества их корней совпадают), можно понять, почему **не нужна проверка** по исходному уравнению, если при решении применялись действия, **сохраняющие равносильность уравнений**. Все значения переменной, которые найдутся в этом случае, можно будет сразу записывать в ответ.

К сожалению, довольно часто учителя либо совсем не реализуют этап завершения самостоятельной работы на уроке, либо используют его формально, недостаточно полноценно для качества обучения. Простое сообщение правильного ответа (а) для задания 1, без подробных пояснений и перечня конкретных действий над уравнениями (возведение в четную степень, умножение на нуль или на целое выражение с переменной, потенцирование и т.п.), ведущих к появлению посторонних (лишних) корней, у многих учащихся вызвало бы недоумение и непонимание. В этой ситуации для значительной части обучаемых формирование и усвоение понятия «уравнение – следствие» не было бы

завершено и осталось бы недопонятым, даже при уверенном знании всех определений, то есть оно осталось бы воспринятым на уровне интуитивного, а не аналитического или логического мышления (Савенков А.И., 2006).

Приведем еще один пример создания дидактического конфликта при формировании понятия периодической функции и понимания особенностей ее области определения. Прежде чем предложить для решения задание 2, учащимся необходимо напомнить определение периодической функции, например, в следующей формулировке.

Определение 2. Функция f называется периодической функцией с периодом $T \neq 0$, если вместе с каждым значением аргумента x из ее области определения $D(f)$ числа $x - T$ и $x + T$ также принадлежат $D(f)$, и при этом для любого x из ее области определения выполняется равенство:

$$f(x + T) = f(x).$$

Задание 2 (Кузнецова Е.П., 2020). Функция задана уравнением $y = \sin x$ на множестве D . Является ли эта функция периодической с периодом 2π (укажите в ответе: «да» или «нет»), если:

- 1) $D = [-\pi; 4\pi]$; 2) $D = [-4\pi; 4\pi]$; 3) $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
- 4) $D = \mathbb{Q}$; 5) D – все действительные числа, кроме $k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$?

До начала обсуждения и детального объяснения результатов самостоятельной деятельности учащихся по решению этого задания, можно выяснить сколько раз они ответили «да». Обычно, вместо указания одного числа – верного количества утвердительных ответов, школьники (и не только) называют, как минимум, три разных числа в диапазоне от 0 до 5, то есть демонстрируют плюрализм мнений. Многие учащиеся (студенты, учителя), зная на память определение периодической функции, не могут применить его для решения задания 2. Без соответствующих разъяснений учителя, без «перевода» абстрактного символического языка формулировки определения периодической функции f в доступное словесное изложение, с привлечением геометрических и графических интерпретаций, большинство обучаемых просто не замечает факты, вытекающие из его текста:

а) неограниченность множества $D(f)$;

б) невозможность принадлежности множеству $D(f)$ конечного числа выколотых точек;

в) обязательное выполнение равенства $f(x + T) = f(x)$ для всех x из множества $D(f)$.

Если же определение 2 действительно усвоено (то есть и выучено, и понято), то учащийся, используя его, сможет для задания 2 уверенно аргументировать отрицательные ответы в четырех случаях – 1) - 4).

Оба приведенных примера дидактических конфликтов демонстрируют процесс формирования осознанности при усвоении содержания определения некоторого математического понятия. Катализатором этого процесса оказывается задание/тест,

решение которого обнаруживает когнитивный плюрализм в понимании/восприятии деталей формулировки определении нового понятия. Причем для выхода из конфликта по решению задания/теста требуется только осознанное понимание определения этого понятия. Заметим, что применить его требуется пока еще не для решения какого-либо стандартного или творческого математического задания, а для выполнения задания/теста (внешне легкого и почти очевидного для многих), направленного только на выявление сути содержания самого определения.

В завершение приведем два примера заданий из практики собеседований по математике с медалистами, поступавшими на мехмат БГУ в те времена, когда Централизованного тестирования еще не было.

Задание 3. Выясните, обладает ли функция $y = f(x)$ свойством четности (нечетности), если $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$?

Задание 4. Найдите значение выражения $\arcsin(\sin 7)$.

Конечно, умения решать эти задания характеризуют уже уровень овладения понятиями «четная (нечетная) функция» и «арксинус числа». Для решения этих заданий требуется осознанно применить определения соответствующих понятий (то есть они должны быть усвоены, а, значит, и поняты, и выучены). Такие задания, на первый взгляд, вроде бы не достойны уровня медалистов – никаких специальных методов и тайных приемов для их решения знать не нужно. Но, (по рассказам очевидцев) от толпы в 100 и более медалистов, после решения (за 30 минут) и проверки пяти заданий подобного уровня, к устному собеседованию допускались лишь те, кто правильно решил все эти простые задания, и было их обычно около 20 человек ...

Выделим теперь такие виды самостоятельной работы обучающихся, результаты которой обычно не обсуждаются на уроке публично – это индивидуальная дифференцированная работа. Например, учащийся во время урока самостоятельно (в одиночку) решает дополнительное задание (проблему). Для таких ситуаций, учителю целесообразно заранее заготовить по данному заданию серию письменных подсказок (желательно разной степени развернутости, – вплоть до полного изложения решения). Такая заготовка позволит, не отвлекаясь от работы с классом, при необходимости оказывать обучаемому дозированную помощь. Конечно, эту помощь надо оказывать тогда, когда она востребована самим учащимся. Если задание целиком выполнено им самостоятельно без использования подсказок педагога, то свой вариант полной записи решения учитель может предоставить учащемуся для самокоррекции, для самоконтроля, для обучения правильному оформлению, а, возможно, и для ознакомления с другим методом или способом решения. Например, для тех, кто на уроке решал индивидуально и самостоятельно задания 3 и 4, учитель может сообщить не только ответы, но и полные их решения.

Решение задания 3.

$y = \frac{x^3 - x^2}{x - 1} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x \neq 1 \end{cases}$, значит, функция $y = f(x)$ не обладает свойством четности (нечетности), поскольку ее область определения не симметрична относительно 0.

О т в е т: $f(x)$ – функция общего вида.

Решение задания 4.

Способ 1. Пусть $\arcsin(\sin 7) = p$. Тогда, по определению арксинуса некоторого числа из промежутка от -1 до 1 включительно (число $\sin 7$ удовлетворяет этому требованию), имеем: $p \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ и $\sin p = \sin 7$.

С учетом периодичности функции синус можно записать верное равенство $\sin p = \sin(7 + 2\pi n)$, где $n \in \mathbb{Z}$, откуда подбором находим, что при $n = -1$ число $p = 7 - 2\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, поскольку $7 - 2\pi \approx 0,72$.

О т в е т: $\arcsin(\sin 7) = 7 - 2\pi \approx 0,72$.

Способ 2. Получив по определению запись $p \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ и $\sin p = \sin 7$, в одной системе координат *Ору* строим изображения графиков функций $y = \sin p$ и $y = \sin 7$ (сделайте чертеж самостоятельно, учитывая, что число $0 < \sin 7 < 1$). Решением уравнения $\sin p = \sin 7$ будет абсцисса той точки пересечения этих графиков, абсцисса которой принадлежит промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Из геометрических соображений находим, что $p = 7 - 2\pi \approx 0,72$.

Идея способа 3. Решать аналогично способу 2, но с использованием изображения тригонометрического круга.

Способы 4, 5, 6 придумать самостоятельно.

Для наиболее подготовленных, заинтересованных и способных к математике учащихся учитель должен иметь дополнительные материалы по каждой теме программы для самообучения и развития (статьи журналов, адреса сайтов, учебные пособия и научно-популярные книги, обучающие видео). Разумеется, самостоятельная работа школьников по этим источникам также должна иметь своевременное завершение (но уже за рамками урока), хорошо обдуманное учителем; с точки зрения поиска оптимальных видов и форм методической работы со способными к математике учащимися (Загвязинский В.И., 2001), (Запрудский Н.И., 2008), и гарантированно формирующее у них соответствующие предметные знания, умения и навыки.

Без организации самостоятельной работы учащихся на уроках математики невозможно как формирование основных программных понятий и учебных навыков, так и получение объективной обратной связи между учителем и учащимися. Для того, чтобы самостоятельная деятельность учащихся на уроке любого типа была целесообразной и максимально эффективной в плане результативности обучения, учителю следует понимать

необходимость ее завершения (с учетом эффекта Зейгарник*) различными методами для разных категорий учащихся, знать способы формирующего контроля, владеть приёмами создания дидактических конфликтов и других форм учебных ситуаций.

Литература

- Алейникова, Д.К. (2020).** Авторская методика самостоятельного разноуровневого обучения математике мотивированных учащихся в инициативных подвижных группах без домашних заданий Д.К. Алейниковой / Д.К. Алейникова, Т. А. Тренихина //Матэматыка, 2020, №4. – с. 32-43.
- Далингер, В. А. (2006).** Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: кн. для учителя / В. А. Далингер. — М., 2006. — 256 с.
- Ермаков, В.Г. (2000).** Контроль в системе развивающегося образования: В 3 частях. Ч. I. Методологические аспекты теории формирующего контроля в системе образования / В.Г. Ермаков. – Гомель, 2000. – 270 с.
- Загвязинский, В.И. (2001).** Теория обучения: Современная интерпретация / В. И. Загвязинский. – М., 2001. – 192 с.
- Запрудский, Н.И. (2008).** Моделирование и проектирование авторских дидактических систем: пособие для учителя / Н.И. Запрудский. – Минск, 2008. – 336 с.
- Зейгарник, Б.В. (2007).** Психология личности: норма и патология / Б.В. Зейгарник. – М., 2007. – 416 с.
- Кузнецова, Е.П. (2020).** Методические проблемы изучения функций, их свойств и графиков в общеобразовательной школе / Е.П. Кузнецова // Матэматыка, 2020, №6. – с. 35-42.
- Савенков, А.И. (2006).** Психологические основы исследовательского подхода к обучению: Учебное пособие / А.И. Савенков. – М., 2006. – 480 с.
- ФГОС РФ (2016).** Федеральный государственный образовательный стандарт РФ. – М., 2016.
- Что должны знать учителя (2001).** / Сборник статей под редакцией Д. Дилла. Перевод с английск. языка. – М., 2001. – 336 с.
- Краткий психологический словарь (1985).** / Сост. Л.А. Карпенко; Под общ. ред. А.В. Петровского, М.Г. Ярошевского. – М., 1985. – 431 с.
- *) Эффект незавершенного действия (эффект Зейгарник)** – явление, характеризующее влияние на процессы памяти перерывов в деятельности. Установлен Б.В. Зейгарник, проверявшей гипотезу немецкого психолога К. Левина о том, что прерванные задачи в силу сохранившегося мотивационного напряжения запоминаются лучше, чем завершённые. В опытах было установлено, что количество запомнившихся прерванных задач примерно вдвое превышало количество запомнившихся завершённых задач. Э. н. д. зависит от многих переменных: возраста испытуемых, отношения числа завершённых

задач к числу незавершенных, времени решения каждой задачи, относительной трудности задач, отношения субъекта к прерванной деятельности, его заинтересованности в выполнении задания и т. д. Однако Э. н. д. наблюдается не всегда. Оказалось, что при очень сильной заинтересованности лучше запоминались завершённые задачи, тогда как при слабой мотивации – прерванные задания. Эти эксперименты породили в дальнейшем исследования влияния на процессы памяти уровня притязаний и самооценки личности. Было доказано, что при адекватной самооценке Э. н. д. соблюдался, а при повышенной или пониженной самооценке – нет. Несмотря на большой экспериментальный материал, Э. н. д. не имеет окончательного теоретического объяснения.

**ՈՒՍՈՒՑԱՆՈՂԻ ԻՆՔՆՈՒՐՈՒՅՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ
ԴԱՍԱԳՈՐԾՆԹԱՑՈՒՄ ԵՎ ԴՐԱ ԱՎԱՐՏՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՐՊԵՍ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ
ՆՅՈՒԹԻ ՅՈՒՐԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆ
Կուզնեցովա Ելենա Պավլովնա**

ԲՊՄՀ, Միմսկ, Բելառուս, Մանկավարժական գիտությունների թեկնածուս դոցենտ **Ամփոփում.** Հոդվածում քննարկվում է մաթեմատիկայի դասերին նոր նյութի ուսումնասիրման գործընթացում սովորողների ինքնուրույն աշխատանքների տարբեր տեսակների իրականացման արդյունավետության բարձրացման հիմնահարցը՝ մանկավարժորեն և հոգեբանորեն հիմնավորված և ավարտուն իրագործելու համատեքստում: Հայտնի է, որ սովորողների ինքնուրույն աշխատանքների տարբեր տեսակները ունեն ուսուցանող, մոտիվացնող և/կամ հայտորոշիչ գործառույթ, որն իր հերթին ուսուցման նկատմամբ գործունեական և անձնուղղորդ մոտեցումների հիմքն է: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ինքնուրույն աշխատանքների համակարգված իրականացման միջոցով սովորողների ճանաչողական ունակությունների զարգացումը ուսուցման գործընթացը դարձնում է կառավարելի. ուսումնական գործընթացը դառնում է տեխնոլոգիապես հագեցած: Այդուհանդերձ, սովորողների ինքնուրույն գործունեության իրականացման գործընթացի շատ դրվագներ ուսուցչի կողմից մնում են թերի, ոչ ավարտուն: Հոդվածում բացահայտվում է " ինքնուրույն աշխատանքի ավարտունություն" տերմինի էությունը, հիմնավորվում է գործողությունների ոչ ավարտունության ազդեցությունը կրթական խնդիրների լուծման գործում (Ձեյգարնիկի մեթոդիկ էֆեկտի համատեքստում) սովորողների կողմից ուսումնասիրված նյութի ընկալման և դիրքորոշման վրա: Հոդվածում ներկայացվում են նաև տարբեր տեսակի ինքնուրույն աշխատանքները ավարտուն իրագործելու մեթոդները, մասնավորապես ուրվագծվում է մաթեմատիկայի դասերին դիդակտիկ (մտավոր) բանավեճ ստեղծելու տեխնոլոգիայի էությունը:

Բանալի բառեր. ինքնուրույն գործունեություն, մաթեմատիկայի դաս, Ձեյգարնիկի էֆեկտ, գործողությունների ավարտ, ավարտման մեթոդներ և ձևեր:

ОБУЧАЮЩАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ЗАВЕРШЕННОСТЬ КАК ОДНО ИЗ УСЛОВИЙ ОВЛАДЕНИЯ УЧЕБНЫМ МАТЕРИАЛОМ

Кузнецова Елена Павловна

Резюме. В статье рассматривается проблема повышения эффективности и продуктивности разных видов самостоятельной деятельности школьников по изучению нового материала на уроках математики за счёт её педагогически (и психологически) грамотного своевременного завершения. Известно, что различные виды самостоятельной работы, имеющей обучающий характер и реализующей мотивирующую и/или диагностическую функцию, являются основой деятельностного и личностно-ориентированного подхода в образовании. При правильной организации познавательного процесса при обучении математике на основе самостоятельной деятельности школьников становится возможной управляемость дидактическим процессом, а значит, увеличивается доля его технологичности. Однако, зачастую многие учебные ситуации с использованием самостоятельной деятельности обучаемых остаются на уроке незавершёнными учителем. В тексте статьи раскрывается суть термина «завершённость самостоятельной работы на уроке», разъясняется влияние незавершённости действий при решении учебных проблем (в контексте мнемонического эффекта Зейгарник) на состояние, поведение и восприятие изучаемого материала учащимися. Также в статье описываются приёмы организации завершения самостоятельной работы разных видов, в частности, излагается суть приёма по созданию дидактического (интеллектуального) конфликта на уроке математики.

Ключевые слова: Самостоятельная деятельность, урок математики, эффект Зейгарник, завершённость действий, приёмы и формы завершения.

TRAINING SELF-STUDY ON MATHEMATICS LESSON AND ITS COMPLETION AS ONE OF THE CONDITIONS FOR MASTERING EDUCATIONAL MATERIAL

Kuznetsova Elena Pavlovna

BSPU, Minsk, Belarus, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Summary. The article discusses how to increase the efficiency and productivity of independent activities of schoolchildren while studying new material on mathematics lessons owing to pedagogically (and psychologically) correct completion. It is known that various types of independent work, which is educational in nature and implements a motivating and/or diagnostic function, are the basis of an activity and personality-oriented approach in education. With the correct organization of the cognitive process when teaching mathematics on the basis of independent activities of schoolchildren, the controllability of the didactic process becomes possible, this means that its technological effectiveness increases. However, often many educational situations using the independent activities of students remain unfinished by the

teacher on the lesson. The text of the article reveals the essence of the term "completion of independent work on the lesson," explains the impact of incomplete actions in solving educational problems (in the context of the Zeigarnik mnemonic effect) on the state, behavior and perception of the material studied by schoolchildren. The article also describes the techniques for organizing the completion of independent work of various types, in particular, sets out the essence of the technique for creating a didactic (intellectual) conflict on a mathematics lesson.

Key words: independent activity, mathematics lesson, Zeigarnik effect, completeness of actions, techniques and forms of completion.

Получено в редакцию - 07.10.2022

Рецензирована – 12.11.2022

Отправлен на сайт – 27.12.2022

ՀԱՐՑԱԴՐՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՄԻՋՈՑ

ԹԱՄՐԱԶՈՎԱ ԲԵԼԼԱ ՄԱՔՍԻՄԻ

Սիսիանի ավագ դպրոց, ՀՀ



Թամրազովա Բ., ուսուցչուհի

*Այսօրվա կրթված մարդը ճշգրիտ հարցն արծարծել
իմացողն է: Այսօրվա կրթված մարդը նա է, ով
կարողանում է հարցը ճշգրիտ ձևակերպել*

Էռնեստո Բոյեր

Ներածություն

Ծանոթանալով հարցադրման մեթոդին, երբ ուսուցիչը հարցերի միջոցով հասնում է նրան, որ սովորողը ինքնուրույն է հաղթահարում առարկայի բարդությունը, ինձ հետաքրքրեց՝ արդյո՞ք դա կաշխատի իմ առարկայի դասավանդման գործում: Հետազոտության մտահղացման գլխավոր պատճառը համարում եմ երկրաչափությունը առավել մատչելի ուսուցանելը, արդյունավետության ապահովումը՝ միաժամանակ զարգացնելով մի շարք հմտություններ: Հարցադրումների մեթոդը պետք է դիտարկել որպես «հզորագույն զենք», որը կձևավորի հարցադրումներին պատասխանելու, ինքնուրույն հարցադրումներ կազմելու, ըստ նպատակի կարևորն անկարևորից զանազանելու մշակույթ՝ ինչպես սովորողների, այնպես էլ ուսուցիչների մոտ:

Հիմնախնդիրները.

1. Մոտիվացիա. Մի քանի ամսվա ընթացքում կատարեցի դասալսումներ, որոնց ուսումնասիրությունները ցույց տվեցին, որ բարձր դասարաններում կա

անտաքբերություն մաթեմատիկա առարկայի նկատմամբ: Թեմաների բարդությունը բերում է մեծ խնդիրների, չկա հետաքրքրություն սովորելու հանդեպ: Ավանդական մոտեցումը չի տալիս ցանկալի արդյունք: Համադրելով տեսականը գործնականի հետ՝ փորձել եմ բացահայտել, թե ինչպե՞ս կարող է հարցադրման մեթոդը միաժամանակ լուծել մոտիվացիայի հարցը. չե՞ որ առարկայի բարդությունը բերում է նաև ներգրավվածության խնդիր:

2. Ներգրավվածություն. Մեթոդի առավելությունը այն է, որ դասարանում ձևավորվում է մի միջավայր, որը բաց է քննարկումների, ուրիշի դատողություններին հետևելու, սեփականն ունենալու, զարգացնելու և հաստատելու համար: Սովորողը ձեռք է բերում գիտելիք, համադրում է իր նախնական գիտելիքների հետ, դրանք դարձնում է կիրառական, համակարգում է, կատարում է եզրահանգումներ՝ միացնելով մյուս սովորողների դատողությունները և ուսուցչի ուղղորդումները:

3. Ավանդական դասերի անարդյունավետությունը. __Ավանդական դասերի ժամանակ դասի գլխավոր դերն ուսուցչինն էր: Անհրաժեշտ էր մտածել մի մեթոդ, որի շնորհիվ դասապրոցեսում կփոխվեր ուսուցչի և սովորողի դերը: Հետազոտության գործնական մասում սովորողները եղել են գլխավոր դերում: Ուսուցիչը ուղղորդող հարցադրումներով փորձում է հասնել նրան, որ աշակերտներն ինքնուրույն սովորեն դասը, վերլուծելով կատարեն եզրահանգումներ, կարողանան գնահատել ինչպես իրենց, այնպես էլ ընկերոջ ուսումնառությունը: Փորձել եմ ուշադրության կենտրոնում պահել բոլոր աշակերտներին, տարբերակված ուսուցմամբ ներգրավել նրանց դասի մեջ, նրանցից ակնկալել վերլուծություններ, մեկնաբանություններ, տրամաբանված եզրահանգումներ, սովորածը գործնականում կիրառելու հմտություններ:

Այսպիսով, այս **հետազոտության գլխավոր նպատակն է ուսումնասիրել հարցադրման արդյունավետությունը դասապրոցեսում, և թե ինչպես է այն զարգացնում սովորողների վերլուծական հմտությունները:**

Հետազոտության նորույթը. Հարցադրումների մշակումը Բլումի տաքսոնոմիայի համաձայն: Անհրաժեշտ էր ոչ միայն կազմել հարցադրումներ Բլումի տաքսոնոմիայի համաձայն, այլ նաև ճիշտ իրականացնել հարցադրումներին հատկացվող ժամանակի բաշխումն ու վերահսկումը մաթեմատիկայի դասերին:

Առաջին բարդ գործը համարել եմ ուսուցչինը. չե՞ որ այդքան էլ հեշտ չէ մշակել այնպիսի հարցադրումներ, որոնք կհամապատասխանեն Բլումի տաքսոնոմիային: Դասալսումների արդյունքում նկատվեցին դեպքեր, երբ ուսուցիչը տալիս է հարցը և ժամանակ չի տալիս աշակերտին մտածելու, ինքն էլ պատասխանում է իր հարցին, կամ հակառակը՝ շատ ժամանակ է տրամադրում, երեխաները պարզապես դադարում են մտածել, դասը վերածվում է քառսի: Մի քանի ամիս կիրառելով հարցադրումների մեթոդը՝ նկատելի է դառնում, թե ինչպես է այն ազդում սովորողի բանավոր խոսքի վրա, նրանք կառուցում են կապակցված, գրագետ խոսք, քանի որ սկզբնական շրջանում լսվում

էին ճիշտ պատասխաններ ոչ գրագետ շարադրանքով: գնահատում և արժևորում են սեփական ուժերով հաղթահարած յուրաքանչյուր խնդիր: Այս գործընթացով անցնող յուրաքանչյուր սովորող ձեռք է բերում այնպիսի անձնային որակներ, որոնք անհրաժեշտ են հասարակության ցանկացած լիարժեք քաղաքացու՝ իր իսկ արժեքներով սեփական տեղն ունենալու և հաստատվելու համար:

Գրականության տեսություն

Ամեն ինչ սկսվում է կրթակարգի և կրթության նպատակների մասին մեր պատկերացումներից: Ինչպես նշում են Էլիոթ Էյզները և Էլիզաբեթ Վալանսը՝ «խնդիրների և արժեքների ... մեծ քանակությունն այնպիսի ասպարեզ է բացում, որը կարող է կա՛մ ակտիվության ու ոգևորության աղբյուր լինել, կա՛մ վերածվել հասկացությունների ջունգլիի, որտեղ դժվար կլինի ընդհանրապես որևէ բանից գլուխ հանել»: [1] Վերջնարդյունքներին նպատակաուղղված կրթությունը կրթակարգի պլանավորման գծային մոդելի օրինակ է: Բենջամին Բլումը նշում էր, որ աշակերտներին կարելի է սովորեցնել մտածել ավելի բարձր իմացական մակարդակներում: Բլումի մոդելին հետևող ուսուցիչներն ընտրում են այնպիսի խնդիրներ, որոնք առաջ են շարժվում մտածողական գործընթացում պարզից դեպի բարդը գնալու աստիճանակարգով [1; 33-38]: Հետևելով Բլումի տեսակետին՝ հարց է ծագում՝ ի՞նչ բաղադրիչներ կարող են նպաստել մաթեմատիկայի ուսումնառության բարելավմանը: Ուսումնասիրելով յուրացման չափանիշները՝ մշակել են հարցեր այդ չափանիշներին համապատասխան մտածողության համար՝ [2; 190]

1. Ինչպիսի՞ խմբերի մեջ կարելի է համատեղել...
2. Ինչպիսի՞ եզրահանգումներ կարող եք անել...
3. Ինչպե՞ս կարող եք ապացուցել...
4. Ո՞րն է սրանց տեղի ունենալու հավանականությունը...
5. Ո՞րն է խնդիրը...
6. Ինչպիսի՞ սխալներ եք թույլ տվել, ինչպե՞ս կարելի է ուղղել դրանք...
7. Ինչպե՞ս կարելի է հիմնավորել...
8. Ինչի՞ վրա ես հիմնում քո կարծիքը...
9. Էլ ի՞նչ տեսանկյունից կարելի է նայել այս հիմնահարցին...

Հարցեր տալու և հարցերին պատասխանելու կարողությունն ուսումնառության մեջ առանցքային է: Ուսուցիչը պետք է ուշադրություն դարձնի հարցադրումների իր տեխնիկային, որովհետև այն հաճախակի կիրառվող գործիք է և լավ դասավանդման բանալին, որով աշակերտը սովորում է սովորել: Ուսուցիչը պետք է լավ տիրապետի իր առարկային, եթե ցանկանում է կատարելագործել հարցադրումների իր տեխնիկան [3, մաս 5, էջ1]:

«Մաթեմատիկայի դասաժամին ապահովել բարձր մտածողություն» ասելով՝ հետազոտողները հասկանում են խնդրի լուծման այնպիսի մոտեցում, երբ սովորողներին ներգրավում է հարցման մեջ՝ հորդորելով նրանց կառուցել և բարելավել իրենց ներկայիս գիտելիքները, տալ բացատրություններ, որոնք կօգնեն լուծել իրենց առջև դրված խնդիրները: «Կառուցողական դասասենյակում» որպես սովորող ճանաչվում են նրանք, ովքեր ակտիվորեն ստեղծում են իրենց գիտելիքները: Ուսուցիչը հարցին հարցով դիմելու միջոցով, օգնում է սովորողներին կենտրոնանալու հիմնական սկզբունքների վրա: Արդյունավետ հարցերը հնարավորություն են տալիս կառավարելի մարտահրավեր նետել աշակերտներին դեպի զարգացման փուլ: Բաց հարցերը արդյունավետ են ուսուցումը խթանելու համար (ինչպե՞ս եք մտածում, ինչպե՞ս եք գնահատում, ի՞նչ ուղիներով...): Որոշ աշակերտներ ձանձրանում են հեշտ հարցերից, ուրիշներն էլ վախենում են բարդ հարցերից: Ուսուցչի ոչ ճիշտ ժեստերը, դեմքի շփոթեցնող արտահայտությունը, ձայնի անախորժ տոնը, այս բոլորը կարող են պատճառ դառնալ առարկայի նկատմամբ ապամոտիվացման: Ընդհանրապես սովորողների պատասխանները քանակապես առավելագույնն են ու որակապես բարձր, եթե ուսուցիչը ճիշտ է ապահովում հարցի սպասման ժամանակը: Անհարկի շտապողականությունը կարող է շփոթեցնել աշակերտին, անվստահություն սերմանել իմացածի հանդեպ, թերաթմեքության հիմք դառնալ, ինչը, իհարկե, կլիանգարի հետագա ակտիվությանը: Բաց հարցերը մեծացնում են սովորողների հետաքրքրասիրությունը, խթանում քննադատական մտածողությունը, բերում ինքնուրույն ուսումնառության, ինչը շատ է կարևորվում հատկապես մաթեմատիկայի ուսուցման գործում: Հարցերի մշակման հմտությունները զարգանում են ժամանակի ընթացքում, որը պրակտիկա է պահանջում [4; 21-July2011]:

Ուսուցման արվեստը մի տեղեկատվական գործընթաց է, որը կարիք ունի մանրակրկիտ ու պրակտիկ զարգացման: Ուսուցման նպատակով հարցադրումը ինտերակտիվ է և ներգրավում է սովորողներին՝ հնարավորություն ընձեռելով կիսել իրենց մտածելակերպը ուսուցչի, ընկերների հետ, ընդհանուր քննարկման արդյունքում հասկանալու անհատական վերլուծությունների թերի, սխալ, ուժեղ կողմերը [5; Jenni Way(2014)]:

Մաթեմատիկայի դասավանդման ընթացքում հարցերի առաջադրումը, որոնք խթանում են սովորողի ռեֆլեկտիվ մտածելակերպը, արվեստ է: Մենք պետք է զարգացնենք այդ արվեստը, որը իհարկե պրակտիկա է պահանջում: Մաթեմատիկայի դասաժամին շատ կարևոր է կազմել այնպիսի հարցադրումներ, որոնք կխթանեն սովորողների մասնակցությունը: Այս հարցերը պահանջում են «հատուկ խնամք» դասի տարբեր փուլերի համար առանձնացված մոտեցում [6; 1-6]:

Փաստերի և բացահայտումների վերլուծություն

Իմ հետազոտության շրջանակներում ընտրեցի հարցադրումների հիման վրա կառուցված դասերի մեխանիզմը: Յուրաքանչյուր դասից առաջ մշակել եմ հարցեր, ամեն դասի համար օգտագործել եմ նոր ռազմավարություններ: Բոլոր դասերը եղել են նոր նյութի մատուցման դաս: Բոլոր մշակված մեթոդները պետք է ապահովեին ներգրավվածությունը: Չափելի դարձնելու համար թե՛ ներգրավվածությունը, թե՛ վերլուծությունների թիվն ու որակը՝ բոլոր դասերի համար հրավիրել եմ դասալսողներ, որոնց կատարած վկայությունների հիման վրա կատարել եմ եզրահանգում: Հետազոտությունը կատարել եմ ավագ դպրոցում, մի քանի տարբեր ուղղվածությամբ դասարաններում: Կատարել եմ դասալսում պատմության ուսուցչի մոտ, ով ևս փորձարկում էր հարցադրման մեթոդը իր առարկայի դասավանդման ընթացքում:

- **Հարցադրումները՝ որպես թեմայի նպատակներ սահմանելու արդյունավետ միջոց.**

Սկզբնական փորձերի ընթացքում սովորողներին ծանոթացնում էի դասի իմ կազմած նպատակների և վերջնարդյունքների հետ: Քննարկում էինք, վերջում համեմատում ու վերլուծում: Իսկ ահա մի քանի դաս հետո արդեն իրենք սկսեցին նպատակներ սահմանել: Իհարկե, իրենց սահմանած նպատակները իմ վերջնարդյունքներն էին՝ որոշակի փոխված ձևակերպումներով: Մեծ էր լինում ուրախությունս, երբ դասի վերջին հիմնավորում էին, որ հասել են իրենց իսկ դրած նպատակներին: Ձևավորվում է նպատակներ սահմանելու մշակույթ:

- **Հարցադրումները պահանջում են մանրակրկիտ մշակում.**

Հարցադրումները աշխատել եմ համապատասխանեցնել Բլումի տաքսոնոմիայի գիտելիքի իմացաբանական զարգացման ընթացքի տրամաբանությանը: Հարցադրումները ուղեկցվել են ողջ դասի ընթացքում: Փորձերը ցույց տվեցին, որ արդյունավետությունը բարձր է, երբ դրանք կապված են իրար հետ ըստ աստիճանական կարգի՝ պարզից բարդ: Բաց հարցերը նպաստեցին զարգացնելու սովորողի վերլուծական հմտությունները:

- **Հարցադրումները՝ որպես դասի արդյունավետության բարձրացման միջոց**

Հարցադրումների կիրառման ժամանակ նկատեցի, որ հարցադրումների մեթոդը առավել արդյունավետություն ապահովում է, երբ դասերի ժամանակ դրան զուգընթաց կիրառվում են դասավանդման ակտիվ մեթոդներ, ուսումնառությանը նպաստող գնահատման գործիքներ, տեղեկատվական նոր տեխնոլոգիաներ: Այդպիսի ռազմավարությունների և գործիքների կիրառությունը առաջ բերեց բարձր ներգրավվածություն, միաժամանակ լուծվեց մոտիվացիայի հարցը, որն առաջնային է մաթեմատիկայի արդյունավետ դասավանդման մեջ: Ճիշտ ընտրված ռազմավարության դեպքում յուրաքանչյուր աշակերտ ունի իր անելիքը, պատասխանատու է ոչ միայն իր, այլ նաև խմբի կատարած աշխատանքի համար:

- **Հարցադրումների միջոցով ձևավորվում է հարցեր տալու ու դրանց պատասխանելու մշակույթ.**

Հետազոտական աշխատանքի ընթացքում համոզվեցի, որ առավել բարդ մաթեմատիկական թեմաների շրջանակներում հարցադրումների մեթոդը հզոր գործիք է, երբ համադրվում է տարբերակված ուսուցման հետ: Կատարված փորձերի ընթացքում արդյունավետությունը տեսանելի էր և չափելի: Մեծ էր աշակերտների ոգևորվածությունը, երբ բարդ խնդիրները լուծեցին ինքնուրույն՝ տալով իրարից տարբեր մոտեցումներ: Մեկը մյուսին սովորեցնում էր, և, որ ամենահետքեր չթողնող էր՝ հարցերի միջոցով: Ձևավորվում է հարցեր տալու և պատասխանելու մշակույթ նաև ուսուցչի մոտ:

- **Հարցադրումների բաշխվածությունը.**

Փորձարարական դասերի և գրականության վերլուծությունից պարզ դարձավ, որ հարցադրումները հստակ արդյունավետություն ապահովում են, երբ դրանք ուղղվում են դասի վերջում՝ բանավոր կամ գրավոր: Իսկ առավել բարձր վերլուծական կարողություններ զարգանում են լավ մշակված բաց հարցերի միջոցով ողջ դասի ընթացքում: Ամենամեծ դրական ազդեցությունը լինում է յուրաքանչյուր դասի վերջին, երբ սովորողը անդրադարձ է կատարում ու քննարկում դասի վերջնարդյունքները: Փոխվում է նաև իմ դերը, քանի որ դասի նախաձեռնող թևը դառնում են աշակերտները. հարցադրման մեթոդը որպես մշակույթ ձևավորվում է նաև աշակերտների համար:

Եզրակացություն

Հաշվի առնելով վերոնշյալ փաստերը՝ կարևորում եմ հարցադրման մեթոդը որպես սովորողներ վերլուծական հմտությունները զարգացնելու, ինչպես նաև ուսումնական գործընթացի արդյունավետության ապահովման միջոց: Այս մեթոդն իր կարևորագույն տեղն ունի հատկապես ուսուցչի համար, քանի որ այն ձևավորում է հստակ մոտեցում ընթացիկ թեմայի առավել կարևոր խնդիրների հանդեպ: Իմ իրականացրած փորձարարական դասերից ստացված բավական հիմնավոր փաստերը ցույց են տալիս, որ առավել արդյունավետ դասերը ստացվում են այն դեպքում, երբ հարցադրումը ուղեկցվում է ողջ դասի ընթացքում: Դասի սկզբից մինչև ավարտը ուսուցչի կողմից ուղղվում են հարցադրման տրամաբանությունից բխող հարցեր՝ ստեղծելով բաց միջավայր, որում աշակերտները անկաշկանդ են հարցեր հնչեցնելու, մեկնաբանություններ ու եզրահանգումներ տալու մեջ, իսկ աշակերտների կողմից առաջադրված հարցերը ապահովում են դասի տրամաբանված մոտիվացիա:

Գրականություն

- Ա. Արնաուդյան, Ի. Օհանովա, Գ. Հովհաննիսյան, Ա. Զոհրաբյան, Ք. Գրիգորյան, Մ. Դավթյան (2004), համահեղինակներ՝ Էյմի Բորդո, Քրիստի Դանլափ, Գարի Վարելլա «Կրթակարգի մշակման և ինտեգրման մոտեցումներ», Ձեռնարկ ուսուցիչների համար, Երևան 2004թ., 319 էջ:
- Ա. Արնաուդյան, Ի. Օհանովա, Գ. Հովհաննիսյան, Ա. Զոհրաբյան, Ք. Գրիգորյան, Մ. Դավթյան (2005), համահեղինակներ՝ Էյմի Բորդո, Քրիստի Դանլափ, Գարի Վարելլա; «Կառուցողական կրթության հիմունքները և մեթոդները», Ձեռնարկ ուսուցիչների համար, Երևան 2005թ., 355 էջ:
- Քերոն Գ. Լուիս, «Հարցադրումների հմտության զարգացում», , Տեխասի համալսարան, Օսթին; 7 էջ:
<https://www1.udel.edu/chem/white/U460/Devel-question-skills-UTx.pdf>
- «Asking Effective Questions»-:
<http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/CBSAskingEffectiveQuestions.pdf>
- «Using Questioning To Stimulate Mathematical Thinking» -<https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2014/01/attachments/pdf/Using%20Questioning%20to%20Stimulate%20Mathematical%20Thinking.pdf>, 2016.
- «Promoting Mathematical Thinking And Discussion. With Effective Questioning Strategies»
[https://www.wmcarey.edu/assets/PriorFiles/documents/education/mat%20Questioning%20\(good%20summary\)%20\(1\).pdf](https://www.wmcarey.edu/assets/PriorFiles/documents/education/mat%20Questioning%20(good%20summary)%20(1).pdf)

ՀԱՐՑԱԴՐՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՄԻՋՈՑ

Թամրազովա Բելլա Մաքսիմովնա

Ամփոփում: Այս աշխատանքը նվիրված է մաթեմատիկայի դասի արդյունավետության բարձրացման և սովորողների վերլուծական հմտությունների զարգացման հարցերում հարցադրումների մեթոդի նշանակության ուսումնասիրությանը: Այստեղ ցույց է տրվում, որ դասի արդյունավետության ապահովումը նշանակալի չափով պայմանավորված է հարցադրումներից, եթե դրանք ուղեկցվում են ողջ դասի ընթացքում; իսկ վերլուծական հմտությունների զարգացումը իրականանում է լավ մշակված բաց հարցերի շնորհիվ, որոնք համապատասխանում են Բլումի տաքսոնոմիայի աստիճանակարգին: Այս մոտեցումը հնարավորություն է տալիս սովորողին ինքնուրույն ձևակերպել տվյալ դասի նպատակներն ու վերջնարդյունքները, տիրապետել հարցադրումներ կազմելու մշակույթին, և, որ ամենակարևորն է՝ նրանք սովորում են սովորեցնել՝ հարցադրումներով: Այս աշխատանքը հնարավորություն է տալիս նաև լուծելու մաթեմատիկայի՝ մանավանդ դժվար թեմաների ուսուցման ընթացքում առաջացած մոտիվացիայի հետ կազմված խնդիրներ: Հարցադրումների մեթոդը նպաստում է նաև սովորողների ներգրավվածության մեծացմանը, որը ակնհայտ երևում է հատկապես ապացուցման խնդիրներ ուսուցանելիս: Այն

կարելի է դարձնել մաթեմատիկայի դասի անբաժանելի մասնիկը: Յուրաքանչյուր ընտրված նոր մեթոդ նույնպես կարելի է ուղեկցել հարցադրումներով: Անընդհատ օգտագործելու պարագայում, ինքնըստինքյան, շատանում են բաց հարցադրումները, ազատ քննարկումները ստեղծում են բաց միջավայր, որում աշակերտները ազատ են իրենց մեկնաբանությունների և եզրահանգումների մեջ:

Բանալի բառեր. հարցադրումների մեթոդ, Բլումի տաքսոնոմիա, փակ և բաց հարցեր, մոտիվացիա, ներգրավվածություն, վերլուծական հմտություններ:

ВОПРОСНО-ОТВЕТНЫЙ МЕТОД КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ

Тамразова Белла Максимовна

Резюме. Эта работа посвящена изучению значения метода анкетирования в вопросах повышения эффективности занятия по математике и развития аналитических способностей учащихся. В этой работе показано, что эффективность урока в значительной степени определяется вопросами, если они сопровождаются на протяжении всего урока, а развитие аналитических способностей реализуется благодаря грамотно составленным открытым вопросам, которые соответствуют иерархии таксономии Блума. Такой подход позволяет учащемуся самостоятельно формулировать цели и конечные результаты данного урока, обладать культурой формулирования вопросов. Эта работа также даёт возможность решить проблемы, связанные с мотивацией при обучении математике, особенно трудных тем. Метод анкетирования также способствует повышению вовлечённости учащихся. Его можно делать неотъемлемой частью урока математики. Каждый выбранный новый метод также может сопровождаться вопросами. В случае постоянного использования, естественно, автоматически увеличивается количество открытых вопросов. Свободное обсуждение создаёт открытую среду, в которой учащиеся свободны в своих интерпретациях и выводах, и, самое главное, они учатся учить с помощью вопросов.

Ключевые слова: метод вопросов, таксономия Блума, закрытые и открытые вопросы, мотивация, участие, аналитические навыки.

QUESTIONING AS A LEADING DEVELOPMENT GUIDELINES FOR ANALYS SKILLS

Tamrazova Bella Marsimovna

Summary: The current work deals with the significance of questioning method as an effective tool to develop students' analytical skills and increase the effectiveness of the teaching process. It shows that questions play an immens iportance providing the effectiveness of the teaching process if they are asked continually during the whole lesson and the development of analytical skills is fulfilled through the open – ended questions formed according to Bloom's Taxonomy. This approach allows the students to form the objectives and outcomes of the given lesson on their own as well as they gain an ability to form proper questions. The work gives a chance to solve the lack of motivation while theching the complicated Mathematical themes. The questioning method contributes to the students increased participation and involvement in the lesson. This method may become an inseparable part of the math's lesson as well as any chosen new method may be accompanied with the above – mentioned method. If used constantly open –

ended questions, free discussions become frequent creating a motivating environment for students to make their conclusions and comments. The students acquire an ability to form questions, to define the objectives and outcomes of the lesson on their own and learn to teach through using questions and learn themselves. **Key words:** method of questions, Bloom taxonomy, open and closed questions, motivation, involvement, analytical skills.

Получено в редакцию – 06.10.2022

Рецензирована – 09.1.2023

Отправлен на сайт – 14.1.2023

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԻՄԱՍՏԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ
PHILOSOPHY OF MATHEMATICAL EDUCATION
ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՆ ԵՎ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅՈՒՆԸ
ՀԱՍԱՐԱԿՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՄԱՐԴՈՒ ԿՅԱՆՔՈՒՄ

ORCID 0000-0001-5387-1115

Միքայելյան Համլետ Սուրենի
ՀՊՄՀ



*Միքայելյան Հ.Ս. . մանկ. գիտ. դոկտոր,
Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր*

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԴԵՐԸ
ՀԱՍԱՐԱԿՈՒԹՅԱՆ ԿՅԱՆՔՈՒՄ

Մաթեմատիկայի հասարակական ընդհանուր նշանակությունը: Մաթեմատիկական հասարակության մեջ շատ բարձր է գնահատվում: Պատճառները տարբեր են: Նախ մաթեմատիկական գիտելիքը հաստատվում է տրամաբանության վրա հենված և անխոցելի թվացող ապացուցման միջոցով: Սա նրան զարդարում է ճշմարտության լուսապսակով և մարդկանց մոտ մաթեմատիկական մտքերի ճշմարիտ լինելու նկատմամբ անբեկանելի հավատ է առաջացնում: Եվ եթե ինչ-որ ոլորտում կամ որևէ երևույթում առկա է

մաթեմատիկայի մասնակցությունը, ապա առկա է նաև հավատը դրա ճշմարիտ կամ արդարացի լինելու վերաբերյալ:

Մաթեմատիկան ունի աներևակայելի լայն կիրառություններ: Սկսած յուրաքանչյուր մարդու առօրեական կյանքից մինչև բնական և հասարակական երևույթների ուսումնասիրություն, նկարագրություն և հետազոտություն, Մաթեմատիկայի կիրառությունները կարծեք հաստատում են Գալիլեյի հանրահայտ բնութագրումը՝ «բնության գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով և այդ գիրքը կարդալու համար պետք է իմանալ մաթեմատիկա»: Մոտ չորս դար առաջ հանճարեղ գիտնականի այս մարգարեությունը ներկայումս թվում է առավել քան արդիական: Այսօր մաթեմատիկան բնական և համակարգչային գիտությունների ու տեխնիկայի լեզուն և հիմքն է. ժամանակակից սոցիալական կյանքի կազմակերպման կարևոր և անհրաժեշտ գործիք: Բայց ասվածը ընդհանուր բնութագրումներ են, որոնք կարծեք կոնկրետ տեղեկություն չեն տալիս մարդու և հասարակության իրական մաթեմատիկական պահանջմունքների մասին: Որո՞նք են այդ պահանջմունքները:

Նախ, բոլորին անհրաժեշտ է «կենցաղային մաթեմատիկան»՝ ժամանակակից հասարակության կյանքում ակտիվ մասնակցության համար: Այն ներառում է առօրեական կյանքի հիմքում ընկած մաթեմատիկան: «Կենցաղային մաթեմատիկան» սահմանափակվում է տարրական դպրոցի մաթեմատիկայով և միջին դպրոցի հանրահաշվի որոշ մասով, որի մեջ ներառվում են նաև հավանականությունների տեսության և վիճակագրության վերաբերյալ նախնական գիտելիքներ (Ernest P., 2019):

Այնուհետև, հասարակության համար մաթեմատիկայի կիրառությունները, բացի «կենցաղային մաթեմատիկայի» սահմաններից, հիմնականում վերաբերում են գիտության և տեխնիկայի ամենատարբեր ոլորտներին: Այստեղ այդ կիրառության արդյունքներից օգտվելու համար միգրացիոն և անհրաժեշտ չէ «կենցաղայինից» բացի մաթեմատիկայի լրացուցիչ իմացություն: Բայց և անհրաժեշտ են մարդիկ, որոնք զբաղվում են նշված կիրառությունների մաթեմատիկական ապահովումը իրականացնելով: Դրանք թիվը շատ մեծ չէ: Դրանք գիտության զանազան բնագավառներում աշխատողներն են, որոնց մաթեմատիկան անհրաժեշտ է իրենց գիտական հետազոտությունները իրականացնելու համար: Դրանք տեխնիկայի զանազան ոլորտներում աշխատող մասնագետներ են, որոնց նույնպես մաթեմատիկան օգնում է անհեռաձեռն մտահղացումների իրականացման գործում: Դրանք տնտեսության և կառավարման ոլորտներում աշխատող մասնագետներ են, որոնց աշխատանքը հենվում է զանազան մաթեմատիկական հաշվարկների և ներկայացումների վրա:

Կան նաև մարդիկ, որոնք մասնագիտությամբ զբաղվում են զուտ մաթեմատիկայով. հայտնագործում են մաթեմատիկան, գրավոր կամ բանավոր խոսքի միջոցով տարածում են նրա գաղափարները ուսումնական հաստատություններում: Դրանք մաթեմատիկոս գիտնականներն են, դասախոսները, ուսուցիչները:

Սակայն հասարակության մաթեմատիկական կարիքները կամ պահանջմունքները այնքան էլ մեծ չեն, ինչքան թվում է առաջին հայացքից: Եվ հասարակության անդամների առավելագույնը մոտ 15 տոկոսին է անհրաժեշտ «կենցաղային մաթեմատիկայից» ավելին (Ernest P., 2019):

Անշուշտ, ասվածը բավարար է հասարակության մեջ մաթեմատիկայի բարձր հեղինակությունը ապահովելու համար: Սակայն կան տեսակետներ, որ մաթեմատիկայի դերը և նրան տրվող նշանակությունը չափազանցված է, ինչը վնասում է հասարակության առանձին անդամների: Հիմնական առարկությունները վերբերում են կրթության բնագավառում մաթեմատիկային հատկացվող առանձնահատուկ դերին: Նշենք հիմնականները:

Նախ՝ եթե հասարակության կարիքները այդքան մեծ չեն, ուրեմն կարիք չկա բոլոր աշակերտներին սովորոցնել մաթեմատիկան ներկայիս ծրագրերի՝ «կենցաղային մաթեմատիկայի» սահմանները անհամեմատ գերազանցող չափերով (Ernest P., 2019): Փորձենք առարկել բերված տեսակետին: Նախ, ինչպե՞ս որոշել երեխաների, այդ 15 տոկոսին, որին պետք է սովորեցնել ավելի բարձր մաթեմատիկա: Երեխայի նախասիրությունները և ընդունակությունները բացահայտվում են տարիների ընթացքում, ուսումնական գործընթացում, որտեղ երկրորդական նշանակություն չունեն ուսուցիչը, դասագիրքը, դասընկերները և այլ գործոններ: Եվ գլխավորը «կենցաղայինից» վերև գտնվող մաթեմատիկան է, որ սովորողի մոտ ձևավորում է նախասիրությունը, առաջացնում համակրանք ու սեր առարկայի նկատմամբ:

Հաջորդ առարկությունը վերաբերում է համալսարանական կրթություն ստանալու հարցում Թագուհու գտիչ դերին, որ հատկացվում է նրան արևմտյան զարգացած երկրներում (Ernest P., 2019): Այստեղ, անկախ ստանալիք մասնագիտությունից, համալսարանական դիմորդը պետք է քննություն հանձնի մաթեմատիկայից: Շատերը արդարացիորեն գտնում են, որ այս մոտեցումը, որ բարեբախտաբար մեզանում դեռևս չի ընդունված, փակում է ոչ մաթեմատիկական մասնագիտություն ընտրած ընդունակ շատ դիմորդների ճանապարհը՝ մաթեմատիկայի բավարար իմացություն չունենալու պատճառով:

Կա նաև տեսակետ, ըստ որի մաթեմատիկայի այդքան խորը ուսուցումը որոշակի բացասական ազդեցություն է թողնում սովորողների վրա: Մասնավորապես, մաթեմատիկան հակված է սովորողներին կտրել առօրեական կյանքից և տեղափոխել երևակայական աշխարհ: Ինչպես նշում է Պոլ Էռնստը, այն սովորեցնում է ուշադրություն դարձնել ոչ թե սիմվոլների իմաստին, այլ շարահյուսությանը, իսկ լեզվական կանոններին ճշգրտորեն հետևելու և դրանք կատարելու պարտադրանքը կարող են սովորողների մոտ ձևավորել հակում առ հնազանդությունը (Ernest P., 2018):

Հասկանալի է, որ ասվածը վերաբերում է մաթեմատիկան սովորող աշակերտներին, իսկ իրականում մաթեմատիկան սովորում է միայն յուրաքանչյուր դասարանի կեսից ոչ ավելին: Եվ բնական է ուշադրություն դարձնել նաև մյուս կեսի վրա, քանի որ մենք գործ ունենք հանրակրթության հետ, ինչը նշանակում է կրթություն բոլորի համար: Ի՞նչ ազդեցություն է թողնում մաթեմատիկան այդ մյուս՝ չառաջադիմող կեսի վրա: Ահա այստեղ է, որ մաթեմատիկան կամ, ավելի ճիշտ կլինի ասել, նրա ուսուցման ներկայիս

մոտեցումները չառաջադիմող աշակերտներին և, հետևաբար, հասարակությանը հասցնում են հիմնական վնասը: Իսկապես, մեծամտության և արհամարհանքի դրսևորումները, որ կարող են զգալ չառաջադիմողները մաթեմատիկայից առաջադիմողների կողմից, և նախանձն ու թերաժեքության բարդույթը, որ պարուրում են նրանց հոգիները, լուրջ վնաս են հասցնում այդ սովորողների հոգեկանին: Բնականաբար, նրանց համար մաթեմատիկական իսկական չարիք է (Միքայելյան Հ.Ս., 2011):

Իսկ ինչպիսի՞ն են հասարակական կյանքի տարբեր ոլորտներում մաթեմատիկայի պահանջմունքները և նրա խաղացած դերը: Այստեղ հիմնականը մաթեմատիկայի կիրառություններն են, որոնք հիմնարար դեր են խաղում հասարակական կյանքի բոլոր ոլորտներում: Կանգ առնենք այդ ոլորտներից յուրաքանչյուրի վրա:

Մաթեմատիկական և հասարակական կյանքի տնտեսական ոլորտը: Տնտեսական ոլորտը հասարակական կյանքի կարևորագույն ոլորտն է, քանի որ այդ ոլորտում ստեղծվող նյութական բարիքներով է պայմանավորված յուրաքանչյուր մարդու, հասարակության և երկրի կենսագործունեությունը: Բավական է նշել, որ այդ ոլորտի մեջ են մտնում գյուղատնտեսությունը, արդյունաբերությունը, փողը, բանկային համակարգը, շուկան և այլն: Այդ ոլորտում է կատարվում նյութական բարիքների արտադրությունը, դրանց բաշխումը, փոխանակումն ու սպառումը, որոնք և ոլորտի հիմնական տարրերն են համարվում:

Ի՞նչ դեր է խաղում մաթեմատիկական տնտեսական ոլորտի գործունեությունը կազմակերպելիս: Այս հարցադրման պատասխանը ստանալու համար հարցը դիտարկենք ոլորտի հիմնական տարրերում առանձին-առանձին: Հասկանալի է, որ բոլոր այդ տարրերում, ինչպես արտադրության կազմակերպման, այնպես էլ դրանց բաշխման ու սպառման պլանավորման և իրականացման ուղղությամբ մաթեմատիկական վճռական նշանակություն ունի:

Ոլորտի տարրերից գլխավորը՝ **արտադրությունը** ներառում է գյուղատնտեսությունը և արդյունաբերությունը: Եթե գյուղատնտեսության հետ մաթեմատիկայի կապերը, սկսած դեռևս հողագործության և անասնապահության շրջաններից, հիմնականում հանգում են քանակական զանազան, թեկուզև՝ կարևոր ցուցանիշների որոշման, ապա արդյունաբերության մեջ դրանք ունեն ավելի խորքային բնույթ: Այստեղ մաթեմատիկական ունի ինչպես ուղղակի, այնպես էլ միջնորդավորված ազդեցություն արդյունաբերության զարգացման գործում: Ինչպիսի՞ն է այդ դերը, օրինակ, արդյունաբերության զարգացման կարևորագույն էտապների՝ արդյունաբերական չորս հեղափոխությունների իրականացման գործում:

Առաջին արդյունաբերական հեղափոխությունը ընդգրկում է 18-ից 19-րդ դարի երկրորդ կեսերը և բնութագրվում է մեքենայացված գործարանների և ֆաբրիկաների ստեղծմամբ, ինչը հանգեցրեց կապիտալիզմի հաստատմանը: Թեև գործող և մանող մեքենաների, ֆրեզերային հաստոցների, շոգեքարշի և գյուղատնտեսական մեքենաների

ստեղծումը առաջին հերթին ֆիզիկայի և տեխնիկայի զարգացման արդյունք էր, բայց այդ վերջինների իրականացումը հնարավոր դարձավ մաթեմատիկայի միջամտության շնորհիվ:

Երկրորդ արդյունաբերական հեղափոխությունը սկսվեց 1870 թվականին և տևեց մինչև Առաջին համաշխարհային պատերազմի բռնկումը, ինչի համար նախապայմաններ դարձան ֆիզիկայի և քիմիայի բնագավառում գիտական նվաճումները և դրանք արտադրության մեջ ներգրավելու հնարավորությունը: Իսկ հիմնական նախադրյալներ հանդիսացան 1831 թվականին Մայքլ Ֆարադեյի հայտնաբերած էլեկտրամագնիսական ինդուկցիան և էլեկտրամագնիսական ռոտորային սարքերը, որոնք հիմք հանդիսացան էլեկտրաէներգիայի տեխնոլոգիայի ներդրման համար: Մյուս կողմից, 1856 թվականին Հենրի Բեսեմերը հայտնագործեց հեղուկ չուգունը պողպատի վերածելու տեխնոլոգիան, ինչը հսկայական նշանակություն ունեցավ մետալուրգիայի, ավտոմոբիլաշինության և երկաթուղու շինարարության զարգացման գործում: Այս շրջանի համար բնութագրական են նաև տրանսպորտային ցանցերի կառուցումը, հեռագրի օգտագործումը, ձիերով փոխադրումների փոխարինումը մեքենայական տեղաշարժով, էլեկտրաէներգիայի, նավթաքիմիական նյութերի, ավտոմեքենաների և պողպատի արտադրությամբ:

Եվ ինչպես Ֆարադեյի և Բեսեմերի վերը նշված արդյունքներում, այնպես էլ երկրորդ արդյունաբերական հեղափոխության հիմնական նվաճումներում վճռական նշանակություն ունեցան մաթեմատիկական գիտելիքները, որոնք այդ շրջանում արդեն կիրառական լայն ասպարեզների համար դարձել էին ուսումնասիրությունների և հայտնագործությունների անփոխարինների գործիք:

Երրորդ արդյունաբերական հեղափոխությունը սկսվեց 1960-ականներին և բնութագրվում էր արդյունաբերության ավտոմատացմամբ: Այս շրջանում համակարգչային տեխնիկայի, ռոբոտաշինության ստեղծումը, դրանց հիման վրա արդյունաբերության ավտոմատացումը հանգեցրին տնտեսական աննախընթաց վերելքի: Երրորդ արդյունաբերական հեղափոխության ժամանակաշրջանը աչքի է ընկնում հաղորդակցությունների զարգացմամբ, անհատական համակարգչային ցանցերի ստեղծմամբ և բջջային հեռախոսների առաջացմամբ: Համակարգչային տեխնիկայի և ռոբոտաշինության նվաճումները ֆիզիկայի և մաթեմատիկայի գիտական արդյունքները տեխնիկայի մեջ ներդրման արդյունք են:

Չորրորդ արդյունաբերական հեղափոխությունը սկսվում է համացանցի ստեղծումով: Այն փոխեց տեղեկատվության և ժամանցի առաջացման ձևերը, փոխեց մեր կյանքը: Այդ հեղափոխության ծնունդ, եռաչափ կամ 3D տպիչները, օրինակ, բարելավվում և օգտագործվում են տարբեր ոլորտներում՝ շինարարությունից մինչև բժշկություն: Իսկ ժամանակակից ռոբոտները կիրառվում են կենսագործունեության ամենատարբեր ոլորտներում՝ COVID-19-ի դեմ պայքարից մինչև առևտուր: Չորրորդ արդյունաբերական հեղափոխությունը հանգեցնում է կենսագործունեության ամենատարբեր ոլորտների

թվայնացման, ինչը ընդգծում է նրանում մաթեմատիկայի հսկայական նշանակությունը: Այն արմատապես փոխում է մեր կյանքը, հեռավորության ու ժամանակի մասին մեր պատկերացումները...

Տնտեսական ոլորտի հաջորդ տարրը *փոխանակումն* է: Սրա հետ են կապված առևտուրը, շուկան, փողը, բանկերը և այլն: Նախ անդրադառնանք փողին: Փողը կատարում է երեք հիմնական գործառույթ:

ա. Հաշվարկային կամ արժեքի չափման գործառույթ՝ երբ փողը օգտագործվում է որպես ապրանքների, ծառայությունների և այլ գործարքների շուկայական արժեքի չափման միջոց: Հասկանալի է, որ փողի այս գործառույթը ամբողջովին հենված է մաթեմատիկական հաշվարկների վրա: Եվ ոչ միայն այն պատճառով, որ ապրանքի արժեքը արտահայտվում է թվերով, այլև այդ արժեքի որոշման մեխանիզմները ենթարկվում են մաթեմատիկական օրինաչափությունների:

բ. Վճարման գործառույթ՝ երբ փողը օգտագործվում է որպես ապրանքների և ծառայությունների դիմաց կատարվող վճարման միջոց: Այն վերացնում է բարտեբային համակարգում կողմերի «ցանկությունների համընկնման» անարդյունավետությունը, երբ, օրինակ, բարտերի կողմերից մեկը կարող է չունենալ այն իրը, որը ցանկանում է մյուսը: Ներկայումս փողը կարող է լինել ոչ միայն կանխիկ, այլ նաև անկանխիկ: Վերջինիս ամենապարզ օրինակը բանկային քարտն է, որի օգնությամբ դուք կարող եք վճարել ցանկալի ապրանքի կամ ծառայության համար: Այստեղ նույնպես մաթեմատիկական մասնակցում է որպես փողի և ապրանքի գնի թվային արտահայտման միջոց, ինչպես նաև քարտային համակարգի ստեղծման կարևորագույն գործիք:

գ. Կուտակման գործառույթ՝ երբ անհրաժեշտ է լինում վաստակած փողը պահել, կուտակել: Փողի կարևոր հատկություններից մեկն այն է, որ այն ժամանակի ընթացքում էականորեն չի կորցնում իր գնողունակությունը: Բայց մենք տեսնում ենք, որ գներն աստիճանաբար բարձրանում են, և փողը, համապատասխանաբար, արժեզրկվում է: Ժամանակակից բանկային համակարգը թույլ է տալիս գումար ներդնել տոկոսադրուքներով և, առնվազն, այն պաշտպանել գնաձից և արժեզրկումից: Համապատասխան բանկային մեխանիզմների ներդրումը այստեղ կատարվում է մաթեմատիկայի կիրառության շնորհիվ:

Առևտուրը նույնպես տնտեսական գործունեության տեսակ է և ուղղված է առք ու վաճառքի, ապրանքների փոխանակման, ինչպես նաև դրանց հարակից գործընթացների իրականացմանը: Առևտուրը՝ որպես նյութական արժեքների փոխանակման գործընթաց, հայտնի է հին ժամանակներից: Ինչպես այն ժամանակ, այնպես էլ հիմա առևտրի էությունը ապրանքի փոխանակման կամ վաճառքի առաջարկն է՝ այս փոխանակումից օգուտ քաղելու նպատակով:

Գոյություն ունեն առևտրի տարբեր տեսակներ, որոնք կապ ունեն նրա ծավալի, ձևի, իրականացնող սուբյեկտների և այլ գործոնների հետ: Առևտրում փոխանակումը

սովորաբար իրականացվում է փողի օգնությամբ, բայց կա նաև անկանխիկ առևտուր՝ ապրանքների ուղղակի կամ բարտերային փոխանակում: Առևտուրը իրականացվում է մաթեմատիկական հաշվարկների հիման վրա, որտեղ հաշվի են առնվում ինչպես վաճառվող ապրանքի արժեքը, այնպես էլ բազմաթիվ այլ քանակական չափանիշներ:

Փոխանակման կարևոր միջոցներ են բանկերը՝ ֆինանսական հաստատություններ, որոնք խնայողություն ունեցողներից վերցնում են ավանդներ և վարկերի տեսքով տալիս են նրանց, ովքեր դրա կարիքն ունեն: Հասկանալի է, որ բանկային ողջ գործընթացը, ավանդատուին տրվող շահույթի և վարկի տոկոսադրույքները, ինչպես և բանկերի կողմից իրականացվող այլ գործառնություններ իրականացվում են մաթեմատիկական հաշվարկների հիման վրա: Մեր ժամանակներում բանկային գործի կատարելագործումը հնարավոր է դարձել համակարգչային տեխնոլոգիաների կամ թվայնացման շնորհիվ, ինչը կարելի է դիտել որպես բանկային գործում մաթեմատիկայի ներգրավվածության մեծ ներուժի ապացույց:

Փոխանակման կարևոր հարթակ է շուկան, միջավայր, որտեղ իրականացվում է պահանջարկի և առաջարկի փոխարաբերությունը: Շուկայի կարևոր տարր է գինը, որ կարգավորիչի դեր է կատարում առաջարկի և պահանջարկի միջև: Այն դիտարկվում է ինչպես պահանջարկի, այնպես էլ առաջարկի տեսանկյունից: Պահանջարկի գինը գնորդի կողմից ներկայացվող գինն է, իսկ առաջարկի գինը՝ վաճառողի: Դրա բարձրացումը նվազեցնում է պահանջարկը և մեծացնում առաջարկը: Իր հերթին, պահանջարկի և առաջարկի փոփոխությունն ազդում է գնի մակարդակի վրա: Եթե պահանջարկը մեծանում է, գինը բարձրանում է, և հակառակը: Եթե առաջարկը մեծանում է, գինը նվազում է, և հակառակը: Ինչպես տեսնում ենք, մաթեմատիկան կարգավորիչ դեր ունի նաև շուկայի տարրերի միջև փոխհարաբերություններում:

Մաթեմատիկական և հասարակական կյանքի սոցիալական ոլորտը: Հասարակական կյանքի սոցիալական ոլորտը ներառում է ընտանիքը, կրթությունը, առողջապահությունը, սպորտը, տրանսպորտը, հասարակական սնունդը և այլն: Սոցիալական ոլորտի կարևոր տարր է ընտանիքը: Այն, ամուսնության կամ ազգակցության վրա հիմնված, մարդկանց փոքր խումբ է, որի անդամները միմյանց հետ կապված են կենցաղի ընդհանրությամբ և բարոյական ու իրավական պատասխանատվությամբ:

Մաթեմատիկական ընտանիքում հիմնականում մասնակցում է «կենցաղային մաթեմատիկայի» մակարդակով՝ աշխատավարձ, ընտանեկան բյուջե, առևտուր, կոմունալ վճարումներ և այլն: Ընտանեկան կյանքում մաթեմատիկան այլ մասնակցություն չի ունենում, բայց կան բացառություններ: Առաջին հերթին եթե ծնողներից մեկը կամ երկուսն էլ մասնագիտության բերումով զբաղվում են մաթեմատիկայով: Մաթեմատիկայի հետ հանդիպման կարևոր առիթ է հանրակրթությունում սովորող երեխայի առկայությունը ընտանիքում: Ընդ որում, ինչքան ցածր է երեխայի կրթական աստիճանը, այնքան մեծ է մաթեմատիկայի ներկայությունը

այդ ընտանիքում: Հանդիպման հիմնական բովանդակությունը այստեղ որոշվում է ծնողների կողմից երեխաներին օգնելու ցանկություններով և հնարավորություններով:

Կրթությունը ուսուցման, դաստիարակության և զարգացման գործընթացն է: Նրա նպատակը մարդկության փորձի, մշակութային ժառանգության փոխանցումն է աճող սերնդին: Կրթությունը իրականացվում է մանկապարտեզներում, դպրոցներում, քոլեջներում, համալսարաններում և այլ հաստատություններում, որոնցում համապատասխան գործընթացը կազմակերպվում է այդ գործի համար նախապատրաստված մասնագետների կողմից:

Մաթեմատիկան կազմում է մարդկության մշակութային ժառանգության կարևոր մաս, կարևոր դեր է խաղում գիտատեխնիկական առաջընթացում, անձի ներաշխարհի ձևավորման ու զարգացման գործընթացում և այդ պատճառով կազմում է կրթության կարևորագույն բաղադրիչներից մեկը: Ինչպես մանկապարտեզներում, այնպես էլ հանրակրթական դպրոցի բոլոր դասարաններում մաթեմատիկան մայրենիի հետ միասին հիմնական ուսումնասիրվող առարկաներից մեկն է: Այստեղ առաջին պլան են մղվում «կենցաղային մաթեմատիկայի» և նրան հարակից ու այլ ուսումնական առարկաներում կիրառվող, սովորողների ներաշխարհի զարգացումը և կրթության շարունակականությունն ապահովող նյութերի ուսումնասիրությունը:

Հարկ է նկատել, որ հանրակրթությունում մաթեմատիկայի ուսուցման ծավալները զգալիորեն գերազանցում են նշված խնդիրների լուծման համար պահանջվող չափերը: Գիտնականների կողմից մեծ մասամբ քննարկվում է սովորողների ներաշխարհի վրա մաթեմատիկայի այդ ծավալների յուրացման ազդեցության խնդիրը, ինչը հաճախ դրական չի գնահատվում: Մինչդեռ հանրահայտ է, որ դասարանի մեծ մասը «կենցաղայինից» դուրս մաթեմատիկայի նկատմամբ ունի ակնհայտ բացասական վերաբերմունք: Սա հետևանք է այն բանի, որ մաթեմատիկական կրթությունը ներկայումս կարծեք հանգել է մաթեմատիկայի ուսուցման՝ մաթեմատիկա սովորելուն, մաթեմատիկական գիտելիքների կուտակմանը, ինչը և չի գրավում սովորողների մեծ մասին: Այնինչ «մաթեմատիկան լեզու է, որով գրված է բնության գիրքը», մաթեմատիկան գեղեցիկ է և նաև՝ գեղեցկության կարևոր կազմավորիչ արվեստի տարբեր ճյուղերում (Միքայելյան Հ.Ս., 2014): Մաթեմատիկան մարդու հոգևոր աշխարհի զարգացման կարևոր բանալի է, հոգեկան գործընթացների՝ ուշադրության, կամքի, երևակայության, մտածողության ձևավորման անսպառ աղբյուր (Միքայելյան Հ.Ս., 2015): Ձևավորվել է անգամ մտածողության մաթեմատիկական տեսակը, ինչը, մարդկային խոսքին հաղորդելով հստակության, տրամաբանվածության, պարզության և ապացուցելիության հատկանիշներ, այն բարձրացնում է մշակույթին բարձր մակարդակների (Միքայելյան Հ.Ս., 2019):

Համալսարանական կրթության մեջ մաթեմատիկայի ուսուցումը նպատակաուղղվում է տնտեսության, կրթության, գիտության, տեխնիկայի

բնագավառներում աշխատող, ինչպես նաև գուտ մաթեմատիկական հետազոտություններ իրականացնող մասնագետների պատրաստմանը:

Կարևոր է նաև մաթեմատիկայի դերը սոցիալական մյուս տարրի՝ առողջապահության մեջ: Այստեղ առաջին հերթին այն մասնակցում է բժշկական սարքավորումների ստեղծման համար: Մյուս կողմից, մարդու օրգանիզմը, նրա առանձին օրգաններ աշխատում են որոշակի պարբերություններով, որոնք արտահայտվում են թվերի միջոցով: Այնուհետև, բժշկական և առողջապահական հիմնարկները՝ իրենց բյուջեով, աշխատավարձի չափերով և այլ ցուցանիշներով ունեն մաթեմատիկական արտահայտություն: Այս բոլորը այնքան նշանակալից են, որ մաթեմատիկայի կիրառությունը որոշիչ են դարձնում առողջապահության ողջ բնագավառի գոյատևման համար:

Թվում է, թե մաթեմատիկական առնչություն չունի սոցիալական ոլորտի այնպիսի մի կարևոր բնագավառի հետ, ինչպիսին տրանսպորտն է: Բայց բավական է մի հայացք գցել հսկա քաղաքի երթևեկության վրա, ու կհասկանանք, որ առանց կարգավորման, այսինքն՝ մաթեմատիկայի, անհնար է դրա աշխատանքը. առանց մաթեմատիկայի այն կկազմալուծվի անմիջապես: Սկսած հասարակական տրանսպորտի համարներից, դրանց երթուղիներից մինչև գնացքների ու ինքնաթիռների չվերթների ժամերն ու տևողությունը մարդկանց համար անփոխարինելի ուղենիշեր են: Առանց մաթեմատիկայի անհնար կլինեք տրանսպորտային երթևեկության կազմակերպումը:

Կամ եթե վերցնենք սպորտը. մի՞թե առանց սպորտային ցուցանիշների, այսինքն՝ մաթեմատիկայի, կարող էր այն գոյություն ունենալ: Մրցակցից մեկ կհլոգրամ ավել բարձրացնելը, մեկ սանտիմետրով բարձր թռչելը, մեկ ակնթարթ վազքը շուտ ավարտելը և նմանատիպ աննշան թվացող առավելությունները ինչպիսի՞ երջանկություն են պարգևում ոչ միայն դրանց հեղինակներին, այլև նրանց միլիոնավոր երկրպագուներին:

Նույնը վերաբերում է նաև հասարակական սննդին և առհասարակ սննդին: Այստեղ մաթեմատիկական մասնակցում է անհրաժեշտ գնումների, ճաշատեսակների պատրաստման մեջ համեմատությունների ստեղծման, ճաշացանկի կազմման, գնորդից հաշիվը կազմելու և ստանալու և բազմաթիվ այլ ձևերով:

Մաթեմատիկական և հասարակական կյանքի հոգևոր ոլորտը: Հասարակական կյանքի հոգևոր ոլորտը արտացոլում է հասարակության հոգևոր և բարոյական կյանքը: Նրա հիմնական տարրերն են արվեստը, գիտությունը, բարոյականությունը, կրոնը, որոնք և կազմում են մշակույթը՝ հոգևոր կյանքի հիմնական բովանդակությունը: Հոգևոր ոլորտի հիմնական գործառույթը գիտելիքների և արժեքների ստեղծումը, արտադրությունն ու փոխանցումն է:

Հասարակական կյանքի հոգևոր ոլորտի կարևոր տարր է գիտությունը, որի մեջ մաթեմատիկական մտնում է ամբողջությամբ: Սակայն դրանով ամեննին չի սահմանափակվում այստեղ նրա մասնակցությունը: Առաջին հերթին մաթեմատիկական՝

որպես «լեզու, որով գրված է բնության գիրքը», դարձել է հետազոտության, ճշմարտության բացահայտման անփոխարինելի գործիք բնական և տեխնիկական գիտությունների համար: Այստեղ առանձնապես արդյունավետ է մաթեմատիկայի համագործակցությունը ֆիզիկայի և ինֆորմատիկայի հետ, որոնք անհնար է պատկերացնել առանց մաթեմատիկայի: Հաճախ այդ բնագավառներում արված հետազոտությունը ընկալվում է նաև որպես մաթեմատիկական ուսումնասիրություն:

Մաթեմատիկան ակտիվորեն օգտագործվում է բժշկական, գյուղատնտեսական, հասարակագիտական և հումանիտար գիտություններում: Այստեղ առանձնապես կարևոր են մաթեմատիկայի կիրառությունները տնտեսագիտության մեջ, որտեղ նույնպես մաթեմատիկական գիտելիքը և մեթոդները դարձել են ուսումնասիրության վճռորոշ գործոններ: Մաթեմատիկայի վիճակագրական և հավանական մեթոդները լայն կիրառություն են գտել հոգեբանության, մանկավարժության և հասարակական այլ գիտություններում:

Մաթեմատիկան սերտորեն շաղկապված է հասարակական կյանքի այնպիսի կարևոր կողմի հետ, ինչպիսին գեղեցիկն է և նրա արտահայտմանը կոչված բնագավառը՝ արվեստը: Նախ, գեղեցիկ է ինքը՝ մաթեմատիկան՝ օրինաչափությունների, հասկացությունների միջև կապերի բազմազանությամբ, խորությամբ ու անսպասելիությամբ, դաստիարակությունների ճշմարտացիությամբ և ճշմարտության բացահայտման յուրօրինակ մոտեցմամբ՝ ապացուցումով, ինչը Պոլ Լոկհարդը անվանում է արվեստ: Յուրաքանչյուր մաթեմատիկական թեորեմի ապացույցում օգտագործվող փաստարկումները, դրանց կուռ հաջորդականությունը՝ իրարից բխելու արվեստով շաղկապված քայլերի այդ շղթան, ստեղծում են մարդկային մտքի, բանականության բարձրաժեք դրսևորումներ, ինչը չի կարող գեղագիտական հաճույքի պատճառ չդառնալ: Երբեմն այդ շղթայի առանձին քայլեր կամ օղակներ ստացվում են մարդկային մտքի հիասքանչ փայլատակումների ու խորաթափանց մտահղացումների արդյունքում, որոնց զուգահեռը դժվար է պատկերացնել մարդու հուզագգացմունքային ոլորտում: Իզուր չէ, որ քսաներորդ դարի մեծագույն մաթեմատիկոսներից մեկը՝ Անդրե Վայլը մարդկային մտքի նման հանճարեղ փայլատակումներից մեկի մասին ասել է. «Մարդու կողմից երբևէ ստեղծած ամենահանճարեղ ստեղծագործությունը հավանաբար Էվարիստ Գալուայի տասը էջից բաղկացած ձեռագիրն է»: Իսկ քսանմեկամյա այդ պատանու ստեղծածը, որ հետագայում անվանվեց իր անունով՝ Գալուայի տեսություն, խորքային կապ էր հաստատում իրարից շատ հեռու և տվյալ ժամանակների համար անընկալելի տարբեր հասկացությունների միջև, ինչը զարմանալի էր նաև նրանով, որ միաժամանակ մաթեմատիկական ճշմարտությունը պայմանավորում էր նրա գեղեցկությամբ:

Այնուհետև, մաթեմատիկան սերտորեն առնչվում է երաժշտության, ճարտարապետության, կերպարվեստի, խաչքարագործության և արվեստի այլ բնագավառների հետ: Համաչափության, թվային համեմատությունների, ոսկե հատման և

մաթեմատիկական այլ գաղափարներ դառնում են արվեստի նշված բնագավառներում գեղեցիկի արտահայտման անփոխարինելի միջոցներ:

Հասարակական կյանքի հոգևոր ոլորտի կարևորագույն մաս է կազմում բարոյականությունը: Ի՞նչ դեր է խաղում մաթեմատիկան այս ոլորտում: Կենցաղային մաթեմատիկայի մակարդակով դառնալով հասարակության յուրաքանչյուր անդամի սեփականությունը՝ այն դյուրին է դարձնում մարդկային փոխհարաբերությունները կենսագործունեության քանակական կողմին առնչվող խնդիրներում: Այստեղ մարդիկ մաթեմատիկայի շնորհիվ հաստատում են այդ փոխհարաբերությունները և արագ հասնում են փոխըմբռնման: Նույնը կարելի է ասել մասնագիտական ոլորտի մասին: Միննույն ժամանակ մաթեմատիկայի իմացության, հասանելիության հետ կապված դժվարությունները կարող են դառնալ ինչպես նախանձի, այնպես էլ մեծամտության և արհամարհանքի պատճառ, և այդպիսով՝ ձևավորել չարը, անհարգալից վերաբերմունքն ու ատելությունը (Միքայելյան Հ.Ս., 2011):

Մեծ է մաթեմատիկայի ներուժը հարգանքի, սիրո, արդարության, պարտքի, կյանքի իմաստի և նպատակի, երջանկության և բարոյական այլ արժեքների ձևավորման ուղղությամբ: Այստեղ Մաթեմատիկան կարող է հանդես գալ ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական դիրքերից, այսինքն՝ նպաստել ինչպես համապատասխան դրական, այնպես էլ բացասական արժեքների ձևավորմանը (Միքայելյան Հ.Ս., 2018), (Mikaelian H., & Yenokyan A., 2021):

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԴԵՐԸ ՄԱՐԴՈՒ ԿՅԱՆՔՈՒՄ

Իսկ ի՞նչ դեր է խաղում մաթեմատիկան մարդու կյանքում, ինչքանով է նպաստում նրա հաջողություններին կամ անհաջողություններին, երջանկությանը կամ ապերջանկությանը: Այս հարցադրումների պատասխանը գտնելու համար նպատակահարմար է մարդուն ներկայացնել տարբեր կողմերով և քննել մաթեմատիկայի դերը այդ կողմերից յուրաքանչյուրում: Մարդու այդ կողմերի ընտրության հարցում ես հետևելու եմ մեծ իմաստասեր Արթուր Շոպենհաուերին՝ նրա առաջարկած տարբերակում կատարելով որոշ փոփոխություններ:

Ա. Շոպենհաուերը մարդուն, նրա արժանիքները դիտարկում է երեք կողմերով՝ ինչ է մարդը, ինչ ունի մարդը և ինչպես է մարդը ներկայանում ուրիշներին (Шопенгауер А., 1990): Այստեղ Շոպենհաուերը դիտարկում է միայն մարդու ունեցվածքի նյութական կողմը: Ես դրան ավելացնում եմ նաև մարդու սոցիալական ունեցվածքը՝ ընտանիքը, ընկերները, շրջապատը, մասնագիտությունը և այլն (Միքայելյան Հ.Ս., 2018):

Ինչ է մարդը: Իսկապես, ի՞նչ է մարդը կամ ո՞րն է նրա էությունը: Սրա տակ հասկացվում է այն, ինչ կա մարդու ներսում՝ նրա ֆիզիկականը, առողջությունը, գեղեցկությունը, բարոյականությունը, խելքը, զարգացվածության աստիճանը, հոգեկանը՝ ուշադրությունը, հիշողությունը, երևակայությունը, մտածողությունը, կամքը, բնավորությունը, խառնվածքը,

հույզերն ու զգացմունքները ... Մարդու կյանքը, հաջողություններն ու երջանկությունը հիմնականում պայմանավորված են սրանցով, քանի որ «մարդու հետ տեղի ունեցող ամեն ինչ տեղի է ունենում նրա ներսում»:

Մաթեմատիկայի հետ մարդու կապը սկսենք նրա **ֆիզիկականից**: Մաթեմատիկան մարդու հետ է նրա ծնված օրից ու նրա հետ է կապում մի քանի թվեր, որոնք վճռական նշանակություն ունեն մարդու համար: Առաջինը մարդու ծննդյան թիվն է, որ մնում է անփոփոխ և ցույց է տալիս նրա տարիքը, որն արդեն տարիների ընթացքում անշեղորեն ավելանում է, ավելանում ու մի օր էլ դեռ մի մեծ սահմանի չհասած՝ մարդը չկա: Ահա այդ երկու թվերի մեջ ամփոփվում է մարդու կյանքը: Այդ ընթացքում մի կարևոր թիվ էլ կա՝ մարդու ծննդյան օրը, որ նա նշում է յուրաքանչյուր տարի՝ սկզբում ուրախությամբ ու մեծանալու, տարիքը ավելացնելու անկասելի ձգտումով, իսկ հետո, երբ կուտակվում են այդ տարիները, արդեն տխրությամբ, որովհետև դրանց քանակը մոտենում է ավարտին...

Ահա իրեն վերապահված տարիների այդ ընթացքի մեջ մարդը անընդհատ փոփոխվում է, ինչն արտահայտվում է նաև նրա արտաքին երկու կարևոր ցուցիչներով, որ դարձյալ մաթեմատիկան է բնութագրում: Մաթեմատիկական այս ցուցիչները կամ մեծությունները՝ քաշը և հասակը, կարևոր նշանակություն ունեն մարդու համար: Դրանք կարող են ուրախության կամ տխրության պատճառ դառնալ՝ կախված նրանից՝ մարդը բոյով է, թե՛ կարճ, նիհար է, թե՛ գեր ...

Բայց բացի ֆիզիկականը բնութագրող այդ արտաքին, պարզ տվյալներից. կան նաև մաթեմատիկայի կողմից բնութագրվող խորքային ցուցիչներ, որոնք առնչվում են մարդու անատոմիայի հետ: Ավելին, մարդու մարմնի մասերի չափումների մաթեմատիկական հարաբերություններն վճռական նշանակություն ունեն անգամ նրա գեղեցկության կազմավորման մեջ: Եվ այստեղ որպես հիմնական չափորոշիչ՝ հանդես է գալիս ոսկե հատումը [?], [Հայկի գիրքը]: Ահա մի քանի տիպական օրինակներ:

Պորտը ոսկե հատման կարևոր ցուցիչ է: Տղամարդկանց մարմինը այն բաժանում է $13:8=1,625$ հարաբերությամբ, ինչը ավելի մոտ է ոսկե հատման գործակցին, քան կանանց մարմինը. համապատասխան հարաբերությունը՝ $8:5=1,6$ (հետո էլ ասում են, թե կանայք ավելի գեղեցիկ են): Ոսկե հատումը դրսևորվում է նաև ուսերի, ձեռքերի, դաստակի, մատների և մարմնի մյուս մասերի հարաբերություններում: Ոսկե հատումը լայնորեն է մասնակցում մարդու կենսագործունեության ամենատարբեր ոլորտներում:

Հայտնի է, որ ցավ պատճառող ձայնի բարձրությունը սկսվում է 130 դեցիբելից: Եթե այն բաժանենք ոսկե հատման $1,618$ գործակցի վրա, ապա կստանանք 80 դեցիբել, ինչը բնութագրում է մարդու գոռալու բարձրությունը: Բաժանելով այս վերջինը ոսկե հատման գործակցի վրա՝ կստանանք 50 դեցիբել, ինչը համապատասխանում է մարդու սովորական խոսակցության ժամանակ արտաբերված ձայնի բարձրությանը: Այս վերջինն էլ երկու անգամ բաժանելով ոսկե հատման գործակցի վրա՝ կստանանք 20 դեցիբել, ինչը համապատասխանում է մարդու շշուկին: Այսպիսով, ձայնի բոլոր բնութագրիչ պարամետրերը իրար հետ կապված են ոսկե հատումով:

Մարդու հետ առնչվող բազմաթիվ այլ մեծություններ կապված են Ֆիբոնաչիի թվերի հետ: Դրանք այն թվերն են, որ ստացվում են 13-րդ դարի իտալացի հայտնի մաթեմատիկոս և առևտրական Լեոնարդո Պիզայեցու՝ ճագարների վերաբերյալ հետևյալ հանրահայտ խնդրի լուծումից (Ղազարյան Հ.Գ., 2016):

Մեկը ցանկապատված տարածք է գցում մի զույգ ճագար: Քանի՞ զույգ ճագար կստացվի այնտեղ մեկ տարի անց, եթե ճագարների զույգը ամիսը մեկ մի նոր զույգ է ծնում, և ճագարները ծնում են առաջին անգամ, երբ երկու ամսական են դառնում:

Լուծելով այս խնդիրը՝ մենք ստանում ենք Ֆիբոնացիի անունով կոչվող թվերի հետևյալ հաջորդականությունը.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987,...

Ֆիբոնացիի թվերի հետ են կապված, օրինակ, մարդու կյանքի շրջանները: Կրիտիկական են համարվում հետևյալ տարները՝ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89: Իսկ մարդու ողջ կյանքը բաժանվում է 8 պարբերության. Սաղմնավորման շրջան, մինչև մեկ տարեկանը – ծծկերություն, 1-8 տարեկանը – մանկություն, 8-13 – դեռահասություն, 13-21 – պատանեկություն, 21-34 – երիտասարդություն, 34-55 – հասունություն, 55-89 – ծերություն: Պատկերացնո՞ւմ եք. եթե մեկը կարողանար խելամիտ ձևով այստեղ ևս մեկ շրջան ավելացնել, ապա մարդկանց կյանքի տևողությունը կհասներ 144-ի...

Շոպենհաուերը գտնում է, որ ոչինչ այնքան չի նպաստում մարդու ուրախությանը և երջանկությանը, ինչքան **առողջությունը**. «մեր երջանկության 9/10-ը կախված է առողջությունից» [Շոպենհաուեր]: Իսկապես, առողջ շինակա՞ն է երջանիկ, թե՞ հիվանդ կամ մահամերձ արքան: Պատասխանը ակնհայտ է: Այդ պատճառով հանուն որևէ բանի չարժե գոհաբերել առողջությունը, և յուրաքանչյուր մարդու առաջնահերթ խնդիրը պետք է լինի ամեն կերպ չկորցնել այդ գանձը:

Իսկ արդյո՞ք մաթեմատիկան կարող է նպաստել առողջության պահպանմանը: Դժվար չէ նկատել, որ մարդու առողջության ցուցիչները ունեն նաև քանակական արտահայտություններ, որոնց խախտումը նշանակում է նաև առողջության կորուստ: Անդրադառնանք մարդու առողջության հիմնական այդ ցուցիչներին, որոնք բնութագրում է մաթեմատիկան:

Մարդու առողջության ամենակարևոր ցուցիչներից մեկը նրա արյան ճնշումն է, որ կոչվում է նաև զարկերակային ճնշում: Սրտի յուրաքանչյուր բաբախման ժամանակ մարդու արյան ճնշումը տատանվում է ամենացածր և ամենաբարձր ցուցանիշների միջև: Արյան ճնշման վերին ցուցիչը կամ թիվը ցույց է տալիս ճնշումը զարկերակներում, երբ սիրտը կծկվում և արյունը մղում է զարկերակների մեջ: Այն կախված է սրտի կծկման ուժից, արյան անոթների պատերի դիմադրությունից և միավոր ժամանակում կծկումների քանակից: Ստորին թիվը ցույց է տալիս զարկերակների ճնշումը սրտի մկանների թուլացման պահին: Առողջ մարդուն բնորոշ զարկերակային ճնշումը հավասար է 120 և 80 մմ ս.ս. (սնդիկի սյան): Հետաքրքիր է, որ սրտի առավելագույն և նվազագույն ճնշումների հարաբերությունը հավասար է մոտավորապես 1,6-ի, ինչը շատ մոտ է ոսկե հատման գործակցին:

Առողջության կարևոր ցուցիչ է մարդու անոթազարկը կամ պուլսը՝ արյունատար անոթների պատերի հրոցանման պարբերական տատանումները, որոնք պայմանավորված են սրտի կծկումներով՝ արյունը սրտից անոթների մեջ արտամղմամբ: Առողջ մարդու անոթազարկի հաճախությունը համապատասխանում է սրտի կծկումներին և կազմում է րոպեում 60-80 զարկ: Երեխաների անոթազարկն ավելի հաճախակի է, քան չափահասներինը, աղջիկներինը մի փոքր ավելի հաճախակի, քան տղաներինը: Գիշերն անոթազարկն ավելի դանդաղ է, քան ցերեկը:

Առողջության կարևոր ցուցիչ է մարդու մարմնի ջերմաստիճանը, որ սովորաբար տատանվում է 35,5C-37,2C սահմաններում: Մարմնի 35 C-ից ցածր ջերմաստիճանը վկայում է լուրջ հիվանդության մասին: Իսկ մարմնի ջերմաստիճանի բարձրացումը կամ իջեցումը մի քանի աստիճանով. պատճառ է դառնում կենսագործունեության պրոցեսների խանգարման և կարող է հանգեցնել ցրտահարության կամ ջերմահարության, երբեմն՝ նույնիսկ մահվան:

Առողջության կարևոր ցուցիչներ են լսողությունը և տեսողությունը: Լսողության հետ կապված քանակական ցուցիչներին ես անդրադարձա վերևում: Ինչ վերաբերում է տեսողությանը, ապա նրան խանգարող լուրջ խոչընդոտ է աչքի կամ ներակնային ճնշումը: Այն նույնպես արտահայտվում է քանակական ցուցիչով. նորմալ ճնշումը պետք է լինի 15-21 ս.ս. սահմաններում: Այդ սահմաններից դուրս ներակնային ճնշումը վտանգավոր է տեսողության համար:

Բացի այս հիմնական ցուցիչներից, բժշկության մեջ գոյություն ունեն ախտորոշման ժամանակակից տեխնոլոգիաներ, որոնք հենվում են ֆիզիկայի, ինֆորմատիկայի և, իհարկե, մաթեմատիկայի բնագավառի գիտելիքների վրա:

Առողջության հետ կապված հաջորդ կարևոր խնդիրը նրա պահպանումն է: Այստեղ առաջին հերթին օգնում է առողջ ապրելակերպը Առողջության պահպանման ամենակարևոր գործոններից մեկը վատ սովորությունների վերացումն է (ծխելը, ալկոհոլը, թմրանյութերը): Առողջության այս խաթարումները բազմաթիվ հիվանդությունների պատճառ են, կտրուկ նվազեցնում են կյանքի տևողությունը, իջեցնում աշխատունակությունը: Ինչո՞վ կարող է օգնել մաթեմատիկան այս սովորությունները ձեռք չբերելու կամ դրանցից ձերբազատվելու հարցում: Միայն գայթակհությամբ: Սա կարող է տարօրինակ թվալ, սակայն մաթեմատիկայի գեղեցկությունը, նրանով զբաղվելու հրապուրանքը, այդ զբաղմունքի արդյունքում ձևավորված սթափ միտքը իսկապես մարդուն կարող են հեռու պահել նշված վատ սովորություններից:

Առողջ ապրելակերպի հաջորդ գործոնը ճիշտ սնվելն է: Այստեղ պետք է հետևել երկու օրենքների. սննդակարգի քիմիական կազմը պետք է համապատասխանի մարմնի սննդարար նյութերի ֆիզիոլոգիական կարիքներին, և պետք է ուտել ոչ ավելի, քան անհրաժեշտ է օրգանիզմին: Սովորաբար մարդիկ խախտում են այս օրենքները, ինչը հանգեցնում է ավելորդ քաշի առաջացման կամ գիրության: Անհրաժեշտ է հետևել, որ քաշը համապատասխանի ընդունված նորմերին: Եվ այստեղ մեզ դարձյալ օգնում է մաթեմատիկան: Գոյություն ունեն տարբեր մեթոդներ՝ մարդու գիրությունը որոշելու համար: Բոլոր այդ մեթոդներում վճռորոշը նշված երկու ցուցիչներն են: Դրանցից մեկը կոչվում է մարմնի զանգվածի ինդեքս կամ կրճատ՝ ՄՉԻ: Նրա մեծությունը նշանակվում է I-ով և որոշվում է $I = \frac{m}{h^2}$ բանաձևով, որտեղ m-ը մարդու զանգվածն է՝ կգ-ներով, իսկ h-ը՝ հասակը՝ մետրերով: Առողջապահության համաշխարհային կազմակերպությունը սահմանել է ՄՉԻ-ի հետևյալ նորմերը.

ՄՉԻ	<16	16-18,5	18,5-25	25-30	30-35	35-40	>40
Գիրություն աստիճանը	նկատելի դեֆիցիտ	դեֆիցիտ	նորմա	նախա-գիրացում	1°-ի գիրացում	2°-ի գիրացում	3°-ի գիրացում

Առողջ ապրելակերպի ևս մեկ գործոն է շրջակա միջավայրը: Էկոլոգիապես մաքուր բնության հետ շփումը կենարար ուժերի, կենսուրախության առաջացման անփոխարինելի աղբյուր է: Այդ պատճառով միշտ պետք է ձգտել դեպի անտառ, լեռներ, դեպի ծով, գետ կամ

լին: Մաթեմատիկական այստեղ վատ խորհրդատու է, և նրա ու թվարկվածների երկընտրանքի մեջ անկասկած պետք է նախապատվությունը չտալ մաթեմատիկային:

Առողջության ամրապնդման կարևորագույն գործոն է շարժողական ակտիվությունը: Այստեղ հիմնականը ամենօրյա չափավոր ֆիզիկական ծանրաբեռնվածությունն է, որ իրականացվում է առավոտյան լիցքային վարժությունների, յոգայի, քայլելու կամ այլ տեսքերով: Այստեղ ծանրաբեռնվածության ժամանակը, հագեցվածությունը, զանազան հաշվարկներ և այլ պարամետրեր որոշվում են մաթեմատիկայի միջոցով: Ամերիկյան գիտնականները պնդում են, օրինակ, որ յուրաքանչյուր աստիճան բարձրանալը մարդու կյանքը ավելացնում է 4 վայրկյանով, իսկ 70 աստիճան բարձրանալու դեպքում այրվում է 28 կալորիա:

Առողջ ապրելակերպի կարևոր գործոն է նաև օրվա ռեժիմին հետևելը: Խստորեն սահմանված ժամին որոշակի տեսակի գործունեության իրականացումը, աշխատանքի և հանգստի ճիշտ փոխարինումը, կանոնավոր սնունդը, քունը առողջության պահպանման կարևոր պայմաններ են: Այստեղ մաթեմատիկական օգնում է ժամանակի ճշգրիտ ընտրության, սննդակարգի չափի, հաջորդելիության և այլ հարցերում:

Ուրախ բնավորությունը և կենսասիրությունը մեր երջանկությանը նպաստող կարևոր գործոններ են (Шопенгауер А., 1990): Իսկապես, երբ մարդը երիտասարդ է, գեղեցիկ, հարուստ և հարգված, ապա նրա երջանկության մասին գաղափար կազմելու համար պետք է իմանալ նաև՝ արդյոք ուրախ է նա: Իսկ եթե նա ուրախ է, ապա միևնույն է՝ ծեր է նա, թե երիտասարդ, ձիգ է, թե սապատով, հարուստ է, թե աղքատ. նա երջանիկ է: Մաթեմատիկայի հետ երկար զբաղմունքը սովորողին կարող է դարձնել ինքնամփոփ, «կտրել» առօրեական կյանքից, ընկերներից, ինչը պակասեցնում է կենսուրախությունը: Արևմտյան հետազոտողները նկատել են, որ կենսասիրության անկման է բերում նաև ինտերնետը. վիրտուալ աշխարհը մարդուն կտրում է շրջապատից, անգամ՝ հարազատներից:

Մարդկային երջանկությունը, երջանկության համար պլաններ ու նպատակներ գծելու, դրանք իրականացնելու կարողականությունը մեծապես կախված է մարդու մտածողությունից, երևակայությունից, հիշողությունից, ուշադրությունից, կամքից և հոգեկան այլ գործընթացներից: Որքան ուժեղ ու զարգացած է մարդու մտածողությունը և երևակայությունը, այնքան մեծ ու յուրջ կլինեն նրա նպատակներն ու պլանները: Որքան զարգացած լինի մարդու հիշողությունը, ուշադրությունը, նպատակասլացությունը, հետևողականությունը, կամային այլ որակներ, այնքան մեծ կլինեն ընդունած պլաններն ու նպատակները իրականացնելու և, հետևապես, երջանիկ լինելու հնարավորությունները:

Հոգեկան երևույթների ձևավորումը և զարգացումը մեծապես կախված են կրթությունից, նաև՝ մաթեմատիկական կրթությունից: Իսկ հոգեկան գործընթացների այնպիսի անցանկալի դրսևորումներ, ինչպիսիք են ուշադրության ցրվածությունը, հիշողության մեջ անցանկալի երևույթների հաճախակի ի հայտ գալը, մտքի ծուլությունը, կամքի թուլությունը, նպատակասլացության, հետևողականության բացակայությունը կարելի է վերացնել մաթեմատիկական կրթության միջոցով: Մաթեմատիկայի ուսումնական նյութի կառուցվածքը, դրա յուրացման համար մտածողության, երևակայության, հիշողության, ուշադրության երկարատև կենտրոնացման, հաճախ նաև լարման անհրաժեշտությունը նպաստում են համապատասխան հոգեկան գործընթացների ձևավորմանը և զարգացմանը (Միքայելյան Հ.Ս., 2015):

Մաթեմատիկական կրթությունից մեծապես կախված է իր մտավոր ունակությունների նկատմամբ սովորողի վերաբերմունքը: Կրթական խնդիրների ճիշտ իրականացման դեպքում այն մարդուն կարող է տալ ինտելեկտուալ ազատություն, ինքնավստահություն, հավատ սեփական ուժերի, մտավոր կարողությունների նկատմամբ: Իսկ հակառակ դեպքում՝ սովորողի մոտ կարող են առաջանալ թերարժեքության զանազան բարդույթներ, որոնց հաղթահարումը կապված կլինի մեծ դժվարությունների հետ:

Երջանկությանը նպաստող գործոն է լավատեսությունը, իսկ վատատեսությունը վնասում է երջանկությանը (Шопенгауер А., 1990): Մարդու հաջողություններին և երջանկությանը նպաստում են հույսը, հավատը և բարոյական այլ հատկանիշներ: Մաթեմատիկական առանձին խնդիրների լուծման համար ցուցաբերած համառությունը, հետևողականությունը, մտքի երկարատև լարումը, որոնք հանգեցնում են անհրաժեշտ արդյունքի, ոգու արիության դրսևորումներ են, որոնք բարձրացնում են մարդուն, մեծացնում նրանում ոգեղեն արժեքը (Միքայելյան Հ.Ս., 2018):

Մաթեմատիկական բանաձևերը, խնդիրներն ու վարժությունները միշտ ունեն ապացուցումներ կամ լուծումներ, որոնց կարելի է հասնել հետևողական աշխատանքի արդյունքում: Սա մարդու մեջ լավատեսության, հույսի հատկանիշների ձևավորման հրաշալի նախադրյալներ է առաջացնում: Նույն նպատակին է ծառայում նաև մաթեմատիկայի իմացությունը՝ կյանքում առաջ եկած իրադրությունների մոդելավորման և լուծման իր ներուժով:

Շոպենհաուերը առանձնացնում է նաև երջանկության երկու թշնամիներ՝ հոգսը և ձանձրույթը (Шопенгауер А., 1990): Առաջինը հատուկ է աղքատներին, երկրորդը՝ հարուստներին: Ոչինչ այնքան չի օգնում այս երկու չարիքների դեմ պայքարում, ինչքան հոգևոր հարստությունը: Եթե մարդը հարուստ է իր ներաշխարհով, ապա նրան արտաքինից քիչ բան է հարկավոր: Այդ պատճառով կրթվածությունը հանգեցնում է շփումներից խուսափելուն. «կարելի է ասել, որ մարդը շփվող է այն չափով, ինչքանով հոգեպես կայացած չէ»: Մաթեմատիկայով զբաղվելը նպաստում է մարդու ներաշխարհի հարստացմանը, ինչը կարելի է գնահատել որպես ձանձրույթից խուսափելու միջոց: Սակայն պետք է նշել, որ աշակերտական դասարանի մեծամասնության համար մաթեմատիկայի դասը իսկապես ձանձրալի գործընթաց է, որի ավարտին նրանք սպասում են անհամբերությամբ: Միևնույն ժամանակ, անգամ մաթեմատիկայից առաջադիմող աշակերտների համար մաթեմատիկական առաջադրանքները՝ տնային հանձնարարությունները և դասը սովորելը լրացուցիչ հոգսեր են, որոնցից ազատվելը, այսինքն՝ նշված աշխատանքները իրականացնելը դժվարությունների հետ է կապված:

Ինչ ունի մարդը: Ես առանձնացնում եմ մարդու ունենալու կամ ունեցվածքի նյութական կողմը՝ տուն, ավտոմեքենա, դրամական միջոցներ և այլն, և նրա սոցիալական կողմը՝ հարազատները, ընկերները, շրջապատը, մասնագիտությունը, ամուսնացած է, թե ոչ, եթե՝ այո, ապա՝ ամուսինը, երեխաները, ընտանիքը և այլն (Միքայելյան Հ.Ս., 2011):

Իմաստունները ասում են, թե նյութական հարստությունը նման է աղաչքի. ինչքան խմես, այնքան ծարավը կուժեղանա (Шопенгауер А., 1990): Նյութական հարստությունը կապված է նաև մարդկային պահանջմունքների հետ. եթե դրանցից մեկը մեծանում է, մեծանում է նաև մյուսը: Փողը ցանկալի է, որովհետև այն կարելի է փոխարինել մեր պահանջմունքները բավարարող ցանկացած օբյեկտով: Սակայն ունեցվածքը պետք է դիտել ոչ թե որպես

հաճույքների մեջ լողալու հնարավորություն, այլ որպես պատմեշ, որ կարող է գերծ պահել ամեն տեսակի փորձանքներից: Նյութական հարստությունը մարդուն հնարավորություն է տալիս ճանապարհորդել, ստանալ լավագույն կրթություն, ձեռք բերել նաև երջանկության համար անհրաժեշտ նյութական, տնտեսական բարիքներ՝ տուն, ավտոմեքենա և այլն: Այս տեսակետից Մաթեմատիկան, նրա իմացությունը հնարավորություն է տալիս ընտրել լավագույն, նաև՝ լավ վճարվող մասնագիտություն, ստանալ բարձր աշխատավարձ: Այդպիսի մարդը կարող է հեշտությամբ խորանալ տնտեսական հարցերի մեջ, լինել հուսալի տնտեսական գործընկեր, նաև՝ խոհեմ նյութական միջոցները ծախսելու և տնտեսելու հարցերում:

Մարդու հաջողությունների ու երջանկության համար մեծ նշանակություն ունի ունենալու սոցիալական կողմը: Որպեսզի ակնառու դառնա այս պնդումը, բավական է ուսումնասիրել մարդու հոգեկանը, աշխարհընկալումը, հաջողության ու երջանկության, դրանց իրականացման մասին պատկերացումները մինչև նրա ամուսնանալը և ամուսնությունից հետո: Թեև սոցիալ-հոգեբանական միտքը հակված է ամուսնությունը ներկայացնելու որպես մարդու կյանքի երկու հիմնական նպատակներից մեկի՝ տեսակը պահպանելու պահանջմունքի իրականացում, սակայն ամուսնանալուց հետո շատ շուտով մարդու համար ակնհայտ է դառնում իր կյանքում մեկի հայտնվելը կամ իր նոր ունեցվածքը, որից նա, նրա ողջ կյանքը, նաև՝ հաջողություններն ու երջանկությունը սկսում են ունենալ էական կախվածություն: Հետագայում ծնվում են երեխաները, առաջ են գալիս նոր պարտականություններ, պարտքի որակապես նոր՝ մինչ այդ գոյություն չունեցող տեսակների զգացում, նպատակների, խնդիրների նոր՝ սեփականից ոչ պակաս կարևոր ոլորտ: Ինչպիսի՞ն է մարդու ամուսինը, ինչպիսի՞ն կլինեն երեխաները, ընտանիքը: Սրանք լուրջ հարցադրումներ են, որոնց պատասխանները, մի կողմից՝ կարող են դառնալ մարդու հաջողությունների և երջանկության աղբյուր, մյուս կողմից՝ հոգսերի, դժվարությունների իրականացման ամենօրյա դաշտ (Միքայելյան Հ.Ս., 2011):

Մաթեմատիկայի հետ ծանոթացումը, նրա իմացությունը այստեղ չի կարող օգնել սոցիալական այս խնդրի հաջող լուծմանը՝ առաջին հերթին նրանում այդ ուղղությամբ անհրաժեշտ գիտելիքների բացակայության պատճառով: Մաթեմատիկան չի նպաստում նաև շփվողականության ձևավորմանը: Նա իրեն է հատկացնում ամուսնության ապագա թեկնածուների հետ հաղորդակցվելու, շփվելու ժամանակը և այլն:

Մարդու հաջորդ կարևոր սոցիալական ունեցվածքը նրա մասնագիտությունն է, որի ընտրությունը մարդու կյանքի երկրորդ գլխավոր նպատակն է: Մասնագիտական գործունեության արդյունքում է, որ մարդը կարողանում է ստեղծել նյութական և հոգևոր նշանակալից արժեքներ, իրեն զգալ հասարակության լիիրավ անդամ:

Մաթեմատիկայի իմացությունը մասնագիտություն ստանալու կարևորագույն պայմաններից մեկն է: Արդեն նշել ենք, որ արևմտյան շատ համալսարաններ ընդունվելու համար Մաթեմատիկան գտիչ դեր է կատարում. բոլոր դիմորդները հանձնում են մաթեմատիկայի ընդունելության քննություններ: Բացի այդ, մաթեմատիկան օգնում է մասնագիտական ճիշտ ընտրություն կատարել, լավ մասնագիտություն ստանալ: Արժե նշել, որ ժամանակակից մասնագիտությունների զգալի մասը հենված են մաթեմատիկական իմացության վրա: Թագուհու իմացությունը օգնում է նաև լավ մասնագետ դառնալ, աչքի ընկնել մասնագիտական գործունեության մեջ:

Ունենալու սոցիալական կողմը կարելի է լրացնել այնպիսի կարևոր արժեքներով, ինչպիսիք են մարդու ընկերները և շրջապատը: Հաճախ սրանք դառնում են մարդու հաջողությունների կամ երջանկության կարևոր գործոններ:

Այսպիսով, ամուր ընտանիքը, բարեկամությունը, ընկերությունը, մասնագիտությունը մեծապես նպաստում են մարդու երջանկությանը: Սակայն մաթեմատիկական կրթությունը քիչ ժամանակ է թողնում ընտանիքի, ընկերության, բարեկամության համար: Մյուս կողմից աշխատանքային միջավայրում կրթության մաթեմատիկական բաղադրիչի վրա լուրջ ուշադրություն դարձրած մարդը ոչ միայն իր պարտականությունները կարող է կատարել խելամուտորեն, այլև լինել ցանկալի խորհրդատու գործընկերոջ համար:

Ինչ է իրենից ներկայացնում մարդը: Մարդը ապրում է հասարակության մեջ և ունի նաև ուրիշների հետ հաղորդակցվելու, շփվելու պահանջմունք: Եվ առօրեական կյանքի աննշան հարցերից մինչև մասնագիտական կարևորագույն խնդիրների լուծումը նա իրականացնում է՝ հաշվի առնելով նաև ուրիշների կարծիքը: Եվ այդ կարծիքը մարդու համար կարևոր նշանակություն ունի:

Բնականաբար, յուրաքանչյուր մարդ այնքան էլ անկեղծ չէ շրջապատի հետ և մեծ մասամբ ներկայանում է ոչ այնպես, ինչպես ինքը կա: Նա աշխատում է թաքցնել իր թերությունները, ներկայանալ դրական կողմերով՝ երևալ ավելի գեղեցիկ, ավելի խելոք, ավելի բարի: Ի՞նչ դեր ունի այդ ներկայացումների և ուրիշների կողմից մարդուն տրվող գնահատականի կայացման հարցում մաթեմատիկան:

Մարդը առաջին հերթին շրջապատին ներկայանում է իր արտաքինով: Թեև մաթեմատիկական սահմանում է մարդու մարմնի գեղեցկության հիմքում ընկած օրինաչափությունները, սակայն մարդը, ի գորու չլինելով շատ թե քիչ էական փոփոխություններ մտցնելու Աստծո կողմից իրեն տված նյութեղեն ժառանգության մեջ, աշխատում է իր մարմնական թերությունները վերացնել հագուստի, կոսմետիկայի, օժանելիքի և այլ արտաքին գործոնների միջոցով:

Այլ է պատկերը մարդու ներաշխարհի պարագայում: Այստեղ մաթեմատիկական նպաստում է ինչպես մարդու հոգեկան երևույթների, այնպես էլ ինտելեկտի դրական հատկանիշների ձևավորմանը և զարգացմանը: Միևնույն ժամանակ, մաթեմատիկական նպաստում է գեղեցիկի ընկալմանը, մարդու գեղագիտական ճաշակի բարձրացմանը, գեղեցիկով ապրելու մշակույթի ձևավորմանը: Այս բոլորը նպաստում են մարդու դրական կերպարի ձևավորմանը:

Մեծ է նաև մաթեմատիկայի դերը մարդուն տրվող բարոյական գնահատականի ձևավորման գործում: Մաթեմատիկայի հետ շփումը, նրա իմացությունը նպաստում են մարդու մասին ուրիշների դրական կարծիքի ձևավորմանը, ինչն արտահայտվում է նաև իր հանդեպ ուրիշների ցուցաբերված հարգանքի միջոցով (Միքայելյան Հ.Ս., 2011):

Մարդու համար ավելի նշանակալից են ուրիշների կողմից իրեն ցույց տրվող պատվի արտահայտությունները: Պատիվը բարոյական այն արժեքն է, որը հասարակության կողմից դիտվում է որպես մարդու արժանիք, արժանիքի չափ: Պատմականորեն պատիվը համարվել է ընկերային կոնկրետ խմբի բացառիկ արժանիք: Եղել է, օրինակ, ասպետի պատիվը, ազնվականի պատիվը և այլն: Ներկայումս պատիվը դիտվում է որպես մարդու ծառայությունների հասարակական ճանաչում: Այն մեծ մասամբ պայմանավորված է մարդու մասնագիտական կամ հասարակության համար արժեք ներկայացնող այլ գործունեությամբ: Այդ պատճառով մարդու պատիվը առաջին հերթին կապված է նրա մասնագիտական

գործունեության հետ: Սովորաբար պատվաբեր են համարվում հասարակության համար ավելի մեծ արժեք ներկայացնող մասնագիտությունները: Բժշկի մասնագիտությունը կարծեք արժեքավոր է եղել բոլոր ժամանակներում: Այդ պատճառով բժիշկը մեծ պատիվ է ունեցել և ունի հասարակության մեջ: Յուրաքանչյուր մասնագիտություն հասարակությունը կարևորում է՝ իր նախընտրած կամ կարևորած արժեքներից ելնելով: Այսօր մեզանում ավելի շատ գնահատվում և պատվաբեր են համարվում այն բնագավառների հետ առնչվող մասնագիտությունները, որոնք ապահովում են կայուն ու բարձր աշխատավարձ: Դա բխում է նյութական կամ տնտեսական արժեքի նկատմամբ ժամանակակից հասարակության ավելի մեծ ուշադրությունից:

Բացի մասնագիտության շնորհիվ ստացված պատվից, մարդը, կոնկրետ մասնագետը հավելյալ՝ ավելի մեծ պատվի է արժանանում տվյալ մասնագիտության մեջ ունեցած հաջողությունների համար: Բարձր կարող է լինել ոչ միայն բժշկի կամ ուսուցչի պատիվը. հասարակության կողմից լրացուցիչ պատվի ու գնահատանքի են արժանանում լավ բժիշկն ու լավ ուսուցիչը, լավ արհեստավորն ու լավ մարզիկը, լավ դերասանն ու լավ նկարիչը: Հաճախ որևէ անհատ շատ մեծ ծառայություններ է ունենում իր մասնագիտության մեջ և համընդհանուր ճանաչում է ձեռք բերում: Երբեմն նրա միջոցով ճանաչում են երկիրը, ազգը: Նման մարդիկ հասարակության մեջ մեծ պատվի են արժանանում և իրենք նույնպես դառնում են ազգային արժեք:

Հաճախ պատիվը պայմանավորվում է մարդու հասարակական դիրքով, նրա պաշտոնով. ինչքան բարձր են մարդու հասարակական դիրքն ու պաշտոնը, այնքան մեծ է հասարակության կողմից նրան տրվող պատիվը: Նման մոտեցումը պարունակում է որոշ կեղծ երանգներ, ինչն արտահայտվում է ավելի բարձր պաշտոնյայի ինքնագոհությամբ և նրա հանդեպ իր ենթակայի քծնանքով: Ինքնագոհություն և քծնանք. ահա բարոյական արատներ, որոնք, ըստ Ֆրենսիս Բեկոնի, հստակորեն ու անսխալ ցույց են տալիս, որ իրենց տեղում չեն և՛ պաշտոնյան, և՛ նրա ենթական (Бекон Ф., 1978):

Մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացը, զարգացնելով սովորողի հոգեկան որակները և ինտելեկտուալ կարողությունները, հետագայում լայն և լիարժեք մասնագիտական գործունեություն իրականացնելու հնարավորություններ է տալիս և, այդ պատճառով, մեծացնում է մաթեմատիկայում հաջողություններ արձանագրող աշակերտների պատիվը: Նույն նպատակին են ծառայում նաև մաթեմատիկական կրթության կիրառական հսկայական հնարավորությունները:

Այնուհետև, մաթեմատիկական կրթությունը, մարդուն տալով վերը նշված հոգեկան որակները, ինչպես նաև բարոյական, ճանաչողական, գեղագիտական արժեքների իմացության հնարավորություններ, նրան կարող է դարձնել բանիմաց, հավասարակշռված, ողջամիտ անհատականություն և, այդպիսով, արժանացնել հասարակության առանձնահատուկ պատվին:

Հարկ է նշել նաև, որ աշակերտի մաթեմատիկական ունակությունները մեծ մասամբ պայմանավորվում են նրա ապագա մասնագիտական ընտրությունը, և այդ պատճառով մաթեմատիկայի ուսուցման ուղղությամբ ունեցած հաջողությունները առանձնահատուկ պատվի են արժանացնում աշակերտին:

Ինչ վերաբերում է Ֆ. Բեկոնի նշած ինքնագոհությանը և քծնանքին, ապա դասավանդման գործընթացում առաջինը կարող է դրսևորվել ուսուցչի, իսկ երկրորդը՝

աշակերտի կողմից: Քծնանքի առկայությունը բարոյական անառողջ հարաբերությունների անսխալ վկայություն է, որ առանձնապես վտանգավոր է կրթական գործընթացում. ուսուցիչը պետք է բացառի իր հանդեպ աշակերտի նման վերաբերմունքի ցանկացած դրսևորում: Մյուս կողմից, ուսուցչի աշխատանքը այնքան դժվար է ու այնքան բարդ, որ տեղ չի կարող թողնել ինքնագոհության: Աշակերտի յուրաքանչյուր մեծ կամ փոքր հաջողություն, որ նման դրսևորման առիթ կարող է ստեղծել ուսուցչի համար, նոր աշխատանքի, նոր հաջողությունների, նոր բարձունքների ու նոր նվաճումների սկիզբ կարող է լինել միայն, որ ուսուցչից պահանջում է լրացուցիչ ջանքեր, մանկավարժական նոր մոտեցումներ, նոր սխրանքներ: Ասվածը առավել տիպական է մաթեմատիկայի դասավանդումն իրականացնող ուսուցչի պարագայում, քանի որ մաթեմատիկական նյութը աչքի է ընկնում իր հազեցվածությամբ, խորությամբ, ընկալման դժվարությամբ:

Ա. Շոպենհաուերն ասում է. «Ինչպես կատուն է հաճույքից մլավում, երբ իրեն շոյում են, այնպես էլ բավական է մարդուն գովես, որպեսզի նրա դեմքը փայլի իսկական երանությամբ» (Шопенгауер А. 1990): Պատճառը, հավանաբար, մարդու փառասիրությունն է: Առաջին հայացքից թվում է, թե աշակերտի համար փառքի արժեքը պակաս նշանակալից է: Սակայն չպետք է մոռանալ, որ փառքը, ներկա և ապագա հաջողությունների հասնելու, բարձունքներ նվաճելու ձգտումը և երազանքը դեռահասի, պատանու՝ կյանքի և ուսուցման նկատմամբ հետաքրքրություն առաջացնող հիմնական դրդապատճառներն են:

Փառքի արժանանալու աշակերտական մղումները կարող են բավարարվել մեզանում ավանդույթ դարձած զանազան մրցույթներում (օլիմպիադա, կենգուրու) հաջողություններ արձանագրելու միջոցով:

Գրականություն

- Ղազարյան, Հ.Գ. (2016)*, Թվերի խորհրդավոր և հետաքրքրաշարժ աշխարհը, Աստղիկ գրատուն, 2016, 144 էջ:
- Միքայելյան, Հ.Ս. (2011)*. Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը: Էդիթ Պրինտ, Երևան, 2011 թ., 184 էջ:
- Միքայելյան, Հ.Ս. (2014)*. Գեղեցիկը, մաթեմատիկական և կրթությունը, մաս 2, Գեղեցիկը և մաթեմատիկական, Էդիթ Պրինտ, Երևան, 2014 թ., 224 էջ:
- Միքայելյան, Հ.Ս. (2015)*. Գեղեցիկը, մաթեմատիկական և կրթությունը, մաս 2, Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Էդիթ Պրինտ, Երևան, 2015 թ., 440 էջ:
- Միքայելյան, Հ.Ս. (2018)*. Մաթեմատիկական կրթության արժեքանական հիմունքները. մաս 1, Էդիթ Պրինտ, Երևան, 2018, 280 էջ:
- Միքայելյան, Հ.Ս. (2019)*. Մաթեմատիկական կրթության լեզուն և խոսքը, Էդիթ Պրինտ, Երևան, 2019թ., 224 էջ:
- Бекон, Ф. (1978)*. Сочинения, т. 2, 1978. Москва Мысль, 592 С.
- Микаелян, Г.С. (2019)*. Эстетические основы математического образования, Монография, Ереван-Черкасы, 2019, 224 С.
- Шопенгауер, А. (1990)*. Афоризмы житейской мудрости, Москва, 1990.

Ernest, P. (2018). The Ethics of Mathematics: Is Mathematics Harmful? In P. Ernest (Ed.). *The Philosophy of Mathematics Education Today*, 2018, (pp. 187-216), Switzerland: Springer.

Ernest, P. (2019). An ethical audit of mathematics in education and society (submitted draft)
[https://www.researchgate.net/publication/335260398_An_Ethical_Audit_of_Mathematics_in_Education_and_Society SUBMITTED DRAFT](https://www.researchgate.net/publication/335260398_An_Ethical_Audit_of_Mathematics_in_Education_and_Society_SUBMITTED_DRAFT)

Mikaelian, H., & Yenokyan, A. (2021). The problem of formation of moral values in the process of teaching mathematics In D. Kollosche (Ed.), *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference* (Vol. 2, pp. 662–670). Tredition. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5415473>.

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՍԱՐԱԿՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՄԱՐԴՈՒ ԿՑԱՆՔՈՒՄ

Միքայելյան Համլետ Սուրենի

Ամփոփում: Աշխատանքում դիտարկվում է մաթեմատիկայի դերը, մաթեմատիկական կրթության նշանակությունը մարդու և հասարակության կյանքում: Քննարկվում է հասարակության իրական մաթեմատիկական պիանջմունքների հարցը, ինչը շաղկապվում է կրթության մեջ մաթեմատիկային հատկացվող դերի հետ: Կանգ է առնվում այդ դերի որոշ բացասական դրսևորումների վրա: Մանրամասն դիտարկվում է մաթեմատիկայի դերը հասարակական կյանքի տարբեր ոլորտներում:

Տնտեսական ոլորտին նվիրված բաժնում դիտարկվում է մաթեմատիկայի դերը արդյունաբերական չորս հեղափոխությունների մեջ: Արդյունաբերության հետ միասին դիտարկվում են տնտեսության մյուս ճյուղերը՝ բանկերը, շուկան և այլն: Սոցիալական ոլորտում մաթեմատիկայի դերը դիտարկվում է կրթության, առողջապահության, տրանսպորտի կենսագործունեության մեջ: Ուսումնասիրվում է նաև մաթեմատիկայի դերը հասարակական կյանքի հոգևոր ոլորտում: Վեր է հանվում գիտության, արվեստի, բարոյականության մեջ մաթեմատիկայի և մաթեմատիկական կրթության դերը:

Մարդու պարագայում մաթեմատիկայի դերը բացահայտվում է մարդու նկատմամբ Շոպենհաուերի երեք մոտեցումների միջոցով՝ ինչ է մարդը, ինչ ունի մարդը և ինչպես է ներկայանում մարդը: Մարդու էության հարցում կարևորվում է մաթեմատիկայի դերը նրա ֆիզիկականի, առողջության, բնավորության, հոգեկան գործընթացների ձևավորման գործում: Դիտարկվում է նաև մաթեմատիկայի դերը մարդու նյութական և սոցիալական ունեցվածքների ձեռքբերման, ինչպես նաև նրա ներկայացման գործում:

Բանալի բառեր. մաթեմատիկա, մաթեմատիկական կրթություն, մարդ, հասարակություն, տնտեսություն, սոցիալական ոլորտ, հոգևոր ոլորտ:

МАТЕМАТИКА В ОБЩЕСТВЕ И ЖИЗНИ ЧЕЛОВЕКА

Микаелян Гамлет Суренович

АГПУ, доктор педагогических наук, к.ф.м.н., профессор

Резюме. В статье рассматривается роль математики, значение математического образования в жизни человека и общества. Обсуждается вопрос реальных математических потребностей общества, что связано с ролью, отведенной математике в образовании. Останавливается на некоторых негативных проявлениях этой роли. Подробно рассматривается роль математики в различных сферах общественной жизни.

В разделе, посвященном экономической сфере, рассматривается роль математики в четырех промышленных революциях. Вместе с промышленностью рассматриваются и другие отрасли экономики: банки, рынок и др. В социальной сфере рассматривается роль математики в жизнедеятельности образования, здравоохранения, транспорта. Также изучается роль математики в духовной сфере общественной жизни. Выделена роль математики и математического образования в науке, искусстве, нравственности.

В случае человека роль математики раскрывается через три подхода Шопенгауэра к человеку: что такое человек, что человек имеет и как человек представляет себя. В отношении природы человека подчеркивается роль математики в формировании его физического состояния, здоровья, характера и психических процессов. Также рассматривается роль математики в приобретении материальных и социальных благ человека, а также в его представлении.

Ключевые слова. математика, математическое образование, человек, общество, экономика, социальная сфера, духовная сфера.

MATHEMATICS IN SOCIETY AND HUMAN LIFE

Mikaelyan Hamlet Sureni

ASPU, Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. of math., Professor

Summary. The article discusses the role of mathematics, the importance of mathematical education in human life and society. The question of the real mathematical needs of society is discussed, which is related to the role assigned to mathematics in education. The role of mathematics in various spheres of public life is considered in detail.

The section on economics examines the role of mathematics in four industrial revolutions. Along with industry, other sectors of the economy are also considered: banks, the market, etc. In the social sphere, the role of mathematics in the life of education, health care, and transport is considered. The role of mathematics in the spiritual sphere of public life is also studied. The role of mathematics and mathematical education in science, art, morality is highlighted.

In the case of man, the role of mathematics is revealed through Schopenhauer's three approaches to man: what a man is, what a man has, and how a man presents himself. With regard

to human nature, the role of mathematics in shaping his physical condition, health, character and mental processes is emphasized. The role of mathematics in the acquisition of material and social benefits of a person, as well as in his representation is also considered.

Keywords: mathematics, mathematical education, man, society, economy, social sphere, spiritual sphere.

Ստացվել է խմբագրություն՝ 10.09.2022

Գրախոսվել է՝ 27.09.2022

Կայքէջ է ուղարկվել՝ 27.12.2022

Mathematics in school

Математика в школе

Մաթեմատիկան ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Գիտամեթոդական ամսագիր
Scientific methodical journal
Научно-методический журнал

ISSN 1829-4111

№ 2 (115) 2023



ՀԱՍՄ Երևան, Խանջյան 5, 314 սենյակ
ASPU Yerevan, Khanjyan 5, room 314
АГПУ Ереван, Ханджяна 5, комната 314
<https://mathinschool.aspu.am/>
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com