Մաթեմատիկան ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Mathematics in

Математика в

Scientific methodical journal

Գիտամեթոդական ամսագիր

Научно-методический журнал

ISSN 1829-4111

№ 6 (119) 2026

Խմբագրական խորհուրդ

ՀՀ ԿԳՄՍ նախարարություն
RA Ministry of Education, Science, Culture, Sports
Министерство ОНКС РА
Խ. Աբովյանի անվան հայկական պետական
մանկավարժական համալսարան
Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan
Армянский государственный педагогический университет
имени Х. Абовяна
«Մաթեմատիկան դպրոցում»
Գիտամեթոդական ամսագիր
Հրատարակվում է 1998 թվականից
"Mathematics in school"
Scientific methodical journal
Published since 1998
«Математика в школе»
Научно-методический журнал
Издается с 1998 г.
Վկայական N01Ա044424, տրված է ՀՀ ԱՆ կողմից ,
16.02.1999թ.
Certificate N01A044424, issued by RA MJ, 16.02.1999.
Certificate N01A044424, issued by RA МЮ, 16.02.1999.-
Երևան, Խանջյան 5, սենյակ 314
Yerevan, Khanjyan 5, room 314
Ереван, Ханджян 5 / 314
Phon: +37493881707
E-mail: h.s.mikaelian@gmail.com
Interet:
Նկարիչ՝ Վ. Միքայելյան
Համակարգչային ձևավորում՝ Ա. Մկրտչյան

Թողարկման պատասխանատու՝
Հ. Ս. Միքայելյան

2026 **№ 6 (119) 2026**	**Մայիս** **May** **Май**

Математика в школе

Mathematics in school

Մաթեմատիկան

Դ պ ր ո ց ու մ

Թիվ 6(119), Մայիս, 2026

Բովանդակություն

Mathematics
In Shcool

N 6(119), May, 2026

Contents

Математика

в школе

N 6(119), Май, 2026

Содержание

ԷՔՍՏՐԵՄԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

ORCID 0000-0002-7704-5747
Պետրոսյան Լեռնիկ Նահապետի,
ՀԱՊՀ Կապանի մասնաճյուղ
Միրզոյան Մարինե Ռուբիկի
Սյունիքի մարզ, Սյունիքի միջն. դպրոց

Պետրոսյան Լ. Ն., *մանկավարժական գիտ. դոկտոր, Պրոֆեսոր*

Մ. Ռ. Միրզոյան

Ներածություն

Մաքսիմումի և մինիմումի խնդիրները կարևորագույն դեր են խաղացել մաթեմատիկայի զարգացման մեջ, նրա ողջ պատմության ընթացքում: Ամբողջ այդ ժամանակամիջոցում կուտակվել են մեծ թվով գեղեցիկ, կարևոր, փայլուն և հետաքրքիր խնդիրներ՝ երկրաչափությունում, հանրահաշվում, ֆիզիկայում և այլ ուղղություններում:

Այդ խնդիրներում իրենց մասնակցությունն են ունեցել անցյալի մեծագույն գիտնականները՝ Էվկլիդեսը, Արքիմեդը, Ապոլլոնը, Հերոնը, Բեռնուլլին, Նյուտոնը, Տորիչելլին և այլք: Կոնկրետ խնդիրների լուծումը խթանում էր տեսության զարգացումը, և արդյունքում մշակվեցին հնարքներ, որոնք թույլ էին տալիս միասնական մեթոդով լուծել ամենատարբեր բնույթի խնդիրներ [6, էջ 556]:

Մաքսիմումի և մինիմումի խնդիրները մաթեմատիկայում անվանում են էքստրեմալ խնդիրներ: Համեմատաբար պարզ էքստրեմալ խնդիրներին ծանոթանում են դպրոցում, իսկ ընդհանուր տեսքով էքստրեմալ խնդիրների տեսությունը ուսումնասիրվում են համալսարաններում:

Հին Հունաստանում վաղուց արդեն (համենայնդեպս, մինչև VI դարը Ք. ծ. առաջ) գիտեին շրջանագծի և գնդոլորտի էքստրեմալ հատկությունների մասին: Օրինակ, միևնույն պարագծով հարթ պատկերների մեջ առավելագույն մակերեսն ունի շրջանը, մակերևույթի միևնույն մակերես ունեցող տարածական կառույցների մեջ ամենամեծ ծավալն ունի գունդը:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում տվյալ թեման բացահայտված է ոչ բավարար չափով: Դպրոցական ծրագրային դասագրքերում այդ տիպի խնդիրները հիմնականում դիտարկվում են «Ածանցյալ» բաժնում [1, էջ 160-169], իսկ էքստրեմումի գտնելու մյուս մեթոդները գրեթե չեն դիտարկվում: Միաժամանակ այդ թեմայի արդիականությունը շատ մեծ է, քանզի շատ կիրառական խնդիրների լուծումներ հանգեցվում են տարբեր մեծությունների առավելագույն և նվազագույն արժեքները գտնելուն:

Չափազանց կարևոր է այն հանգամանքը, որ մեծության առավելագույն կամ նվազագույն արժեքները գտնելու խնդիրները՝ որպես բարձր մակարդակի դժվարության առաջադրանքներ, հաճախ են հանդիպում տարբեր մրցույթներում և օլիմպիադաներում, որոշակիորեն նաև միասնական պետական քննության B մասում, որով և ունեն բարձր վարկանիշ:

Վերը ասվածից հետևում է, որ հանրակրթական դպրոցի սովորողները (հատկապես բուհի ապագա դիմորդները) պետք է հնարավորինս լավ տիրապետեն տվյալ նյութին:

Հոդվածի հիմնական բովանդակությունը

Դպրոցական մաթեմատիկայի ստանդարտ դասընթացներում հիմականում ենթադրվում է, որ էքստրեմումի խնդիրները կարող են լուծվել բացառապես անալիտիկ ալգորիթմի օգնությամբ, որի իմաստը մաթեմատիկական անալիզի միջոցներով ինչ-որ ֆունկցիայի հետազոտումն է: Նմանատիպ խնդիրների լուծման այլ եղանակները հաճախ մնում են ուշադրությունից դուրս: Սակայն վերը նշված եղանակը (նույնիսկ այն դեպքերում, երբ դրա կիրառումը հանգեցնում է դրված նպատակի իրագործմանը) ոչ միշտ է լինում ամենահարմարն ու կարճը:

Գոյություն ունեն, իրենց դրվածքով տարրական, մի ամբողջ շարք խնդիրներ, որոնք չեն կարող լուծվել նման ձևով: Դրանց են դասվում մասնավորապես այսպես կոչված բազմապարամետրական էքստրեմումի խնդիրները: Ըստ էության՝ տարրական մաթեմատիկայի դասընթացները չեն առաջարկում այնպիսի էվրիստիկական գաղափարներ, որոնց օգնությամբ կարելի է հաղթահարել այդպիսի խնդիրները: Ուստի և սովորողներին նման խնդիրների լուծման ուսուցումը դառնում է չլուծվող հիմնախնդիր: Այս ամենը միարժեքորեն վկայում են տարրական մաթեմատիկայի տվյալ բաժնի համեմատաբար թույլ մշակվածության մասին: Սակայն պարզվում է, որ գոյություն ունեն էվրիստիկական գաղափարների և հնարքների մի ամբողջ շարք, որոնք կարող են հաջողությամբ կիրառվել էքստրեմումի ոչ ստանդարտ խնդիրներ լուծելիս:

Առանցքային խնդիրն այն է, որ առաջարկվի այնպիսի էվրիստիկական հնարքներ, որոնք թույլ են տալիս լուծել էքստրեմումի խնդիրներն այն դեպքերում, երբ ածացյալի օգնությամբ ֆունկցիայի հետազոտման ստանդարտ հաշվեկարգը (ալգորիթմը) չի հանգեցնում որոնվող արդյունքին կամ էլ այդ ճանապարհը կապված է մեծ դժվարությունների և արգելքների հաղթահարման հետ: Դրա հետ կապված՝ առանձնահատուկ հետաքրքրություն են ներկայացնում այնպիսի էվրիստիկական գաղափարների հետազոտությունը և մեթոդական կատարելագործումը, որոնց օգնությամբ կարող են լուծվել այսպես կոչված էքստրեմումի ոչ ստանդարտ խնդիրները:

Նախ և առաջ նկատենք, որ էքստրեմումի խնդիրների լուծման տարրական մեթոդները հանդիպում են ոչ միայն տարրական, այլ նաև բարձրագույն մաթեմատիկայի դասընթացում: Մաթեմատիկական անալիզի կողմից առաջարկվող հզոր անալիտիկական ապարատի կողքին պետք չէ մոռանալ այն մեթոդների մասին, որոնք հասանելի են Համիլտոնի և Էյլեր-Լագրանժի վարիացիոն սկզբունքներին անծանոթ ունկնդիրներին:

Էքստրեմումի, այսպես կոչված ստանդարտ խնդիրների մեծամասնությունը ենթադրում է մինիմալացման կամ մաքսիմալացման ենթակա ինչ-որ պարամետրի (ինչ-որ անկյան մեծության, հատվածի երկարության, ուղղի վրա կետի դիրքի և այլն) փոփոխություն, որից կախված է y-ը: Տրված պարամետրի հետ կապված մեծության արժեքը, նշանակելով x-ով, սովորողները գտնում են $y=f\left(x\right)$ ֆունկցիոնալ կախումը, որից հետո y մեծության էքստեմալ արժեքի որոնումը հանգեցվում է $f\left(x\right)$ ֆունկցիայի հետազոտմանը և համապատասխան տիրույթում նրա առավելագույն կամ նվազագույն արժեքները գտնելուն:

Էքստրեմալ խնդիրների լուծման տվյալ մեթոդն ունի կիրառությունների բավականին լայն դաս, թերևս ամենատարածվածը ֆունկցիաների հետազոտումն է և նրանց գրաֆիկների կառուցումը:

Այն դեպքերում, երբ նշված անալիտիկական հաշվեկարգը (ալգորիթմը) նպատակին չի հասցնում կամ էլ կիրառումը կապված է էական դժվարությունների հետ, էքստրեմումի տարրական խնդիրը համարվում է ոչ ստանդարտ:

Ստացված գիտական արդյունքների վերը բերված հիմնավորումից հետո ներկայացնենք տարբեր մեթոդների կիրառությամբ լուծվող էքստրեմալ խնդիրների լուծման որոշ օրինակներ:

Ստանդարտ անհավասարությունները էքստրեմումի խնդիրների լուծումներում

Շատ էքստեմալ խնդիրներ լուծելիս կիրառվում են մեկ կամ մի քանի փոփոխականների ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկություններն արտահայտող ստանդարտ անհավասարություններ: Օրինակ, կամայական թվի մոդուլը մեծ կամ հավասար է զրոյի, սինուսը կամ կոսինուսը չեն գերազանցում մեկը և այլն:

Խնդիր 1: *Ապացուցել անհավասարությունը.*

$$\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \ge \frac{1}{2}\left(\sin\alpha + \sin\beta\right), \qquad (1)$$

երբ $\alpha, \beta \in \left(0;\pi\right)$:

Լուծում: Լուծումը բխում է

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \le 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}, \qquad (2)$$

հայտնի եռանկյունաչափական նույնությունից, քանի որ կոսինուսի արժեքը չի գերազանցում 1-ը: $\alpha \ne \beta$ դեպքում կոսինուսը խիստ փոքր է 1-ից, և (2)-ը դառնում է խիստ անհավասարություն: Ապացուցված անհավասարությունը ոչ այլ ինչ է, քան Իենսենի անհավասարություն, $\left(0;\pi\right)$ միջակայքում դեպի վեր ուռուցիկ, $\sin x$ ֆունկցիայի համար (երկու փոփոխականների դեպքում):

Հաճախ հանդիպում են իրավիճակներ՝ կապված միջին արժեքների միջև եղած անհավասարությունների հետ, օրինակ, միջին թվաբանականի և միջին երկրաչափականի միջև եղած **Կոշու անհավասարության** հետ, որի ընդհանուր տեսքը $x_1, x_2, ..., x_n$ համար հետևյալն է՝

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 ... x_n} \le \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}: \qquad (3)$$

Մասնավորապես ցանկացած թվով դրական արտադրիչների, որոնց գումարը հաստատուն է, արտադրյալը հասնում է առավելագույն արժեքին այն դեպքում, երբ նրանք բոլորն իրար հավասար են: Հակառակը՝ ցանկացած թվով դրական արտադրիչների գումարը հասնում է նվազագույն արժեքին այն դեպքում, երբ նրանք բոլորն իրար հավասար են: Այս և որոշ այլ փաստեր հաճախ կարող են օգտագործվել էքսրեմումի տարբեր (այդ թվում նաև, այսպես կոչված, ստանդարտ) խնդիրներն անալիտիկորեն լուծելիս, սակայն դրանց կիրառումը հաճախ պահանջում է դիմել բավականին արհեստական հնարքների [5, էջ 50-55]:

Դիտարկենք երեք էքստրեմալ խնդիրներ, որոնք լուծելիս կարելի է տպավորիչ կերպով օգտագործել Կոշու անհավասարությունը:

Խնդիր 2: *Որոշել, ինչպիսի՞ առավելագույն արժեք կարող է ընդունել երեք դրական թվերի արտադրյալը, եթե զույգ առ զույգ նրանց արտադրյալների գումարը հաստատուն է և հավասար է* A *:*

Լուծում: Խնդիրը կարելի է լուծել ստանդարտ անհավասարությունների մեթոդով: Նշանակենք երեք թվերը a, b, c-ով: Այդ դեպքում՝

$$abc = \left(\sqrt[3]{ab \cdot ac \cdot bc}\right)^{3/2} \le \left(\frac{ab+ac+bc}{3}\right)^{3/2} = \left(\frac{A}{3}\right)^{3/2}: \qquad (4)$$

Հետևաբար, երեք թվերի արտադրյալը չի գերազանցում $\left(A/3\right)^{3/2}$-ը, ընդ որում այս գնահատականը ճշգրիտ է, և տվյալ առավելագույն արժեքը հասցվում է $ab=ac=bc$ դեպքում, որտեղից հետևում է, որ $a=b=c$:

Խնդիր 3: *Տրված $2p$ պարագիծ ունեցող եռանկյուններից գտնել առավելագույն մակերես ունեցող եռանկյունը:*

Լուծում: Գրենք, եռանկյան մակերեսի համար հայտնի Հերոնի հայտնի բանաձևը.

$$S\left(x\right)=\sqrt{p\left(p-x_1\right)\left(p-x_2\right)\left(p-x_3\right)}: \tag{5}$$

Այստեղ x_1,x_2,x_3-ը եռանկյան կողմերի երկարություններն են և $x=\left(x_1,x_2,x_3\right)$: Պահանջվում է գտնել $S\left(x\right)$-ի առավելագույն արժեքը հետևյալ սահմանափակումների դեպքում.

$$x_1+x_2+x_3=2p$$

$$0<x_i<p,\quad i=1,2,3:$$

Կոշու (3) անհավասարության համաձայն՝ կարող ենք գրել՝

$$\left[S\left(x\right)\right]^2=p\left[\left(p-x_1\right)\left(p-x_2\right)\left(p-x_3\right)\right]\le p\left(\frac{p}{3}\right)^3, \tag{6}$$

այնպես որ՝

$$S\left(x\right)\le\frac{p^2}{3\sqrt{3}}: \tag{7}$$

(7) անհավասարությունը որպես հավասարություն տեղի ունի միայն այն դեպքում, երբ $p-x_1=p-x_2=p-x_3$, այսինքն՝ միայն $x_1=x_2=x_3=\frac{2}{3}p$ դեպքում: Հետևաբար, խնդրի լուծումը հանդիսանում է հավասարակողմ եռանկյունը:

Խնդիր 4: *Թղթի թերթն ունի շրջանի տեսք, որի շառավիղը R է: Նրանից կտրված է սեկտոր, որի անկյունը հավասար է φ ռադիան: Շրջանի մնացած մասի եզրագծերը սոսնձելով՝ ստանում են շրջանային հիմքով ուղիղ կոնի կողմնային մակերևույթ, որի ծնորդը հավասար է R-ի: Պահանջվում է գտնել այն φ անկյունը, որի դեպքում կոնի ծավալն առավելագույնն է:*

Լուծում: Կտրված սեկտորի աղեղի երկարությունը հավասար է φR, ուստի կոնի շրջանային հիմքի շրջանագծի երկարությունը հավասար է $2\pi R-\varphi R$: Այդ շրջանագծի երկարությունը նշանակենք r-ով: Այդ դեպքում՝ $2\pi r=2\pi R-\varphi R$, որտեղից՝

$$\varphi=2\pi\left(1-\frac{r}{R}\right): \tag{8}$$

Կոնի բարձրությունը՝ $h=\sqrt{R^2-r^2}$, իսկ նրա ծավալն արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$V\left(r\right)=\frac{1}{3}\pi r^2=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{R^2-r^2}: \tag{9}$$

Կոշու (3) բանաձևի համաձայն՝ ունենք՝

$$\left[V(r)\right]^2=\frac{4}{9}\pi^2\left[\frac{r^2}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\cdot\left(R^2-r^2\right)\right]\le\frac{4}{9}\pi^2\left(\frac{R^2}{3}\right)^3: \tag{10}$$

(10)-ից ստանում ենք՝

$$V(r)\le\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3: \tag{11}$$

(11)-ում հավասարություն տեղի ունի միայն այն դեպքում, երբ $\frac{r^2}{2}=R^2-r^2$, այսինքն՝ միայն $r=\sqrt{\frac{2}{3}}R$ դեպքում: (8)-ը հաշվի առնելով՝ գալիս ենք եզրակացության. խնդիր 4-ը ունի միակ լուծում՝

$$\varphi=2\pi\left(1-\sqrt{\frac{2}{3}}\right): \tag{12}$$

Դտարկենք այլ հանրահաշվական մեթոդներ ևս: Հաճախ հանդիպող հանրահաշվական մեթոդներին կարելի է դասել **օժանդակ պարամետրի ներմուծման և պայմանական ենթադրությունների մեթոդները:**

Խնդիր 5: *Թիվը բաժանել երկու գումարելիների այնպես, որ նրանց արտադրյալը լինի առավելագույնը:*

Լուծում: Խնդիրը լուծենք օժանդակ p պարամետրի ներմուծման մեթոդով: Բաժանվող թիվը նշանակենք a-ով: Այդ դեպքում արտադրիչներից մեկը հավասար է $\frac{a}{2}-p$, իսկ մյուսը՝ $\frac{a}{2}+p$: Նրանց արտադրյալը կազմում է $\frac{a^4}{4}-p^2$ և հասնում է իր $\frac{a^4}{4}$ առավելագույն արժեքին, երբ $p=0$, իսկ յուրաքանչյուր արտադրիչը հավասար է $\frac{a}{2}$: Տվյալ դեպքում p օժանդակ պարամետրի ներմուծումը այն առանցքային պահն է, որը թույլ է տալիս արագորեն ստանալ պահանջվող պատասխանը:

Այդ նույն գաղափարն իրագործվում է նաև առանց օժանդակ պարամետրի ներմուծման:

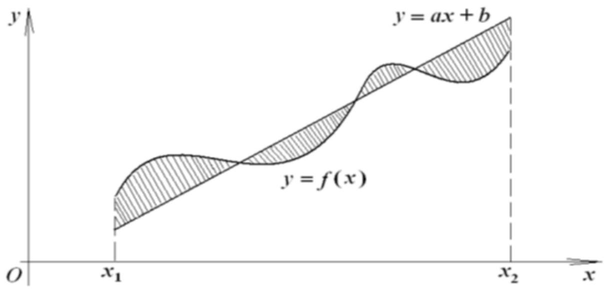
Այս դեպքում խնդիրը լուծվում է **ստանդարտ անհավասարությունների մեթոդով:** Երկու գումարելիների, որոնց գումարը հաստատուն է, նշանակենք x_1-ով և x_2-ով: Նրանց արտադրյալը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$x_1x_2=\frac{1}{4}\left(x_1+x_2\right)^2-\frac{1}{4}\left(x_1-x_2\right)^2: \tag{13}$$

Քանի որ x_1+x_2 գումարը հաստատուն է, ապա արտադրյալը հասնում է իր առավելագույնին, երբ x_1-ի և x_2-ի տարբերության քառակուսին նվազագույնն է, այսինքն՝ նրանց հավասարության դեպքում:

Նշենք, որ օժանդակ պարամետրի ներմուծման մեթոդը հաճախ է կիրառվում տարածական էքստրմումի խնդիրներ լուծելիս:

Այժմ դիտարկենք էքստրեմումի խնդիրների լուծման **կոորդինատների մեթոդը:** Ընդհանրապես էքստրեմումի ցանկացած խնդիր կարող է ունենալ գրաֆիկական մեկնաբանություն, այդ պատճառով կոորդինատների մեթոդը մեծ կամ փոքր հաջողությամբ կիրառելի է էքստրեմալ խնդիրների լայն դասի նկատմամբ: Մասնավորապես, այսպես կոչված ստանդարտ անհավասարությունները անխզելիորեն կապված են համապատասխան կորերի և մակերևույթների էքստրեմալ հատկությունների հետ: Այնուամենայնիվ, գոյություն ունեն դասական դեպքեր, որոնցում կոորդինատների մեթոդը հանդիսանում է լուծման առավել բնական և կարճ մեթոդ: Այդպիսիք են օրինակ խնդիրները, որոնցում երկու օբյեկտներ շարժվում են փոխուղղահայաց ճանապարհներով, կամ էլ շարժվող նյութական կետը հատում է տարբեր թափանցիկությամբ կամ դիմադրությամբ երկու միջավայրերի սահմանը և այլն: Այդպիսի խնդիրներում դեկարտյան ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգի ներմուծումը առավել բնական է և արագ բերում է նպատակին:



Նկ. 1

Պրակտիկայում առաջացող էքստրեմումի որոշ խնդիրներ կապված են տարբեր ֆունկցիաների լոկալ կամ գլոբալ **գծային մոտարկումների** որոնման հետ: Տրված ողորկ ֆունկցիայի համար լավագույն լոկալ (այսինքն՝ ինչ-որ կետի շրջակայքում) մոտարկում տվող ուղիղն իրենից ներակայացնում է այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին տարված շոշափողը տրված կետում: Տրված $f(x)$ անընդհատ ֆունկցիայի համար լավագույն գլոբալ (այսինքն՝ ինչոր $[x_1,x_2]$ միջակայքում) լավագույն մոտարկում տվող ուղիղը՝

$$\int_{x_1}^{x_2} \left| f(x) - (ax+b) \right| dx \tag{14}$$

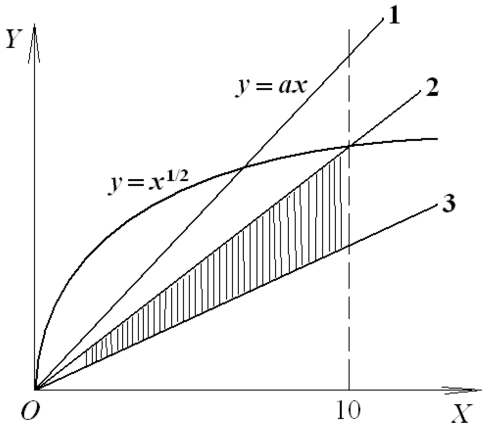
ինտեգրալին մինիմալացնող $y = ax + b$ ուղիղն է, այսինքն՝ ուղիղը, որի համար նկ.1-ի ընդգծված տեղամասերի մակերեսների գումարը նվազագույնն է:

Խնդիր 6: *Գտնել $y = ax$ տեսքի ուղիղը, որը լավագույն ձևով մոտարկում է $y = x^{1/2}$ ֆունկցիան $[0;10]$ հատվածի վրա:*

Լուծում: Խնդրում պահանջվում է գտնել a դրական թիվը, որը մինիմալացնում է

$$S(a) = \int_{x_1}^{x_2} \left| \sqrt{x} - ax \right| dx \tag{15}$$

ինտեգրալը (այսինքն՝ $S(a)$-ն ունի նվազագույն արժեքը):



Նկ. 2

Նկատենք, որ որոնվող ուղիղը պետք է հատի $y=x^{1/2}$ պարաբոլը $[0;10]$ հատված վրա, այսինքն՝ անցնել այնպես, ինչպես անցնում են նկ. 2-ի 1 կամ 2 ուղիղները, բայց ոչ այնպես, ինչպես անցնում է 3 ուղիղը, քանի որ ընդգծված եռանկյան առկայության պատճառով այն չի կարող իրականացնել պահանջվող էքստրեմումը: Քանի որ $y=x^{1/2}$ և $y=ax$ ֆունկցիաների գրաֆիկները հատվում են $x_0=1/a^2$ աբսցիսով կետում, ապա մինիմալացվող մակերեսը վեր է ածվում երկու որոշյալ ինտեգրալների գումարի (այն պայմանով, որ $x_0=1/a^2\le 10$, այսինքն՝ $|a|\ge 1/\sqrt{10}$).

$$S(a)=\int_0^{1/a^2}\left(\sqrt{x}-ax\right)dx+\int_{1/a^2}^{10}\left(\sqrt{x}-ax\right)dx=\frac{1}{3a^2}+50a-\frac{20}{3}\sqrt{10}: \tag{16}$$

Տված ֆունկցիայի ածանցյան ըստ a-ի՝ $S'(a)=50-\dfrac{1}{a^4}$ և զրո է դառնում $a=1/\sqrt[4]{50}$ կետում, որտեղ փոխում է նշանը մինուսից պլյուս: Այսպիսով, որոնվող ուղիղը հանդիսանում է $y=\dfrac{1}{\sqrt[4]{50}}x$-ը:

Խնդիր 7: *Գտնել կոորդինատների սկզբից մինչև $3xy-4x^2=s,\ \ s>0$ կորի կամայական կետ եղած նվազագույն հեռավորությունը:*

Լուծում: Խնդիրը լուծենք ստանդարտ անհավասարությունների մեթոդով: Նախ և առաջ նկատենք, $3xy-4x^2=s$ կորի կամայական կետի կոորդինատները բավարարում են

$$y=\frac{4}{3}x+\frac{s}{3x} \tag{17}$$

հավասարմանը:

Այդ կորի կամայական կետից մինչև կոորդինատների սկզբնակետն եղած հեռավորությունը դրական ֆունկցիա է, և այդ պատճառով նվազագույնի է հասնում իր քառակուսու հետ միասին, միաժամանակ այդ նույն հեռավորության քառակուսին ֆունկցիա է x-ից և հավասար է՝

$$f(x)=x^2+y^2=\frac{1}{9}\left(25x^2+8s+\frac{s^2}{x^2}\right): \tag{18}$$

Միջին թվաբանականի և միջին երկրաչափականի միջև եղած հայտնի անհավասարության համաձայն՝

$$25x^2+\frac{s^2}{x^2}\ge 2\sqrt{25x^2\cdot\frac{s^2}{x^2}}=10s: \tag{19}$$

$10s$ նվազագույն արժեքը տեղադրելով (18)-ի մեջ՝ $f(x)$ ֆունկցիայի նվազագույն արժեքի համար կստանանք՝

$$f_{\min}=\frac{1}{9}(8s+10s)=2s: \qquad (20)$$

(19)-ում հավասարությունը տեղի ունի միայն այն դեպքում, երբ $25x^2=s^2/x^2$, որտեղից՝ $x=\sqrt{s/5}$: Այս արժեքը տեղադրելով (17)-ի մեջ ստանում ենք՝ $y=3\sqrt{s/5}$:

Այսպիսով, որոնվող նվազագույն հեռավորությունը հասնում է կորի $\left(\sqrt{\frac{s}{5}},3\sqrt{\frac{s}{5}}\right)$ կետում և հավասար է $\sqrt{2s}$-ի:

Նշենք, որ $f(x)$ ֆունկցիան կարելի էր հետազոտել՝ կիրառելով դիֆերենցիալ հաշվի ապարատը և համոզվել նրանում, որ նրա ածանցյալը՝ $f'(x)=\frac{1}{9}\left(50x-\frac{2s^2}{x^3}\right)$-ը՝ հավասարվում է զրոյի, մինիմումի կետ հանդիսացող $x=\sqrt{s/5}$ միակ կետում, և այդ կետում ֆունկցիայի արժեքը հավասար է $2s$-ի: Այստեղից հետևում է, որ որոնվող նվազագույն հեռավորությունը հավասար է $\sqrt{2s}$:

Էքստրեմումի խնդիրների մի ամբողջ դաս են կազմում էքստրեմալ երկրաչափական խնդիրները, որոնք լուծելիս օգտագործվում են ամենատարբեր մեթոդներ, որոնց թվին է դասվում, այսպես կոչված, **ստանդարտ անհավասարությունների մեթոդը:**

Երկրաչափական դրվագները, ինչպես և հանրահաշվականը, հաճախ պարունակում են ստանդարտ անհավասարություններ, որոնք այս կամ այն ձևով կապված են ֆունկցիաների էքստրեմալ հատկությունների հետ. երկու կետերը միացնող ամենակարճ հատվածը այդ կետերը միացնող ուղիղ գիծն է, տրված կետից մինչև ուղիղն եղած ամենակարճ հեռավորությունը՝ այդ կետից տվյալ ուղղի վրա իջեցված ուղղահայցի երկարությունն է, շրջանագծի ամենաերկար լարը նրա տրամագիծն է: Այս հատկությունների օգտագործումը հաճախ է օգնում լուծելու էքստրեմումի խնդիրները, որոնցում ստանդարտ անալիտիկական մեթոդները նպատակին են հասցնում խճճված և անհարմար ճանապարհով:

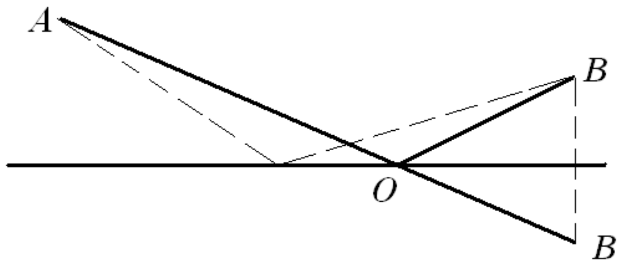
Խնդիր 8: *Ուռուցիկ քառանկյան մեջ գտնել այն կետը, որից բոլոր գագաթներն եղած հեռավորությունների գումարը նվազագույնն է:*

Լուծում: Վերցնենք $ABCD$ քառանկյունը, նրա ներսում ընտրենք կամայական O կետը: Մինիմալացվող մեծությունը հավասար է OA, OB, OC, OD երկարությունների $OA+OB+OC+OD$ գումարին կամ, այլ խոսքով, AOC և BOD երկու բեկյալների գումարին: Այս երկարություններից յուրաքանչյուրը նվազագույնն է այն դեպքում, երբ համապատասխան բեկյալը վեր է ածվում ուղիղ հատվածի: Այդ պատճառով որոնվող կետը հանդիսանում է տրված քառանկյան անկյունագծերի հատման կետը:

Էքստրեմումի խնդիրներ լուծելիս հաճախ է կիրառվում **զուտ երկրաչափական մեթոդները:** Դրանց շարքում բնութագրական են **օժանդակ կառուցումների և կապակցման** մեթոդները, որի իմաստը հետազոտման համար անհարմար տրված ֆունկցիայի և ինչ-որ այլ ֆունկցիայի, որի էքստրեմալ հատկությունները լավ հայտնի են, միջև կապ գտնելն է:

Խնդիր 9: *Տրված են ուղղից մի կողմում գտնվող երկու A և B կետերը: Ուղղի վրա գտնել O կետը, որի համար $AO+OB$ հեռավորությունը նվազագույնն է:*

Լուծում: Խնդիրը կլուծենք օժանդակ կառուցման մեթոդով: Կառուցենք տված ուղղի նկատմամբ B կետին համաչափ (սիմետրիկ) B' կետը: Այդ դեպքում, որտեղ էլ որ լինի O կետը, AO և OB հեռավորությունների $AO+OB$ գումարը հավասար է $AO+OB'$ գումարին: Բայց այդ գումարը նվազագույնն է այն դեպքում, երբ AOB' բեկյալը դառնում է ուղիղ հատված (նկ. 3): Հետևաբար, որոնվող O կետը ուղղի վրա պետք է լինի այնպիսին, որ AO և OB հատվածները այդ ուղղի հետ կազմեն միատեսակ անկյուններ:



Նկ. 3

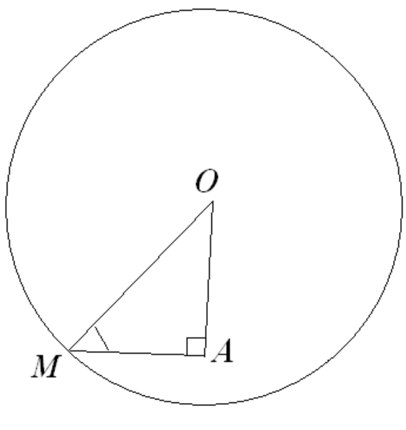
Տվյալ էքստրեմալ հատկությունը լավ լուսաբանվում է տված ուղղից (մակերևույթից) անդրադարձող լուսային ճառագայթի A կետից B կետ շարժմամբ, որի դեպքում անկման անկյունը հավասար է անդրադարձման անկյանը:

Խնդիր 10: *Տրված են O կետ կենտրոնով շրջանագիծը և O-ի հետ չհամընկնող շրջանի ներսում գտնվող A կետը: Գտնել շրջանագծի վրա գտնվող M կետը, որից OA հատվածը երևում է առավելագույն անկյան տակ:*

Լուծում: Խնդրի լուծումը տանք կապակցման մեթոդով: Դիտարկենք AOM եռանկյունը: Սինուսների թեորեմի համաձայն՝ OA հատվածի երկարության հարաբերությունը AMO անկյան սինուսին հավասար է OM հատվածի հարաբերությանը OAM անկյան սինուսին՝

$$\frac{OA}{\sin\measuredangle AMO}=\frac{OM}{\sin\measuredangle OAM}: \qquad (21)$$

Քանի որ OM շրջանագծի շառավիղն է, որը հաստատուն մեծություն է, իսկ A կետը սևեռված է, այսինքն՝ OA հատվածը նույնպես սևեռված է, ապա AMO սուր անկյունը այնքան մեծ է, որքան մեծ է OAM անկյան սինուսը (նկ. 4): OAM անկյան հետ ամեն ինչ պարզ է. այն կարող է ընդունել 0-ի և 180°-ի միջև գտնվող ցանկացած արժեք: Այժմ որևէ կասկած չկա, որ որոնվող էքստրեմումը տեղի ունի այն դեպքում, երբ OAM անկյունը հավասար է 90°, այսինքն՝ ուղիղ է: Այսպիսով, A կետից վերականգնում ենք ուղղահայացը OA հատվածին: Շրջանագծի հետ նրա հատման կետերն իրագործում են որոնվող էքստրեմումը:



Նկ. 4

Բերված օրինակը ցուցադրում է կապակցման մեթոդը ցուցադրական օրինակի տեսքով: Բավականին հաճախ կապակցումը լինում է ավելի կամ պակաս քողարկված, լրացուցիչ դժվարությունների առկայությամբ, որը հարկ է լինում հաղթահարել: Սակայն չափազանց լուրջ դժվարությունները՝ որպես կանոն, վկայում են լուծման ոչ ռացիոնալ ճանապարհի, կամ էլ ոչ ճիշտ ընտրված պարամետրի մասին, որի հետ կապված է, ըստ էքստրեմումի, հետազոտվող ֆունկցիան:

Էքստրեմումի ոչ ստանդարտ երկրաչափական խնդիրների շարքին են դասվում **բազմապարամետրական էքստրեմումի խնդիրները**, որոնց լուծման մեթոդների մասին էլ կլինի հետագա շարադրանքը: Էքստրեմումի խնդիրների այդ առանձնահատուկ դասը կազմում են նրանք, որոնցում փոփոխական պարամետրը ձեռք է բերում ոչ թե միաչափ, այլ արժեքների բազմաչափ բազմություն (տրված շրջանագծին ներգծված բոլոր եռանկյունների բազմությունը, տրված շրջանագծին արտագծված բոլոր քառանկյունների բազմությունը, տրված եռանկյան ներսում բոլոր կետերի բազմությունը և այլն): Այս դեպքում լուծման ընթացքում հարկ է լինում գործ ունենալ մի քանի անկախ պարամետրերի միաժամանակյա փոփոխության հետ: Պայմանականորեն բազմապարամետրական կոչվող այդ տիպի խնդիրներում ֆունկցիոնալ կախման որոնման հետ կապված ստանդարտ անալիտիկական հաշվեկարգը (ալգորիթմը) հանգեցնում է երկու կամ ավելի պարամետրերի ֆունկցիայի հետազոտմանը, այդ պատճառով այդպիսի խնդիրներն ընդհանուր առմամբ չեն կարող լուծվել տարրական մաթեմատիկայի դասընթացի շրջանակներում:

Այնուամենայնիվ, նման շատ խնդիրներ լուծվում են տարրական մաթեմատիկայի՝ շատ թե քիչ բնական ճանապարհով նպատակին հասցնող միջոցներով: Գոյություն ունի նաև էվրիստիկական գաղափարների և հնարքների մի ամբողջ շարք, որոնք թույլ են տալիս լուծել նման խնդիրները և այդ լուծումները ուսուցանել սովորողներին: [3] աշխատանքումշարադրված են երեք այդպիսի էվրիստիկական մեթոդներ՝ **շերտավորման մեթոդ, իտերացիայի մեթոդ և ստանդարտ անհավասարությունների մեթոդ:**

Խնդիր 11: *S մակերեսով բոլոր եռանկյունների մեջ գտնել նվազագույն պարագիծ ունեցող եռանկյունը:*

Լուծում: Խնդիրը լուծենք ստանդարտ անհավասարությունների մեթոդով: Դիցուք՝ եռանկյան կողմերը հավասար են a, b, c: Այդ դեպքում, համաձայն Հերոնի բանաձևի,

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \tag{22}$$

որտեղ $p=\frac{1}{2}(a+b+c)$: (22)-ի մեջ p-ի այս արտահայտությունը տեղադրելուց և որոշ ձևափոխություններից հետո ստանում ենք՝

$$S^2=\frac{1}{16}(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a): \tag{23}$$

Դիտարկենք երեք թվեր.

$$\begin{aligned} x_1&=(a+b+c)^{1/3}(a+b-c),\\ x_2&=(a+b+c)^{1/3}(a+c-b),\\ x_3&=(a+b+c)^{1/3}(b+c-a): \end{aligned} \tag{24}$$

Այս երեք դրական թվերի արտադրյալը հաստատուն է և հավասար է $16S^2$, այդ պատճառով նրանց գումարը, որը կազմում է $(a+b+c)^{4/3}$, հասնում է նվազագույն արժեքին այն դեպքում, երբ $x_1 = x_2 = x_3$: Հետևաբար, եռանկյան պարագիծը կլինի նվազագույնը, եթե տեղի ունի հետևյալ պայմանը՝

$$a + b - c = a + c - b = b + c - a, \qquad (25)$$

որից անմիջապես հետևում է՝ $a = b = c$: Այսինքն՝ նվազագույն պարագծով եռանկյունը հավասարակողմ եռանկյունն է;

Տվյալ խնդրի լուծման իտերացիոն մեթոդը դիտարկված է [2, էջ 96-98] աշխատանքում, իսկ վերը նշված երեք մեթոդներով նրա լուծումը բերված է [3]-ում:

Վերջում մի քանի խոսք **իտերացիոն պրոցեսների և ֆունկցիաների էքստրեմալ հատկությունների** մասին: Իտերացիոն մեթոդի ճիշտ կիրառումը թույլ է տալիս ինչ-որ իմաստով կարգավորել դիտարկվող պարամետրի էքստրեմալ վիճակի որոնումը: Եթե իտերացիոն գործընթացը կազմակերպված է այնպես, որ յուրաքանչյուր հաջորդ քայլ մոտեցնում է փնտրվող վիճակին, և սահմանում ստացվում է փնտրվող էքստրեմումը, ապա, ըստ էության, իմաստ չունի, թե քանի ազատության աստիճան ունի տվյալ պարամետրը: Սակայն տվյալ հնարքի կիրառումը հաճախ դժվարանում է, որը պայմանավորված է համապատասխան իտերացիոն գործընթացի զուգամիտության ապացույցի բարդությամբ:

Իտերացիոն գործընթացները թույլ են տալիս հայտնաբերել ֆունկցիաների էքստրեմալ հատկությունները որոշ խնդիրներում, որոնք սկզբում չէին ձևակերպվել որպես էքստրեմումի խնդիրներ: Համենայնդեպս, տվյալ գաղափարների կիրառումը, որոնք, ցավոք, հազվադեպ են հանդիպում տարրական մաթեմատիկայի դասընթացներում, պարզվում է, արգասաբեր են [4, էջ 69-72]:

Եզրակացություն

Վերոբերյալ դիտարկումը հիմք է տալիս կատարելու հետևյալ **եզրահանգումները:** Դպրոցական մաթեմատիկայի հանրահաշվի և երկրաչափության դասընթացներում Էքստրեմումի խնդիրների ներառումը, այդ խնդիների դիտարկումների տարբեր մեթոդների, եղանակների ու հնարքների կիրառումը մեծապես կնպաստի ոչ միայն հարստացնելու և ամբողջական դարձնելու սովորողների գիտելիքները հանրահաշվից ու երկրաչափությունից, այլ նաև, որը շատ կարևոր է, կօգնի զարգացնելու նրանց մտածական, առաջին հերթին էվրիստիկական մտածական կարողությունները:

Անհրաժեշտ է մշակել և ուսուցման գործընթացում գործողության մեջ դնել էքստրեմալ խնդիրների դիտարկման հստակ մեթոդական համակարգ, որում ներառված կլինեն այդ խնդիրների լուծման տարբեր մեթոդներ, եղանակներ ու հնարքներ:

Էքստրեմումի խնդիրները իրենց տրամաբանությամբ, լուծման նրբագեղությամբ սովորողների մեջ կարող են առաջացնել մոտիվացիա (շարժառիթ) մաթեմատիկայի նկատմամբ, որը շատ կարևոր հանգամանք է նրանց հատագա ուսման և մասնագիտական կարողությունների ձևավորման համար:

Գրականության ցանկ

1. ***Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա.***, Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 11-րդ դասարանի դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար), Երևան, «Էդիթ Պրինտ», 2010, 208 էջ:
2. ***Нижегородцев Р. М.***, Итерационный процесс в задаче на экстремум, «Математика в школе», 1989, № 4.
3. ***Нижегородцев Р. М.***, Элементарные методы решения многопараметрических задач на экстремум, Москва, «Диалог-МГУ», 1999, 28 с.
4. ***Нижегородцев Р. М.***, Приближенное решение уравнений методом итерации, «Математика в школе», 1999, № 5.
5. ***Седракян Н. М., Авоян А. М.***, Неравенства. Методы доказательства, Москва, «Физматлит», 2002, 256 с.
6. ***Тимошенко Т. А., Коростелева Д. В.***, Курс по выбору «Решение экстремальных задач геометрии» как средство повышения качества математической подготовки студентов, Электронное научное издание «Ученые заметки ТОГУ», Том 7, № 4, 2016.

ԷՔՍՏՐԵՄԱԼ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՏԱՐՐԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Լեռնիկ Նահապետի Պետրոսյան, Մ. Ռ. Միրզոյան

Ամփոփում: Հոդվածը նվիրված է դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացում ուսուցանվող տարբեր տարրական մեթոդներով (հանրահաշվական, երկրաչափական, անալիտիկական) էքստրեմալ խնդիրների դիտարկմանը: Համառոտ տրվում է էքստրմալ (կամ էքստրեմումի) խնդրի հասկացությունը, նշվում, որ այդ խնդիրներով դեռևս վաղ ժամանակներում զբաղվել են անցյալի մի շարք խոշոր գիտնականներ: Ուշագրավ է այն հանգամանքը, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում համեմատաբար քիչ է ուշադրություն դարձվում էքստրեմումի խնդիրներն, իսկ եղած խնդիրներն էլ լուծվում են հիմնականում մաթեմատիկական անալիզի մեթոդներով՝ հիմնված ֆունկցիայի հետազոտության վրա: Այս առումով նշվում է, որ կան լայն դասի էքսրեմումի խնդիրներ, ինչպես հանրահաշվական, այնպես էլ երկրաչափական, որոնց լուծումները շատ ավելի նպատակահարմար է դիտարկել ոչ թե մաթեմատիկական անալիզի մեթոդներով, այլ այսպես կոչված տարրական, մեթոդներվ, որի դեպքում օգտագործվում են մի շարք ստանդարտ առնչությունների հատկություններ, ինչպես նաև կիրառվում են տարբեր, երբեմն նաև ոչ ստանդարտ հնարքներ ու մեթոդներ: Արձանագրվում է, որ այդ հնարքներն ու մեթոդներն իրենց լիարժեք արտացոլումը չեն գտել տարրական մաթեմատիկայի դասընթացում, քանի որ չկան դրանց օգտագործման հստակ մշակված մեթոդական համակարգեր:

Հոդվածում, առանց ածացյալի օգտագործման դիտարկվում են էքսրեմումի խնդիրների լուծման մի շարք կոնկրետ մեթոդներ, որոնց թվում են ստանդարտ անհավասարությունների, օժանդակ պարամետրի ներմուծման, պայմանական ենթադրությունների, կոորդինատային, գծային մոտարկումների, օժանդակ կառուցումների, կապակցման, իտերացիայի մեթոդները:

Բանալի բառեր: Էքստրեմալ խնդիրներ, մաքսիմում, մինիմում, հանրահաշվական, երկրաչափական, մեթոդներ, հնարքներ, տարրական մաթեմատիկա, ֆունկցիա, միջին թվաբանական, միջին երկրաչափական:

ОБ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Петросян Лерник Нахапетович
Капанский филиал НПУА
Мирзоян Марин Рубиковна
Сюникская обл. Сюникская ср. школа

Резюме. Статья посвящена рассмотрению изучаемых в школьном курсе математики экстремальных задач различными элементарными методами (алгебраический, геометрический, аналитический). Кратко дается понятие экстремальной задачи (или задачи на экстремум), отмечается, что еще в древние времена над подобными задачами занимались великие ученые прошлого. Интересен тот факт, что в школьном курсе математики сравнительно меньше внимания обращается на экстремальные задачи, а имеющиеся задачи в основном решаются методом математического анализа, основанного на исследовании функции. В этой связи отмечается, что есть задачи на экстремум широкого спектра, решение которых наиболее целесообразно рассматривать методом не математического анализа, а так называемыми элементарными методами, при котором используется ряд свойств стандартных соотношений, а также применяются различные, иногда и нестандартные приемы и методы. Констатируется, что данные приемы и методы не нашли своего полноценного отражения в курсе элементарной математики, поскольку отсутствуют четко разработанные методические системы их использования. В статье рассматривается ряд конкретных методов решения экстремальных задач без использования производной, в числе которых метод стандартных неравенств, метод импортирования вспомогательных параметров, метод условных предположений, координатный метод, метод вспомогательных построений, метод связки и метод итерации.

Ключевые слова: экстремальные задачи, максимум, минимум, алгебраический, геометрический, методы, приемы, элементарная математика, функция, среднее арифметическое, среднее геометрическое.

ON ELEMENTARY METHODS OF SOLVING EXTREMAL TASKS

Petrosyan Lernik Nahapet

Kapan branch of NPUA

Marin Rubik Mirzoyan

Syunik Region, Syunik Second. School

Summary. The article is devoted to the consideration of extremal tasks studied in the school mathematics course by various elementary methods (algebraic, geometric, analytical). The concept of an extremal tasks (or task of extrema) is briefly given, it is noted that even in ancient times great scientists of the past were engaged in such tasks. It is interesting that in the school mathematics course comparatively less attention is paid to extremum tasks, and the existing tasks are mainly solved by the method of mathematical analysis based on the study of the function. In this regard, it is noted that there are extremum tasks of a wide range, the solution of which is most appropriately considered not by the method of mathematical analysis, but by the so-called elementary methods, which use a number of properties of standard ratios, and also apply various, sometimes non-standard techniques and methods. It is stated that these techniques and methods have not found their full reflection in the course of elementary mathematics, since there are no clearly developed methodological systems for their use. The article considers a number of specific methods for solving extremal tasks without using a derivative, including the method of standard inequalities, the method of importing auxiliary parameters, the method of conditional assumptions, the coordinate method, the method of auxiliary constructions, the linkage method and iteration method.

Key words: extremal tasks, maximum, minimum, algebraic, geometric, methods, techniques, elementary mathematics, function, arithmetic mean, geometric mean.

Ներկայացված է խմբագրություն 03.12.2025
Գրախոսվել է 17.03.2026
Ուղարկվել է կայք 15.05.2026

ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ՈՐՈՇ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

[1)]Համլետ Սուրենի Միքայելյան, [2)]Արաքսյա Տիգրանի Մկրտչյան, [3)]Սյուզաննա Գրիգորի Հակոբյան

ՀՊՄՀ, Մաթեմատիկայի և նրա դասավանդման մեթոդիկայի ամբիոն

[1)] պրոֆեսոր, [2)]Դոցենտ, [3)]մագիստրոս

Հ.Ս. Միքայելյան. Մանկ. գիտ. դոկտոր, Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր, ՀՀ

Ա.Տ. Մկրտչյան . Մանկ. գիտ.թեկնածու, դոցենտ

Ս.Գ. Հակոբյան. մագիստրոս

Ներածություն

Ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը կարևոր տեղ է զբաղեցնում միջին դպրոցի հանրահաշվի ուսուցման գործընթացում: Այն ըստ էության համընկնելով հանրահաշվական լեզվի համար առանցքային հանդիսացող ռացիոնալ արտահայտության գաղափարի հետ, ներառում է այդ լեզվի բազմաթիվ կարևորագույն թեմաներ և էապես պարզեցնում դրա խոսքային արտահայտման հնարավորությունները: Ինչպես նշված պարզեցումը, այնպես էլ ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ներգրավվածությունը հանրահաշվական լեզվի ամենատարբեր թեմաներում և կիրառական միջավայրում, նրա ուսուցումը ուղեկցում են որոշ առանձնահատկություններով, որոնց ուսումնասիրությունը որոշակի մեթոդական հետաքրքրություն է ներկայացնում և արդիական է:

1. Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման բովանդակային առանձնահատկությունները միջին դպրոցում՝ ըստ դասարանների

Ըստ դասարանների ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման հիմնական առանձնահատկությունը նյութի կառուցվածքի ընդհանուրից դեպի մասնավորը շարադրանքն է: Յոթերորդ դասարանում համապատասխան նյութը դիտարկվում է որպես հանրահաշվական լեզվի հիմնական մաս՝ դիտարկվում են ընդհանրական հանրահաշվական արտահայտությունները և շատ փոփոխականով բազմանդամները, ութերորդ դասարանում՝ իրավիճակը պարզեցվում է ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ներմուծմամբ, իսկ իններորդ դասարանում մոտեցումը կոնկրետացվում է մեկ փոփոխականով բազմանդամների և ռացիոնալ կոտորակների դեպքի համար:

7-րդ դասարան:

Հանրահաշվի լեզուն: Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման սաղմերը սկսվում են հանրահաշվի լեզվի ուսուցման հետ զուգընթաց՝ միջին դպրոցի յոթերորդ դասարանից: Հանրահաշվական արտահայտությունը ոչ այլ ինչ է, քան ռացիոնալ կոտորակ, ինչի բացահայտումը սակայն արվում է հաջորդ դասարանում: Հարկ է նկատել, որ ինչպես «կոտարակ» անվանումը ռացիոնալ կոտորակի հասկացության բնութագրման մեջ, այնպես էլ ռացիոնալ կոտորակների հատկությունները արդյունք են սովորական կոտորակների հետ դրանց նմանությանը: Սակայն հանրահաշվական նյութի ծրագրային բաշխման ընթացքը սովորողին ավելի ընկալելի է դառնում, երբ հանրահաշիվը ներկայանում է որպես լեզու, և հանրահաշվական նյութը նրա լեզվի կառուցման սկզբնական փուլում իրականացվում է մայրենի լեզվի կառուցման հետ զուգահեռների իրականացման ճանապարհով: Վերջինում նյութը զարգանում է «այբուբեն», «բառ», «նախադասություն» հաջորդականությամբ: Հանրահաշվական լեզվում համապատասխան հաջորդականությունը ստանում է եզրույթների՝ «այբուբեն», «արտահայտություն» կամ «հանրահաշվական արտահայտություն» և «բանաձև» տեսքը:

Հանրահաշվի այբուբենը, ի տարբերություն հայոց կամ այլ լեզուների այբուբենների, որոնք սահմանափակ թվով նշանների կամ տառերի բազմություն են կազմում, թվանշանների, լատինական, հունական և այլ լեզուների տառերի և բազմաթիվ սիմվոլների պոտենցիալ անվերջ հաջորդականություն է: Սակայն դպրոցական դասընթացում դիտարկվում է այդ հաջորդականության միայն շատ փոքր մասը, որի հիմնական հատվածը՝ 0-ից մինչև 9 թվանշանները, լատինական և հունական այբուբենների տառերը, գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունները, ինչպես նաև հավասարության և անհավասարության նշանները, փակագծերը, ստորակետը և որոշ այլ նշանների ներմուծումը կատարվում է ի սկզբանե: Հարկ է նկատել, որ լատինական կամ հունական այբուբենների տառերի ներմուծումը որպես անհայտ թվեր, մեծություններ կամ որպես փոփոխականներ հանրահաշվի լեզվի սկզբնավորման և ընկալման ամենակարևոր պահն է և պահանջում է մեթոդական նուրբ մոտեցում: Համապատասխան շարադրանքը կարելի է գտնել [1] դասագրքում: Այն կիրառական ակնառու օրինակների միջոցով հնարավորություն է տալիս ոչ միայն ընկալելի դարձնել հաստատունի և փոփոխականի գաղափարները, այլ էապես ընդլայնում է նյութի կիրառական միջավայրը, նրա վարժությունների համակարգի ընդլայնմանը և սովորողների հետաքրքրությունների բարձրացմանը: Անչափ կարևոր է այն, որ սովորողը գոյականի կամ ածականի համեմատությամբ տեսնում է, որ անհայտը կամ փոփոխականը առկա է ոչ միայն հանրահաշվում, այլև իր մայրենի լեզվում:

Մայրենի լեզվի հետ կատարվող հաջորդ բնական հարցադրումը հանրահաշվի լեզվի կառուցման գործընթացում այդ լեզվի բառերի կառուցումն է: Այստեղ է, որ սովորողը տեսնում է հանրահաշվական լեզվի առանձնահատկությունը՝ նրա պարզության և հստակության մեջ: Ի տարբերություն մայրենի լեզվի բառերի, որոնք տառերի ինչ-որ վերջացող հաջորդականություններ են, չեն ենթարկվում որևէ օրինաչափության, և որոնց իմաստը զետեղված է հաստափոր բառարաններում, հանրահաշվի լեզվի բառերի կազմման համար գոյություն ունեն որոշակի, ոչ բարդ կանոններ, և նրա բառերի իմացության համար որևէ բառարանի կարիք չի զգացվում: Սակայն այստեղ էլ առաջ է գալիս տարբեր բառերի նույնականացման կամ հավասարության խնդիրը, որի արդյունավետ լուծման համար էլ կիրառվում է ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը, և որին մենք կանդրադառնանք առաջիկայում:

Հետևելով մայրենի լեզվի կառուցման ընթացքին, կատարվում է հանրահաշվի լեզվի հաջորդ տարրի՝ նախադասության կառուցումը: Մայրենի լեզվում նախադասությունը բառերի վերջավոր հաջորդականություն է, որն իմաստ է արտահայտում: Այստեղ նույնպես մենք առնչվում ենք անհստակության հետ, քանի որ շատ դեպքերում դժվար է որոշել բառերի հաջորդականության ճշգրիտ իմաստը: Իսկ հանրահաշվի լեզվում պատկերը միանգամայն այլ է՝ հստակ ու պարզ: Կան սիմվոլներ, որոնք կոչվում են պրեդիկատային սիմվոլներ, որոնց օգնությամբ հանրահաշվի հիմնական օբյեկտների՝ հանրահաշվի բառերի կամ հանրահաշվական արտահայտությունների միջոցով կազմվում են նրա նախադասությունները կամ բանաձևերը: Միջին դպրոցում նման սիմվոլներ հավասարության կամ հավասարման և անհավասարության կամ անհավասարման նշաններն են:

Հանրահաշվի դպրոցական փորձը մեզ տալիս է այդ բանաձևերի ներմուծման երկու ճանապարհ: Դրանցից մեկում նշված նշանները և համապատասխան բանաձևերը ներմուծվում են միաժամանակ՝ դրանք շաղկապելով հանրահաշվական գործողություններից յուրաքանչյուրի հետ: Արդյունքում այստեղ համապատասխան հանրահաշվական նյութը բաշխվում է այսպես՝ գումարային հավասարություններ և հավասարումներ, որին հաջորդում է գումարային անհավասարություններին և անհավասարումներին նվիրված նյութը: Այնուհետև համապատասխան բանաձևերի շարադրանքը հաջորդաբար շաղկապվում է հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունների հետ: Եվ այս ամբողջը որպես հանրահաշվական լեզվի սկզբնական ու կարևոր մաս, զետեղվում է հանրահաշվի սկզբնավորման փուլում, այսինքն՝ յոթերորդ դասարանի դասընթացում [2]: Մյուս մոտեցումը ավելի տարածված է: Այստեղ հանրահաշվի լեզվի կառուցման առաջին փուլում ներմուծվում են միայն հավասարության և հավասարման վերաբերող բանաձևերը, ինչը մաս է կազմում յոթերորդ դասարանի դասընթացին: Իսկ անհավասարությանը և անհավասարմանը վերաբերող նյութը շարադրվում է որպես մեկ ամբողջություն և տեղափոխվում է հաջորդ դասարանի դասընթաց: ՀՊՉ ներկա տարբերակում նախատեսված է երկրորդ մոտեցումը:

Հավասարության գաղափարի ներմուծումը հնարավորություն է տալիս լուծելու հանրահաշվական հիմնական օբյեկտների՝ բառերի կամ արտահայտությունների նույնականացման խնդիրը: Այս խնդրի, լուծման համար բացի հավասարությունից առաջադրվուն է նաև նույնության գաղափարը: Սակայն ինչպես նույնականացման խնդիրը, այնպես էլ նշված երկու մոտեցումների նույնականության ապացուցումը տեղափոխվում է հաջորդ դասարաններ:

Յոթերորդ դասարանում է սկզբնավորվում նաև հավասարության հետ կապված բանաձևերի ճշմարտացիության հարցը: Նախ՝ ինչպե՞ս է ստուգվում բանաձևի ճշմարտացիությունը հանրահաշվում: Իրական կյանքում, մայրենի լեզվում կամ այլ գիտություններում ճշմարտության բացահայտման հիմնական միջոցը փորձն է՝ պրակտիկան: Հանրահաշիվը և մաթեմատիկան՝ ընդհանուրում, առաջադրել է ճշմարտության բացահայտման իր եղանակը, որ կոչվում է մաթեմատիկական ապացուցում կամ ուղղակի՝ ապացուցում: Առանց ապացուցման չկա հանրահաշվի բանաձև կամ ճշմարտություն: Հարկ է նկատել, որ ապացուցումը մաթեմատիկայում կատարում է երեք գործառույթ՝ այն թույլ է տալիս հայտնագործել բանաձևը, հաստատել նրա ճշմարտությունը և հնարավոր է դարձնում նրա հասկանալը: Դպրոցական դասընթացում հանրահաշվական բանաձևերի ապացուցման հիմնական ճանապարհները երկուսն են՝ հավասարություններ և անհավասարություններ, որոնց կանդրադառնանք առաջիկայում:

Բազմանդամներ: Բազմանդամները ռացիոնալ կոտորակների ստացման կարևորագույն օբյեկտներն են: Դրանք ստացվում են հանրահաշվի այբուբենի տարերի միջոցով՝ գումարման, հանման և բազմապատկման գործողությունների միջոցով: Իսկ դրանց հարաբերությունների միջոցով ստացվում են ռացիոնալ կոտորակները: Այստեղ անչափ կարևոր է հիշել ռացիոնալ կոտորակների համեմատությունը սովորական կոտորակների հետ, և բազմանդամները խաղում են ամբողջ թվերի դերը. այնպես, ինչպես յուրաքանչյուր սովորական կոտորակ կամ ավելի ճշգրիտ՝ ռացիոնալ թիվ ստացվում է երկու ամբողջ թվերի հարաբերությունների միջոցով, նույն կերպ յուրաքանչյուր ռացիոնալ կոտորակ ստացվում է որպես երկու բազմանդամների հարաբերություն: Եվ ամբողջ թվերի հետ բազմանդամների նմանությունը սրանով չի ավարտվում: Բազմանդամների օղակը չափազանց նման է ամբողջ թվերի օղակին, և վերջինս ցույց է տալիս այն ճանապարհը, որով պետք է շարադրել բազմանդամներին նվիրված նյութը, ինչը կատարվում է յոթերորդ դասարանի հանրահաշվի դասընթացում: Եվ բաժանման գործողության բացակայությունը էապես հեշտացնում է բազմանդամների հետ կատարվող գործողությունների կատարումը և դրանց հատկությունների ուսումնասիրությունը: Միևնույն ժամանակ առանց բաժանման գործողության ստացվող հանրահաշվական օբյեկտների կիրառական միջավայրը բավականին հարուստ է և ամենևին չի նեղացնում սովորողների հետաքրքրությունների շրջանակը:

8-րդ դասարան

Այս դասարանում արդեն ներմուծվում է կոնկրետ ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը: Ուսուցումը ըստ առարկայական չափորոշիչի և օրինակելի ծրագրի ներկայացվում է հետևյալ թեմաներով:

1. **Ռացիոնալ արտահայտություններ և ռացիոնալ կոտորակներ:** Այս թեման առանցքային նշանակություն ունի ռացիոնալ կոտորակների տեսական նյութի ուսուցման տեսանկյունից: Այստեղ նախ պետք է բերել ռացիոնալ կոտորակի հասկացության սահմանումը և ցույց տալ, որ ռացիոնալ կոտորակների հետ կատարվող գործողությունները իրականացվում են ճշգրտորեն նույն կանոններով, ինչ կանոններով իրականացվում են սովորական կոտորակների հետ կատարվող համապատասխան գործողությունները: Պահպանվում են նաև սովորական կոտորակների հետ կատարվող գործողությունների հատկությունները:

Սահմանվում է նաև ռացիոնալ կոտորակների հավասարության գաղափարը, ինչի համար ընտրվում է երկու ճանապարհ: Դրանցից մեկում ռացիոնալ կոտորակների հավասարությունը հանգեցվում է բազմանդամների հավասարության, իսկ վերջիններիս հավասարությունը դիտարկվում է դասական իմաստով՝ որպես դրանց կանոնական տեսքերի համընկնում: Երկրորդ եղանակը հանգում է նույնության գաղափարին: Եվ այստեղ հիմնական արդյունքը այդ երկու մոտեցումների միջոցով ստացված հավասարության և նույնության գաղափարների համընկնելիության դիտարկումն է, որի ապացուցումը սական պարտադիր չի համարվում /[2]-ում համապատասխան ապացուցումը բերվում QR կոդի միջոցով/:

2. **Անհավասարություններ և անհավասարումներ:** Ռացիոնալ կոտորակներին նվիրված հաջորդ նյութը վերաբերում է դպրոցական հանրահաշվի հաջորդ կարևոր բանաձևերի՝ անհավասարության և անհավասարման ուսուցմանը: Նախ բերվում են անհավասարության սահմանումը և նրա հիմնական հատկությունները՝ կապը < և >

նշաններով անհավասարությունների միջև և դրանց առնչությունը գումարման, հանման, հակադիրի բազմապատկման և բաժանման գործողությունների հետ:

Անհավասարումներին նվիրված նյութը հիմնականում վերաբերում է մեկ անհայտով անհավասարումներին, ինչը ամենևին չի նեղացնում գաղափարի կիրառական միջավայրը: Դիտարկվում են անհավասարումների լուծման երեք հնարքներ՝ անհավասարման երկու մասերի գումարում միևնույն թիվը, բազմապատկումով միևնույն դրական և միևնույն բացասական թվով: Որպես օրինակ դիտարկվում են մեկ անհայտով գծային անհավասարումները: Անդրադառնալով նյութի կիրառական միջավայրին՝ հարկ է նշել, որ ընդհանրապես հանրահաշվի դպրոցական դասագրքերում կիրառական միջավայրում մոդելավորվում են բացառապես հավասարմանը նվիրված տեքստային խնդիրները: Բացառություն են կազմում թերևս [3], [4] դասագրքերը:

Հաջորդիվ ներմուծվող՝ բանաձևերի համախմբի և դրա լուծման գաղափարները հնարավորություն են տալիս ներմուծել նաև դպրոցական հանրահաշվի բանաձևերի կարևոր տեսակ՝ ոչ խիստ անհավասարությունները և ոչ խիստ անհավասարումները: Իսկ բանաձևերի համակարգի գաղափարը թույլ է տալիս խոսել նաև զանազան միջակայքերի մասին:

9-րդ դասարան

Այս դասարանում դիտարկվում են ռացիոնալ կոտորակների մի քանի մասնավոր տեսքեր, որոնք տեսական և կիրառական կարևոր նշանակություն ունեն: Դրանք են՝ մեկ փոփոխականով բազմանդամներ, ռացիոնալ հավասարումներ, քառակուսային և ռացիոնալ անհավասարումներ:

Մեկ փոփոխականով բազմանդամներ: Բազմանդամների ուսուցման բովանդակային առանձնահատկություններից մեկը մեկ և շատ փոփոխականներով բազմանդամներին նվիրված նյութերի շարադրման հերթականությունն է դպրոցական հանրահաշվի դասընթացում: Տեսակետներից մեկը նախ մեկ փոփոխականով բազմանդամների տեսության շարադրումն է, ինչը բնականաբար ավելի դյուրին պետք է լինի ընկալման տեսակետից և հիմք հանդիսանա շատ փոփոխականներով բազմանդամներին նվիրված նյութի շարադրման համար: Այդպես էր նախատեսում նաև ՀՀ մաթեմատիկայի նախկին առարկայական պետական չափորոշիչը: Սակայն նոր չափորոշիչով դերերը փոփոխված են, յոթերորդ դասարանում նախատեսվում է շատ փոփոխականով բազմանդամների, իսկ միայն իններորդում՝ մեկ փոփոխականով բազմանդամների ուսուցումը:

Այստեղ նախ տրվում են մեկ փոփոխականով բազմանդամի և նրա հետ փոխկապակցված հասկացությունների սահմանումները և բերվում են կիրառության հնարավոր տիրույթները, որոնցից կարևորները կարող են լինել աճման և նվազման բարդ տոկոսների կարևոր բանաձևերը: Գործողություններին նվիրված նյութը բացի ավանդական գործողություններից ներառում է նաև մնացորդով բաժանման գաղափարը, ինչը հարստացնում է նյութը և ընդգծում թեմայի նմանությունը ամբողջ թվերին վերաբերող նյութին: Այս նյութի հետաքրքիր տեսական կիրառությունը կարող է լինել բազմանդամի բաժանումը երկանդամի վրա և Բեզուի հրաշալի թեորեմը:

Մեկ փոփոխականով բազմանդամների ուսումնասիրության կարևոր փուլերը կապված են նրա արմատների հետ: Այստեղ առանցքային նշանակություն ունի բազմանդամի a արմատն ունենալու և x − a արտադրիչն ունենալու նույնականությունը, ինչը թույլ է տալիս նաև կարևոր եզրակացություն անել կամայական բազմանդամի արմատների թվի մասին:

Ռացիոնալ հավասարումներ: Ռացիոնալ հավասարումը սահմանվում է որպես աջ և ձախ մասերը ռացիոնալ արտահայտություններից կազմված հավասարում և, օգտվելով ռացիոնալ արտահայտությունը ռացիոնալ կոտորակի տեսքով ներկայացնելու հանգամանքից, տրվում է ռացիոնալ հավասարման լուծման ալգորիթմը: Որպես մասնավոր օրինակներ նպատակահարմար է կիրառել երկքառակուսային և քառակուսային բերվող որոշ այլ հավասարումներ: Նախատեսվում է դիտարկել ռացիոնալ հավասարումների համախմբեր և համակարգեր:

Քառակուսային անհավասարումներ: Այս թեմայի ուսուցումը նույնպես կարելի է դիտել որպես ռացիոնալ հավասարումների ուսումնասիրության տրամաբանության շրջանակներում: Քառակուսային անհավասարումների լուծման դիտարկումը նպատակահարմար է դիտարկել նրա մասնավոր տեսքերի՝ ազատ անդամ չպարունակող և միջին անդամ չպարունակող քառակուսային անհավասարումների դիտարկումով: Ընդհանուր տեսքի լուծումը խարսխվում է տարբերիչի և ավագ անդամի նշանների հետ, ինչը ունի հանրահաշվական շատ պարզ բացատրություն:

Քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումները նպատակահարմար է դիտարկել որպես քառակուսային հավասարման և քառակուսային անհավասարման համախմբեր և, հետևաբար, ակնկալվող լուծումը կլինի բաղադրիչ բանաձևերի լուծումների միավորում:

Որպես երկրաչափական մեթոդի կիրառություն նպատակահարմար է դիտարկել միջակայքերի եղանակը, ինչը էապես հեշտացնում է ինչպես քառակուսային անհավասարումների, այնպես էլ քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումների լուծումը: Ավանդաբար կիրառվող պարաբոլի մեթոդի կիրառումը բավականին բարդ է և նպատակահարմար չէ կիրառել միջին դպրոցում: Ծրագիրը նախատեսում է նաև ռացիոնալ անհավասարումների և ռացիոնալ ոչ խիստ անհավասարումների դիտարկում, որոնց լուծումները մեծ մասամբ իրականացվում է միջակայքերի եղանակով:

2. «Ռացիոնալ կոտորակներ» թեմայի առանձնահատուկ դերը հավասարության գաղափարի ուսուցման գործընթացում

Վերևում մենք խոսեցինք հանրահաշվի լեզվի հիմնական օբյեկտների՝ հանրահաշվական կոտորակների նույնականացման խնդրի մասին, ինչը իրականացվում է հավասարության և նույնության հասկացությունների միջոցով: Եվ հավասարության ու նույնության գաղափարների համընկնելու կարևոր փաստի ստուգումը կատարվում է ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ներգրավման միջոցով:

Այս կարևոր փաստի հանգամանալից դիտարկումը և ապացուցումը կարելի է կարդալ [4] աշխատանքում:

3. Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման առանձնահատկությունները հանրահաշվի կիրառական միջավայրում

Շատ հարուստ է ռացիոնալ կոտորակների կիրառական միջավայրը: Ըստ էության այն ընդգրկում է միջին դպրոցի հանրահաշվի կիրառական միջավայի հիմնական մասը: Եվ հանրահաշվի հետ այլ ուսումնական առարկաների միջառարկայական կապերը նույնպես հիմնականում արտահայտվում են ռացիոնալ կոտորակների ու դրանց հետ շաղկապված նյութերի ուսուցման հետ: Ընդ որում կիրառական միջավայրը ուսումնական նյութի կազմավորման մեջ մասնակցում է երկու եղանակով՝ որպես տեսական նյութի ցուցադրման և մեկնաբանության միջոց և որպես կիրառական միջավայրում առաջացած խնդիրների մոդելավորման և լուծման միջոց:

Առաջին եղանակի կիրառությունները լայնորեն իրագործված են [2], [4], [6] դասագրքերում, որտեղ նախքան նոր հասկացությունների կամ հատկությունների ձևակերպումները ցուցադրվում են դրանց դրսևորումները կիրառական առանձին օրինակների վրա: Դժբախտաբար ԿԳՄՍ նախարարության կողմից դասագրքերի ծավալին ներկայացվող սահմանափակումները թույլ չեն տվել այս կարևոր եղանակը կիրառել նաև հանրահաշվի նոր դասագրքերում:

Երկրորդ եղանակը ունի ավելի լայն ու արդյունավետ կիրառություններ: Հանրահաշվի դասընթացներում ընդգրկված կիրառական խնդիրները հիմնականում վերաբերում են այս եղանակին: Մոդելավորման վերաբերյալ տեսական նյութը կարելի է գտնել [6] դասագրքում, որտեղ համապատասխան թեմատիկ վերնագրի տակ զետեղված է թվերի, տառերի և հանրահաշվական գործողությունների, ինչպես նաև հանրահաշվական մոդելավորմանը նվիրված տեսական նյութ, ինչի յուրացումը անչափ կարևոր է ռացիոնակ կոտորակների և ընդհանրապես հանրահաշվի ուսումնական և կրթական դերի ըմբռնման տեսանկյունից:

Այստեղ հարկ ենք համարում առանձնապես շեշտել գործողությունների մոդելների դիտարկման անհրաժեշտությունը: Սովորողը հստակ պետք է իմանա, թե կիրառական միջավայրում ինչ է նշանակում և ինչ հնարավորություններ է ստեղծում գործողություններից յուրաքանչյուրը: Որ գումարումը նշանակում է ավելացում կամ միավորում, հանումը նշանակում է օտարում կամ համեմատում, բազմապատկումը հնարավորություն է տալիս որոշելու թվի, մեծության կամ առարկայի մասը, ուղղանկյան մակերեսը և ուղղանկյունաձև դասավորված քանակության տարրերի, ինչպես նաև հաջորդաբար, տարբեր եղանակներով կատարվող ընտրությունների ընդհանուր եղանակների թիվը, որ բաժանումը հնարավորություն է ստեղծում դիտարկել տոկոսի, գնի, կշռույթի՝ կիրառական միջավայրի կարևոր գաղափարները: Մասնավորաբար հետաքրքիր ու կարևոր է հանման և բաժանման գործողությունների միջոցով առարկաների համեմատման խնդրի իրագործումը և առաջացած տարբերությունների դիտարկումը:

Անդրադառնանք ռացիոնալ կոտորակների կիրառական միջավայրի խնդիրների բնույթին:

Ա. Հավասարաչափ շարժում: Առաջին հերթին նշենք, որ թեմայի հետ փոխկապակցված նյութերի ուսուցման ողջ ընթացքում նրա կիրառական միջավայրի կարևոր տարր են դառնում և մնում հավասարաչափ շարժումն ու դրա տարրերի դրսևորումները:

Ա1. Իհարկե հիմնականը այստեղ $S = v \cdot t$ պարզագույն բանաձևն է, որն ունի երեք անհայտ կամ պարամետր: Որպեսզի որոշենք դրանք, բավական է ունենալ դրանցից երկուսը կամ տեղեկություն երկուսի մասին, իսկ երրորդը կորոշենք $S = v \cdot t$ հավասարության միջոցով: Որպես հայտնի տվյալներ կարող են լինել բանաձևի մեջ մասնակցող անհայտներից ցանկացած երկուսը: Այսպիսով հավասարաչափ շարժման վերաբերյալ մենք կունենանք երեք տիպի խնդիրներ:

Իրավիճակը հաջորդական բարդացումները բերում են այսպիսի իրավիճակների:

Ա2. Երկու վայրերից, որոնց հեռավորությունը S է, իրար հանդեպ միաժամանակ շարժվում են երկու ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են իրար t ժամանակից հետո: Մոդելավորումը՝ $S = t \cdot (v_1 + v_2)$;

Ա3. Երկու վայրերից, որոնց հեռավորությունը S է, իրար հանդեպ շարժվում են երկու ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են իրար առաջինի դուրս գալուց t ժամանակից հետո: Ընդ որում առաջինը t' ժամանակով շուտ էր դուրս եկել: Մոդելավորումը՝ $S = t \cdot v_1 + (t - t')v_2$;

Ա4. Երկու վայրերից, որոնց հեռավորությունը S է, իրար հանդեպ շարժվում են երկու ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և առաջինի դուրս գալուց t ժամանակից հետո նրանց միջև հեռավորությունը S' էր: Ընդ որում առաջինը t' ժամանակով շուտ էր դուրս եկել: Մոդելավորումը՝ $S - S' = t \cdot v_1 + (t - t')v_2$ կամ $S + S' = t \cdot v_1 + (t - t')v_2$:

Նմանատիպ իրավիճակներ կարելի է դիտարկել և մոդելավորել, երբ ավտոմեքենաները շարժվում են հակառակ ուղղություններով, բայց ոչ իրար հանդեպ և նաև երբ ավտոմեքենաները շարժվում են միևնույն ուղղություններով: Երբ ավտոմեքենաները շարժվում են միևնույն ուղղությամբ:

Բ. Հավասարաչափ շարժում շրջանագծով: Այս և մյուս կիրառական իրադրություններում բավարարվենք միայն պարզագույն իրավիճակների դիտարկմամբ: Իրավիճակների բարդեցումները կատարվում են հավասարաչափ շարժմանը նվիրված իրավիճակների նմանությամբ:

Բ1. Եթե S երկարությամբ շրջանաձև ճանապարհով երկու հեծանվորդ շարժվում են իրար հանդեպ՝ առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են յուրաքանչյուր t ժամանակից հետո, ապա կունենանք՝ $S = t \cdot (v_1 + v_2)$;

Բ2. Եթե S երկարությամբ շրջանաձև ճանապարհով երկու հեծանվորդ շարժվում են միևնույն ուղղությամբ՝ առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են յուրաքանչյուր t ժամանակից հետո, ապա կունենանք՝ $S = t \cdot |v_1 - v_2|$;

Գ. Ջրավազանը լցվելու և դատարկվելու իրավիճակ:

Գ1. Եթե V ծավալով ջրավազանը լցվում է երկու խողովակով՝ առաջինը՝ = ժամանակի միավորի ընթացքում լցնում է ծավալի v_1 միավոր, երկրորդը՝ v_2 միավոր, և t ժամանակից հետո այն լցվում է, ապա կունենանք՝ $V = t \cdot (v_1 + v_2)$;

Գ2. Եթե V ծավալով ջրավազանը առաջին խողովակով ժամանակի միավորի ընթացքում լցնում է ծավալի v_1 միավոր, երկրորդը ժամանակի միավորի ընթացքում դատարկում է ծավալի v_2 միավոր, և t ժամանակից հետո այն լցվում է, ապա կունենանք՝ $V = t \cdot (v_1 - v_2)$;

Դ. Համատեղ աշխատանք:

Դ1. Եթե միևնույն աշխատանքը բանվորներից մեկը կատարում է t_1 ժամում, մյուսը՝t_2 ժամում և երկուսով՝ t ժամում, ապա $1/t = 1/t_1 + 1/t_2$

Դ2. Եթե խողովակներից մեկը ջրավազանը լցնում է t_1 ժամում, մյուսը՝ t_2 ժամում և երկուսով այն լցնում են t ժամում, ապա $1/t = 1/t_1 + 1/t_2$

Դ3. Եթե խողովակներից մեկը ջրավազանը լցնում է t_1 ժամում, մյուսը այն դատարկում է,t_2 ժամում և միաժամանակ գործելով երկուսով այն լցնում են t ժամում, ապա $1/t = 1/ t_1 - 1/t_2$

Ե. Խառնուրդներ և համաձուլվածքներ:

Ե1. t_1 աստիճան a լիտր ջուրը խառնեցին t_2 աստիճան b լիտր ջրի հետ, արդյունքում ստանալով t աստիճան ունեցող խառնուրդ: Ունենք՝ $at_1 + bt_2 = t(a + b)$:

Ե2. p_1 տոկոս երկաթ պարունակող a քանակությամբ համաձուլվացքը խառնեցին p_2 տոկոս երկաթ պարունակող մի այլ համաձուլվածքի հետ և արդյունքում ստացվեց p տոկոս երկաթ պարունակող համաձուլվացք: Կունենանք՝ $ap_1/100 + bp_2/100 = p(a + b) /100$ կամ $ap_1 + bp_2 = p(a + b)$:

Եզրակացություններ

Այսպիսով՝

- Հանրահաշվական լեզվի համակարգված ներմուծումը, սկսած 7-րդ դասարանից, հիմք է հանդիսանում ռացիոնալ կոտորակների արդյունավետ ուսուցման համար, որտեղ հանրահաշվական արտահայտությունները դիտարկվում են որպես լեզվի բառեր, իսկ բանաձևերը՝ նախադասություններ:
- Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցումը սերտորեն կապված է սովորական կոտորակների հետ, ինչը թույլ է տալիս կիրառել նույնատիպ գործողություններ և հատկություններ՝ ապահովելով նյութի ընկալելիությունը:
- Բազմանդամների և ռացիոնալ կոտորակների ուսումնասիրությունը հնարավորություն է տալիս սովորողներին տեսնելու ամբողջ թվերի և բազմանդամների օղակների միջև նմանությունը, ինչը հատկապես ակնառու է դառնում մնացորդով բաժանման գաղափարի ներմուծմամբ:
- Հավասարության և նույնության գաղափարների տարբերակումը և դրանց համընկնելիության հարցը հանրահաշվի դասընթացում հնարավոր է դառնում հիմնականում ռացիոնալ կոտորակների տեսության ներգրավման շնորհիվ:

• Կիրառական միջավայրը և մաթեմատիկական մոդելավորումը հանդիսանում են ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման ամենաարդյունավետ միջոցները, քանի որ թույլ են տալիս լուծել շարժման, ջրավազանի լցման, համատեղ աշխատանքի և խառնուրդների վերաբերյալ բարդ տեքստային խնդիրներ:

• Մեթոդական առումով նպատակահարմար է միջին դպրոցում քառակուսային և ռացիոնալ անհավասարումների լուծման համար կիրառել միջակայքերի եղանակը, որն ավելի պարզ է և հասանելի, քան ավանդական պարաբոլի մեթոդը:

Գրականության ցանկ

1. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 7, Էդիթ Պրինտ, 2006:
2. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 9, Արեգ, 2025:
3. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 8, Էդիթ Պրինտ, 2007:
4. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 8, Էդիթ Պրինտ, 2024:
5. ***Մկրտչյան Ա. Տ., Միքայելյան Հ. Ս.***, Հավասարությունը միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում, «Մաթեմատիկան դպրոցում», թիվ 5 (118), 2025:
6. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 7, Էդիթ Պրինտ, 2023:

ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ՈՐՈՇ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Համլետ Սուրենի Միքայելյան, Արաքսյա Տիգրանի Մկրտչյան, Սյուզաննա Գրիգորի Հակոբյան

Ամփոփում: Հոդվածում դիտարկվում են միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման բովանդակային մի քանի կարևոր առանձնահատկություններ: Նախ ցույց է տրվում ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ընդգրկուն դերը ըստ միջին դպրոցի դասարանների: Յոթերորդ դասարանում ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը որպես հանրահաշվական արտահայտություն հանդես է գալիս որպես հանրահաշվական լեզվի հիմնական կազմավորիչ, իր մեջ ներառելով շատ փոփոխականներով բազմանդամների տեսությունը: Ութերորդ դասարանում իրավիճակը պարզեցվում է ռացիոնալ կոտորակի հասկացության ներմուծմամբ, իսկ իններորդ դասարանում մոտեցումը կոնկրետացվում է մեկ փոփոխականով բազմանդամների համար: Որպես հաջորդ կարևոր առանձնահատկություն դիտարկվում է ռացիոնակ կոտորակների դերը հավասարության և նույնության ըմբռնումների նույնականացման հարցում: Քննարկվում է նաև ռացիոնալ կոտորակների դերը կիրառական միջավայրում առաջացած խնդիրների մոդելավորման և լուծման մեջ: Որպես կիրառական միջավայրի իրադրություններ դիտարկվում են ուղղագիծ և շրջանաձև հավասարաչափ շարժման, ջրավազանը լցվել-դատարկվելու, համատեղ աշխատանքի, խառնուրդների և

համաձուլվածքների, վերաբերյալ զանազան իրավիճակներ, ներկայացվում է դրանց վերաբերյալ խնդիրների կազմման մեխանիզմը:

Բանալի բառեր՝ ռացիոնալ կոտորակներ, հանրահաշվի լեզու, բազմանդամներ, մաթեմատիկական մոդելավորում, կիրառական խնդիրներ, հավասարություն, նույնություն:

О НЕКОТОРЫХ СОДЕРЖАТЕЛЕВЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ОБУЧЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫМ ДРОБЯМ

Гамлет Суренович Микаелян, Аракся Тиграновна Мкртчян, Сюзанна Григоревна Акобян

Резюме. В статье рассматриваются несколько важных содержательных особенностей обучения рациональным дробям в курсе алгебры средней школы. Во-первых, показана комплексная роль понятия рациональной дроби в зависимости от класса средней школы. В седьмом классе понятие рациональной дроби как алгебраического выражения выступает в качестве основной составляющей алгебраического языка, включая теорию многочленов со многими переменными. В восьмом классе ситуация упрощается путем введения понятия рациональной дроби, а в девятом классе подход конкретизируется для многочленов с одной переменной. Следующая важная особенность – роль рациональных дробей в определении понятий равенства и тождества. Также обсуждается роль рациональных дробей в моделировании и решении задач, возникающих в прикладной среде. В качестве ситуаций прикладной среды рассматриваются различные ситуации, связанные с прямолинейным и круговым равномерным движением, заполнением и опорожнением бассейна, совместной работой, смесями и сплавами, представлен механизм формулирования соответствующих задач.

Ключевые слова: рациональные дроби, алгебраический язык, многочлены, математическое моделирование, прикладные задачи, равенство, тождество

ON SOME CONTENT-RELATED FEATURES OF TEACHING RATIONAL FRACTIONS

Hamlet Suren Mikaelyan, Araksia Tigran Mkrtchyan, Suzanna Grigor Akobyan

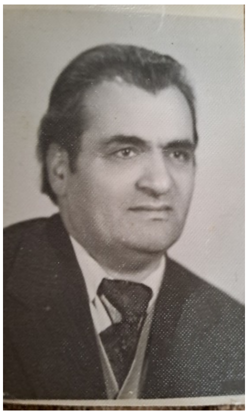
Summary. This article examines several important content-relevant aspects of teaching rational fractions in middle school algebra. First, the complex role of the concept of a rational fraction is demonstrated depending on the grade level of middle school. In seventh grade, the concept of a rational fraction as an algebraic expression is a fundamental component of algebraic language, including the theory of polynomials with many variables. In eighth grade, the situation is simplified by introducing the concept of a rational fraction, and in ninth grade, the approach is refined for polynomials with one variable. Another important feature is the role of rational fractions in defining the concepts of equality and identity. The role of rational fractions in modeling and solving problems arising in applied settings is also discussed. Various situations related to rectilinear and circular uniform motion, filling and emptying of a pool, joint work, mixtures and alloys are considered as situations of the applied environment, and a mechanism for formulating the corresponding problems is presented.

Key words: rational fractions, algebraic language, polynomials, mathematical modeling, applied problems, equality, identity.

Ներկայացված է խմբագրություն 24.02.2026
Գրախոսվել է 29.04.2026
Ուղարկվել է կայք 15.03.2026

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՏՊԱԳԻՐ ՀԱՅԵՐԵՆ ԴԱՍԱԳՐՔԵՐԸ ՄԻՆՉԵՎ 19-ՐԴ ԴԱՐԻ ՎԵՐՋԵՐԸ

Մովսես Միքայելի Ստեփանյան



1. ՄԵԹՈԴԱԿԱՆ ԳԱՂԱՓԱՐՆԵՐԻ ԶԱՐԳԱՑՈՒՄԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՀԱՅԵՐԵՆ ՏՊԱԳԻՐ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Երկրաչափությունը որպես ուսումնական առարկա, մուտք է գործել հայկական դպրոցները դեռ վաղ ժամանակներից սկսած: Մինչև 18-րդ դարի վերջերը այն դասավանդվում էր Էվկլիդեսի (մ.թ.ա. III դար) «Սկզբունքների» հիման վրա, որը շուրջ 2000 տարի հանդիսացել է որպես մաթեմատիկայի դասագիրք ամբողջ քաղաքակիրթ աշխարհի համար:

Արաբները 8-րդ դարի վերջերին և 9-րդ դարի սկզբներին թարգմանում են այն, որից հետո 11-րդ դարում (1051 թ.) նրա մի մասի թարգմանությունը կատարում է հայ գիտնական Գրիգոր Մագիստրոսը:

Մեզ հասած հին հայկական ճարտարապետական կոթողները, մաթեմատիկայի դասավանդումը Գլաձորի, Տաթևի, Սանահինի, Հաղպատի նշանավոր համալսարանում և միջնադարյան բարձրագույն հայկական դպրոցներում, ինչպես նաև պատմական այլ տեղեկություններ հիմք են տվել ենթադրելու, որ հնում գոյություն է ունեցել նաև Էվկլիդեսի երկրաչափության հայերեն ամբողջական թարգմանությունը, որը մեզ չի հասել:

1959թվին հայտնաբերվեց Էվկլիդեսի երկրաչափության հայկական ընդարձակ բնագիրը Հյուսիսային Ամերիկայի Հանզաս քաղաքի հայկական գաղթօջախում ապրող բանասեր Հ. Քյուրդյանի ձեռագրական ժողովածուի մեջ:

1 Տես Երկրաչափութիւն Եւկլիդիսի, հրատ. Գ. Բ. Պետրոսյան և Ա. Գ. Աբրահամյան, Երևան, 1962:

Ձեռք բերելով այդ ձեռագրի միկրոֆիլմը և կատարելով հնագրական, աղբյուրագիտական և մաթեմատիկական մանրազնին ուսումնասիրություններ, պրոֆ. Գ. Բ. Պետրոսյանը և Ա. Գ. Աբրահամյանը ցույց տվեցին, որ այն ներկայացնում է Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» 1-6-րդ և 11-12-րդ գրքերի դպրոցական հրատարակությունը, որն ավելի հին է և ավելի հարազատ է ներկայացնում Էվկլիդեսին, քան բելգիացի մաթեմատիկոս Տաքեի 1654 թվի թարգմանությունը, և որ նրա ամենահավանական հեղինակը Գրիգոր Կեսարացին է, որի գրական-ստեղծագործական աշխատանքների շրջանը ընկնում է 16-րդ դարի վերջերը և 17-րդ դարի սկզբները:

Անկասկած, Էվկլիդեսը բոլոր դարաշրջանների և ժամանակների ամենամեծ երկրաչափն է: Նրա «Սկզբունքները» համարվել են գիտական շարադրանքի չգերազանցված օրինակ: Այն գրվել է Արիստոտելի փիլիսոփայական դպրոցի ազդեցության տակ, ըստ որի գիտական բոլոր դրույթները պետք է արտածվեն նախօրոք հաստատված նախադրյալներից՝ (ներկա դեպքում սահմանումներից, աքսիոմներից և պոստուլատներից) ձևական տրամաբանության օրենքների հիման վրա:

Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» շարադրման բնույթի մասին, իբրև դասագրքի, կարելի է նշել հետևյալը.

ա) Նրանում բացակայում են երկրաչափության կիրառական հարցերը, անգամ չի հիշատակված կարկինի և քանոնի մասին, որոնց օգնությամբ գործնականում իրականացվում են երկրաչափական բազմապիսի կառուցումները:

բ) Էվկլիդեսը չի օգտվում մեծությունների չափումից և չի դիմում երկարությունների, մակերեսների ու ծավալների չափման հաշվման հարցերին: Նրա համար մակերեսների կամ ծավալների հարաբերությունը ոչ այլ ինչ է, եթե ոչ պատկերների և մարմինների հարաբերություն: Դրանով է բացատրվում, թե ինչու նրա մոտ «երկարություն», «մակերես», «ծավալ» տերմինները բացակայում են: Դրանով է բացատրվում նաև, թե ինչու «Սկզբունքները» շարադրված են զուտ երկրաչափորեն:

զ) Նկատելի է, որ Էվկլիդեսը ձգտել է հասնելու տրամաբանական անսխալականության: Երկրաչափությունը կառուցելով դեդուկտիվ մեթոդով, նա գտնում է, որ յուրաքանչյուր «առաջարկություն» պետք է ներկայացնի աքսիոմի և պոստուլատի կամ նախօրոք ապացուցված «առաջարկության» հետևանք, իսկ ապացուցման բարձրագույն նպատակը պետք է լինի այնպիսի մտահայեցողական բնույթի ապացույցը, որը հենվում է տրամաբանական հետևության վրա, առանց փորձի կամ ինտուիցիայի վկայակոչման:

դ) «Սկզբունքների» թերություններից մեկն էլ կայանում է նրանում, որ նրա մեջ չի կազմված այն հիմնական հասկացությունների ցուցակը, որոնք պետք է դրվեն բերված սահմանումների հիմքում, որի պատճառով այդ հասկացությունները ներմուծված են առանց սահմանման և այլն:

Այսպիսով Էվկլիդեսի «Սկզբունքները» ավելի շուտ երկրաչափության գիտական աշխատություն է՝ նախատեսված այն ընթերցողների համար, որոնք նպատակ ունեն ուսումնասիրելու այն գիտական նպատակներով:

Սակայն «Սկզբունքները», ինչպես նշեցինք վերևում, միաժամանակ վարել են նաև ուսումնական լուրջ ձեռնարկի դեր: Մինչև 18-րդ դարի վերջերը լինելով երկրաչափության ուսումնական միակ ձեռնարկը՝ այն չէր կարող պիտանի լինել բոլոր ժամանակներում և բոլոր ժողովուրդների համար իբրև ուսումնական լիակատար ձեռնարկ: Նրա շարադրման խրթին ոճը, տրամաբանական տեսակետից միակողմանիությունը, մանկավարժական և հոգեբանական բնույթի թերությունները լուրջ խոչընդոտ են հանդիսացել էվկլիդեսյան երկրաչափության դպրոցական ուսուցման ճանապարհին: Այդ թերությունների նկատմամբ սուր քննադատություն ծավալվելուց բացի հետագայում նկատվում են տենդենցներ Էվկլիդեսի «Սկզբունքները» մոտեցնելու դպրոցական ուսուցման պահանջներին, դարձնելու այն մասսայական և սովորողների համար մատչելի: Աստիճանաբար լույս են տեսնում «Սկզբունքների» այսպես կոչված դպրոցական հրատարակությունները, որոնցից մեկն էլ վերևում նշված Գ. Կեսարացու «Երկրաչափութիւն Եւկլիտին» աշխատությունն է:

«Սկզբունքների» դպրոցական հրատարակությունների նկատմամբ առանձին ձգտում նկատելի է առանձնապես 18-րդ դարի երկրորդ կեսին: Այդ հրատարակությունների թվին են պատկանում Ռ. Սիմսոնի (անգլերեն թարգմանությունը, 1756 թ.), Պլեյֆերի (անգլերեն թարգմանությունը, 1797 թ.) և Լորենցի (գերմաներեն թարգմանությունը, 1733 թ.) ձեռնարկները:

«Սկզբունքների» դպրոցական այդ հրատարակություններն աշակերտների համար առավել մատչելի էին թեկուզ այն պատճառով, որ համառոտ էին (քանի որ չէին պարունակում Էվկլիդեսի 7-9-րդ գրքերը, որոնք վերաբերում են թվաբանությանը) և շարադրված մայրենի լեզվով: Սակայն այդ հրատարակությունները լրիվ չափով չէին կարող բավարարել ժամանակի դպրոցի պահանջներին: Առևտրի և արդյունաբերության ծաղկումը, տեխնիկայի զարգացումը դպրոցի առաջ դնում էին նոր խնդիրներ: Նոր ժամանակը դպրոցի սովորողներից պահանջում էր նոր որակ, հատուկ ուշադրություն ուսուցման կիրառական հարցերի նկատմամբ: Ահա թե ինչու դեռ վաղ ժամանակներից սկսած երկրաչափության շարադրման էվկլիդյան ավանդական համակարգը մանկավարժական շրջանների դժգոհության դրդապատճառ դառնալուց բացի, երբեմն էլ խիստ քննադատության առարկա է դառնում:

Դեռ 16-րդ դարում երկրաչափության տրադիցիոն շարադրման դեմ արտահայտվեց ֆրանսիական ժամանակի լավագույն հումանիստ-մանկավարժներից մեկը՝ Պ. Ռամուսը /1515-1572/: Նա սուր քննադատության ենթարկեց Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» շարադրման միակողմանի, զուտ-վերացական մեթոդը, որը ոչ մի առնչություն չունի գործնական կյանքի և զննականության հետ:

Ի հակադրություն Էվկլիդեսի, Ռամուսը գտնում է, որ՝ **ա)** պարտադիր չէ երկրաչափության բոլոր առաջադրություննն արտածել ոչ մեծ թվով աքսիոմներից, **բ)** աննպատակահարմար է ապացուցել ակնհայտ ճշմարտությունները, **գ)** սահմանումները պետք է տրվեն նյութի շարադրման ընթացքում իրենց բնական անհրաժեշտության դեպքում և ոչ թե շարադրման սկզբում հատուկ ցուցակով, **դ)** երկրաչափությունը պետք է դիտել որպես լավագույն չափման արվեստ, **ե)** երկրաչափության շարադրանքը պետք է լինի դիտողական ու աշակերտներին հասկանալի և ոչ թե մարդու գործնական կարիքներից մեկուսացված, իսկ նրա կառուցումը պետք է ելնի տրամաբանության և ինտուիցիայի զիտակցական և նպատակասլաց կիրառությունից:

Պ. Ռամուսի գիտա-մեթոդական գաղափարները շուտով իրենց լայն արձագանքը գտան: Նրանց ազդեցության տակ Արնոն (1667 թ.) կազմեց իր «Երկրաչափության նոր սկզբունքներից» դասագիրքը, որը Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» մեթոդական անսխալության մեջ համոզմունքը ժխտելու նորագույն փորձերից մեկն էր: Այդ գաղափարներն իրենց կնիքը դրեցին նաև 18-րդ դարի վերջերի և 19-րդ դարի սկզբների այնպիսի խոշոր գիտնականների գիտա-մանկավարժական մտքի վրա, ինչպիսիք են Կլերոն (1713-1765), Դ'Ալամբերը (1717-1783), Բեզուն (1730-1783) և Լակրուան (1765-1843):

Եթե այնպիսի երկրներում, ինչպիսիք են Անգլիան և Գերմանիան, 18-րդ դարի երկրորդ կեսին դպրոցական երկրաչափության շարադրման մեջ նշանակալից էր էվկլիդյան տենդենցը, որը կայանում էր Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» դպրոցական հրատարակությունների տարածման մեջ (Անգլիայում՝ Սիմսոն և Պլեյֆեր, Գերմանիայում — Լորենց), ապա Ֆրանսիայում, ընդհակառակը, նկատելի էր հակաէվկլիդյան տենդենցը՝ Էվկլիդեսի «Սկզբունքներն» ուրիշ դասագրքերով փոխարինելու մեջ:

Էվկլիդեսի «Սկզբունքները» դպրոցական դասագրքով փոխարինելու մասին առանձնապես ուժեղ արտահայտվեցին Ֆրանսիական բուրժուական հեղափոխության նախօրյակին՝ «Դալամբերի» հռչակավոր պլանի մեջ: Այստեղ Դալամբերը այն միտքն է արտահայտում, որ երկրաչափությունը որպես դպրոցական առարկա պետք է շարադրվի նրա ուսումնասիրման նպատակային ուղղվածության համեմատ՝ տարրական գործնական կամ գիտական եղանակներով՝ կիրառելով շարադրման խստության տարբեր աստիճաններ: Ընդ որում այն վեր է ածվում «ցնորական մշտապահության», եթե մատչելի չէ հասկանալու համար:

Նա գտնում է, որ այդ «ցնորական մշտապահության» հատկանիշներից մեկը համարվում է շարադրման եղանակը, որն սկսվում է աքսիոմներից: Դալամբերը այն տեսակետն է հայտնում, որ երկրաչափությունը շարադրելիս անհրաժեշտ է առաջնորդվել բարդ գիտելիքները պարզի, մատչելիի և ակնայտի վերածելու գաղափարներով: Ելնելով իր ժամանակի գործնական պահանջներից նա առաջարկում է երկրաչափության շարադրման մեջ ամենալուրջ ուշադրությունը դարձնել երկարությունների, մակերեսների, ծավալների չափմանը, այսինքն երկրաչափության կիրառական հարցերին, միաժամանակ ներմուծելով շարժման գաղափարը և սահմանների մեթոդը, որոնք բացակայում են «Սկզբունքներում»:

Դալամբերի վերոհիշյալ հայացքներին արձագանքելով, շուտով լույս տեսան Բեզուի, Լեժանդրի և Լակրուայի երկրաչափության դասընթացները, որոնց մասին պրոֆ. Կագանը գրում է. **"Все последующие учебные книги по геометрии в 19 веке копируют Безу, Лежандра и Лакруа, смотря по своему назначению ими заимствуют отдельные части то у одного, то у другого автора". (22, էջ 33)**

Հետևելով Դալամբերի պլանին, ինչպես նաև Բեզուի, Լեժանդրի և Լակրուայի երկրաչափության դասընթացներին, հայ իրականության մեջ, 18-րդ դարի վերջերին և 19-րդ դարի սկզբներին կիրառական երկրաչափության դասավանդման ավանդական սիստեմի դեմ արտահայտվեցին նաև հայ մեթոդիստներ Հ. Թաշչյանը, Ս. Պրոնյանը, Ի. Փափազյանը, Ա. Ճարյանը, Ղ. Տերտերյանը և այլք:

Այսպես օրինակ, Սահակ Պրոնյանը (1749-1806) իր դասագրքի [12] «Յառաջաբանական ճառ»-ի մեջ խոսելով աշխատության հիմնական նպատակի մասին գրում է. **«...Այլ աստանոր կամ ինձ զամենեսեան՝ որք յայս մեր գործնական արկանեն, տեղեակս առնել. զի առաջին ջան մեր՝ և դիտաւորութիւն ընծայել ի լոյս զայս, ոչ է նորանոր գիւտիւ կամ յաւելուածով ճոխացուցանել զգիտութիւնս, որ ոչ խնդիրք առ ի մէջն այլ ևեթ նպատակ առաջի եդաք ըստ կարի զշաւիղս սորին դիւրել և յարմարեցուցանել ընդունակութեան նորավարժ համբակաց...» [12]:**

Ինչպես տեսնում ենք, Պրոնյանի հիմնական նպատակն է եղել գոյություն ունեցող աղբյուրների հիման վրա հստակ ոճով կազմել երկրաչափության մի այնպիսի աշխատություն, որը մատչելի լինի սկսնակներին և ինքնուսներին:

Իր դասագրքի «Յառաջաբան ճառ»-ի երկրորդ մասում խոսելով երկրաչափական նյութի շարադրման ոճի մասին, Ս. Պրոնյանը երկրաչափներին բաժանում է երկու խմբի, ըստ որում ինքը կողմնակից է նրանց, ովքեր տառացիորեն չեն հետևում Էվկլիդեսին՝ չթերագնահատելով երբեք նրա մեծությունը:

Իսկ Իգնատիոս Փափազյանը իր դասագրքում [18] հոգ է տանում ոչ միայն կիրառական երկրաչափության հարցերի ներմուծման, այլև երկրաչափական պատկերների գծագրման գործնական հարցերի մասին: **«...Բայց գիտնալով, որ նորավարժները դժուարութիւն կունենան ոչ թե զանոնք չափելու վերայ, - գրում է նա, - այլև քաշելու զայն ձեւերը, ուստի՝ առաջ դնենք մեկ քանի օրինակ մը, թե ինչպես պետք է քաշել երկրաչափական ըսուած մարմինները...» [18, էջ 56]:**

Մինչև 19-րդ դարի երկրորդ կեսը հրատարակված երկրաչափության հայերեն տպագիր դասագրքերի համառոտ բնութագրումը.

1. **ԳՐՔՈՅԿ ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ, ԱՐԱՐԵԱԼ ԵՒ ՇԱՐԱԴՐԵԱԼ ՅԱԿՈԲԱՅ ԹԱՃԵԱՆՑԻ ՋՈՒՂԱՅԵՑԻՈՅ: Ի ՄԱԴՐԱՍ, 1792 Թ., Ի ՏՊԱՐԱՆԻ ՏԷՐ ՅԱՐՈՒԹԻՒՆ ՇՄԱՒՈՆԵԱՆ ՇԻՐԱԶԵՑԻՈՅ:**

1. Այդ ձեռնարկը մեզ հայտնի երկրաչափության հայերեն տպագիր ձեռնարկներից առաջինն է, որի ուսումնասիրությունը առաջին անգամ կատարվել է մեր կողմից ակադ. Ա. Հովհաննիսյանի անձնական գրադարանում /տես՝ Հովհ. 3236/: Նրա մասին տես նաև՝ Ն. Ոսկանյան և Ք. Կորկոտյան, «Հայերեն նորահայտ հնատիպ գրքեր», Էջմիածին, հտ. 5, 1968:

Այն 12 սմ x 18 սմ չափսերի, գրաբար լեզվով շարադրված, գործնական երկրաչափության համառոտ ձեռնարկ է՝ բաղկացած առաջաբանից, ներածությունից, երկու գլուխներից, մաթեմատիկական տերմինների բառարանից և ցանկից, ընդամենը 55 էջ:

Ա Ռ Ա Ջ Ա Բ Ա Ն ՈՒ Մ հեղինակը, սույն աշխատությունը նվիրելով իր հորը՝ ամիրա Հարություն Թաշյանին, նշում է, որ այն «...իբր հասկ մի ցորենոյ պետք է աղբիւրանա մերազնեա մանկանց իմաստութեան և բարեվարժութեան համար, ի օգուտ ազգին արամեաց...»:

Ն Ե Ր Ա Ծ ՈՒ Թ Յ Ա Ն մեջ՝ «Առ վերածնող մատենիս նախերգանք» վերնագրի տակ, չափածո ձևով, հեղինակը բարոյական, մանկավարժական և գիտական բնույթի խորհուրդներ է տալիս ընթերցողին ձեռնարկի բովանդակությունը ուսումնասիրելու համար:

Նշելով երկրաչափության գիտության ուսումնասիրման կարևորության մասին, Թաշյանը գրում է, որ իր աշխատությունը մարդկանց կօգնի՝

«Ամրոցակազմ բերդ հաստատել. ախոյան ձև ամուր կազմել. դղեակ անառիկ կարգաւորել...» [էջ 6]:

Ձեռնարկը նախատեսված է, ինչպես հեղինակն է գրում, ոչ միայն ուսուցիչների՝ «հրահանգիչների» ղեկավարությամբ օգտագործելու, այլ նաև ինքնուսների համար.

«...նա հրահանգչի կարօտ չիցէ. այլ ինքն ինքեան իրակացցէ...» [էջ 8]:

Թաշյանին մտահոգել է նաև ձեռնարկի շարադրման մատչելիության հարցը: Այդ կապակցությամբ նա գրում է.

«Սակս հեշտութե գ բանս մատեցի. զի տաղտկութիւնն վերասցի. և դիւրալուր՝ երեւեսցի. վասն այն հեշտիւ շարակցեցի...» [էջ 8]:

Իսկ ընթերցողի կողմից ձեռք բերված գիտելիքները ամրապնդելու նպատակով, նա յուրաքանչյուր հարցի տեսական շարադրանքը հիմնավորում է համապատասխան օրինակներով «...որք յայտ լինին...»:

Ինչպես նշվում է ներածության մեջ, Թաշյանը սույն ձեռնարկը կազմելիս հիմք է ընդունել իր ուսուցչի՝ ազգությամբ գերմանացի՝ Յոհան Հակոբ Լուիսի

կողմից տրված գիտելիքները և գործնական աշխատանքի իր սեփական փորձը: Վերջինիս կապակցությամբ նա գրում է.

«...Փոքր ինչ արհեստս արծարծեցի. Ուսեալս իմի փոխովեցի...» [էջ 6]:

Առաջին գլուխը նվիրված է եռանկյունների լուծման հարցերին: Այստեղ, «Լուծումներ անխոտոր եռանկեանց» վերնագրի տակ նախ տրված են եռանկյան և նրա ստորաբաժանումների սահմանումները: Հեղինակը բոլոր եռանկյուններին միասին անվանում է «Անխոտոր» (ուղղագիծ, որոնց կողմերն ուղիղներ են), ստորաբաժանելով նրանց «ուղիղ անկիւնացեալ» (ուղղանկյուն) և «թիւր անկիւնացեալ» (շեղանկյուն) եռանկյունների: Այնուհետև քննարկելով եռանկյունների հատկությունների վերաբերյալ որոշ տեսական հարցեր, նա անցնում է եռանկյունների լուծման հարցերին, դիտարկելով հնարավոր բոլոր դեպքերը և կառուցումները կատարում քանոնի և փոխադրիչի օգնությամբ:

Հետաքրքրության արժանի է այն փաստը, որ սույն ձեռնարկում, ի տարբերություն հետագա շրջանի դասագրքերի, գծագրերը բերված են շարադրվող նյութերի տեքստերում:

Առանձին հետաքրքրություն է ներկայացնում ձեռնարկի երկրորդ գլուխը, որտեղ տրված են անմատչելի կետերի միջև եղած հեռավորության որոշման եղանակները, որոնք կիրառելի են երկրաչափության ժամանակակից դպրոցական դասընթացում:

1. Նրա մասին տես նաև՝ Պետրոսյան Գ. Բ., «Մաթեմատիկան Հայաստանում հին և միջին դարերում», Երևան, 1959, էջ 248-254: Ազանյան Ա. Մ., «Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերի և մաթեմատիկական դասավանդումը հայոց դպրոցներում 7-րդ դարից մինչև 19-րդ դարի կեսը», քնն. թեզ, Երևան, 1959, էջ 133-173:

2. Գրված երևում է Ս. Պրոնյան, այնինչ պետք է լինի Պրոնյան /այդ մասին տես՝ «Ղազար», 1956, էջ 85/:

2. ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ ՁԵՐԻՍ ԳԻՐՍ ԲԱԺԱՆԵԱԼ, ՅԵՐԿԱՅՆԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ, Ի ՄԱԿԵՐԵՒԱՅԹԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ ԵՒ Ի ՀԱՍՏԱՏԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ ՅՕՐԻՆԵԱԼ Ի ՀԱՅՐ ՍԱՀԱԿ ՎԱՐԴԱՊԵՏԷ ԲԵՐՔԱՏԻՈՅ ՊՐՈՆԵԱՆ ՎԵՆԵՏԻԿ, 1794:

Սահակ Պրոնյանը (1749, Հալեպ — 1806, Տրիեստ) Մխիթարյան այն հայերից է, որոնք նպատակ ունեին հրատարակելու մաթեմատիկայի ուսումնական ձեռնարկներ և նրանցով դասավանդելու իրենց վարժարաններում: Նա հայտնի է «18-րդ դարի երկրաչափ» անունով:

Սույն ձեռնարկը հրատարակվել է Հովսեփ և Զաքար Շահրիմանյանց եղբայրների ծախսերով: Այն բաղկացած է գծաչափությունից, որն ուսումնասիրում է գծերի հատկությունները, մակարդակաչափությունից (հարթաչափությունից) և հաստատաչափությունից (ստերեոմետրիա), շարադրված է գրաբար լեզվով, ունի չորս էջից բաղկացած առաջաբան, 24 էջից բաղկացած առաջաբանական մաս, որտեղ բերված են հետաքրքիր տեղեկություններ մաթեմատիկայի պատմության և մեթոդամանկավարժական բնույթի հարցերի վերաբերյալ, զետեղված են նաև 8 տախտակներ 258 երկրաչափական գծագրերով (նշանակումները հայկական այբուբենի տառերով), մաթեմատիկական տերմինների ցուցակ և ցանկ ընդամենը 423 էջ:

Պրոնյանի սույն ձեռնարկը Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» դպրոցական հրատարակություններից է, որը կազմվել է վերևում նշված ֆրանսիական ականավոր մաթեմատիկոսներ Կլերոյի, Լեժանդրի, Լակրուայի, Բեզուի, ինչպես նաև Գ. Կեսարացու

«Երկրաչափութիւն Եւկլիտին» ժամանակի լավագույն ձեռնարկների և իր սեփական աշխատանքի փորձի հիման վրա:

3. ՏԱԽՏԱԿՔ ԸՆԴՕՐԻՆԱԿՈՒԹԵԱՆ ԳՐՈՑ, ՎԵՆԵՏԻԿ, 1814

Անհայտ հեղինակի ձեռնարկը 37 սմ x 24 սմ չափերով մի ալբոմ է՝ շուրջ 82 գծագրերով, առանց բացատրությունների և իրենից ներկայացնում է գծագրական երկրաչափությանը նվիրված ուսումնական պլանշետների մի ժողովածու, որի մեջ տրված են՝.

ա) հարթ պատկերների պրոյեկցիայի ձևափոխության եղանակները,

1. Տես նաև՝ «Ս. Ղազար Մխիթարեան մայրավանք», Վենետիկ Ս. Ղազար, 1966, էջ 104:

բ) երկրաչափական մարմինների և նրանց կոմբինացիաների պրոյեկցիաները, փռվածքները և աքսոնոմետրիաները,

գ) ճարտարապետական դետալների (շենքերի օրնամենտների, կամարների, սյուների և այլն) գծագրերն իրենց պրոյեկցիաներով,

դ) մեքենաշինական գծագրության վերաբերյալ նյութեր:

Գծագրական երկրաչափության այդ ժողովածուի գոյության փաստը ցույց է տալիս, որ Մխիթարյանների բարձր մակարդակի դպրոցներում, 19-րդ դարի սկզբնային մաթեմատիկական առարկաների հետ միասին անցնելիս են եղել նաև գծագրական երկրաչափություն, մեքենաշինություն և այլն, նպատակ ունենալով շինարարության և մեքենաշինության գծով հայ մասնագետներ պատրաստել: Այն միաժամանակ վկայում է, թե ինչպիսի բարձր մակարդակի վրա է դրված եղել հայ գրքի տպագրության տեխնիկան:

4. ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ՀԱՄԱՌՕՏԵԱԼ, ԱՇԽԱՐՀԱԲԱՐ ԼԵԶՈՒԱՒ ՊԷՏՍ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԷՐ ՄԱՆԿԱՆՑ, ԻԳՆԱՏԻՈՍ ՓԱՓԱԶԵԱՆ, ՎԵՆԵՏԻԿ, 1817:

Իգնատիոս Փափազյանը (1764, Պոլիս-1852, Հռոմ) Մխիթարյան միաբանության նշանավոր դեմքերից է, կրթական գործիչ, Տարոնի տիտղոսավոր արքեպիսկոպոս: Ժամանակակիցները նրա մասին գրում են. «Փափազեան արքեպիսկոպոս իր ալեզարդ և մեծավայելուչ կերպարանքով, գիտութեամբ և առաքինի վարքով, ուշագրավ դեմք մը դարձած է Հռոմի եկեղեցական շրջաններու մէջ և մեծապես սիրուած ու յարգուած...»:

Լայն են Փափազյանի ուսումնական գործունեության շրջանակները: Նա երկար տարիներ աշխատելով Մխիթարյան մայրավանքի դպրոցում որպես ուսուցիչ, հրատարակել է «հոգեւոր, կրթական եւ հաշուական ուղղութեամբ կարեւոր գրքեր»:

Ի. Փափազյանի երկրաչափության սույն դասագիրքը շարադրված է աշխարհաբար լեզվով և բաղկացած է երեք մասից՝ **«Գծաչափ», [47 էջ], «Մակարդակաչափ», [7 էջ] և «Մարմնաչափ», [11 էջ]:** Այն ունի նաև նախաբան և հավելված, որը պարունակում է 147 գծագրեր [5 էջ]:

Նախաբանում «Առ ուսումնասեր մանիրակտութեան մեջ» առաջին անգամ առաջարկվում է երկրաչափության ուսուցման համակենտրոն համակարգ:

1. Նրա մասին տես նաև՝ Ազանյան Ա.Մ. «Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և մաթեմատիկայի դասավանդումը հայոց դպրոցներում 7-րդ դարից մինչև 19-րդ դարի կեսը», քնն. թեզ, Երևան, 1959, էջ 191-194:

Նա գրում է. «Ուզեցինք շինել զաս գործնական պզտիկ երկրաչափութիւնը՝ իբրև մեկ հարկաւոր դուռ մը գրաբար երկրաչափութեան, որ շիներ է մեր յարգելի բազմարդիւն Սահակ (խոսքը Սահակ Պրոնյանի մասին է. Մ.Ս.) վարդապետը, որ թէպետ շատ աղեկ ու կատարեալ գործիք է, սակայն դժվար կերևնայ անոնց, որ առջի բերանն դիւրին բաներով դեռ համը չես առած աս գիտութեանս...»:

Մինչև «Գծաչափին» անցնելը հեղինակը սահմանում է երկրաչափությունը, նրա ստորաբաժանումները, ապա կետը, ուղիղը, անկյունը, շրջանագիծը և բազմանկյունները:

Դասագրքի 1-ին մասը՝ «Գծաչափը», նվիրված է ուղիղ անկյան, զուգահեռ ուղիղների կանոնավոր բազմանկյունների կառուցմանը, հատվածը հավասար մասերի բաժանելու, ինչպես նաև պատկերները մի քանի անգամ մեծացնելու և փոքրացնելու հարցերին:

Հեղինակը բերում է կանոնավոր բազմանկյունների կառուցման զանազան եղանակներ սխոլաստիկ մեթոդներով, առանց ապացուցման: Օրինակ, կանոնավոր 5 անկյուն բազմանկյունի համար բերում է կառուցման 5 եղանակ, որոնք առանձին հետաքրքրություն են ներկայացնում:

Որոշակի հետաքրքրություն է ներկայացնում նաև այստեղ բերված երկարության չափերի ժամանակի համակարգը, որտեղ չափի հիմնական միավոր է համարվում «Գարենատը» (Գարու մեկ հատիկի) լայնությունը, իսկ ածանցյալ միավորներն են.

- **1 մատն կամ մատնաչափ** - 4 գարենատի
- **1 թիզ** - 4 մատնաչափ - 16 գարենատի
- **1 ոտն կամ ոտնաչափ** - 4 թիզ - 16 մատնաչափ
- **1 կանգուն (արշինը)** -1,5 ոտնաչափ կամ կես երկայնութիւնը
- **1 քայլ (տան. ատրմ)** - 5 ոտնաչափ երկայնութեանը, որը մարդու սովորական ոտնաչափի 2 չափն է
- **1 Ասպարեզ** - 125 քայլի երկայնութեան
- **1 Մղոն** - 8 ասպարեզ - 1000 քայլի
- **1 փարսախ** - 3 մղոնի
- Դասագրքի երկրորդ մասը՝ «Մակարդակաչափը», նվիրված է հարթ պատկերների մակերեսների չափման, իսկ երրորդ մասը՝ «Մարմնաչափը», տարածական մարմինների մակերևույթների և ծավալների չափման, այդ մարմինների կառուցման և պրոյեկտման գործնական կանոններին:
- Փափազյանը սույն դասագրքում լուրջ աշխատանք է տարել նաև մաթեմատիկայի հայերեն տերմինաշինության գծով: Տերմինների կողքին բերում է նաև նրանց իտալերեն թարգմանությունները:

1 **Փափազեան Ի. Երկրաչափութիւն գործնական, Վենետիկ 1817, էջ 47-48:**

5. ԱՄԱՌՕՏ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ ԴՊՐԱՏԱՆ ՏՂՈՑ ՀԱՄԱՐ ՇԱՐԱԴՐԵԱՑ Հ. ԱԲՐԱՀԱՄ ՃԱՐԵԱՆ ՄԽԻԹԱՐԵԱՆՑ ՎԵՆԵՏԻԿ, 1843

Աբրահամ Ճարյանը (1819-1892) Մխիթարյան նշանավոր հայերից է: Նա երկար տարիներ աշխատել է Կ. Պոլսի Բերայի և Քաղկեդոնի, իսկ հետագայում Վենետիկի Ռափայելյան վարժարաններում որպես տեսուչ: Ժամանակակիցները նրան անվանում էին որպես «գիտնականի տիպար և փորձառու դաստիարակ», միաժամանակ նա տիրապետում էր դասական հունարենին և լատիներենին, ինչպես նաև եվրոպական հիմնական լեզուներին:

Ա. Ճարյանի գրչին են պատկանում բազմաթիվ պատմաբանական աշխատություններ, թարգմանություններ և դասագրքեր, որոնցից մեկն էլ սույն դասագիրքն է: Այն շարադրված է աշխարհաբար լեզվով և հարց ու պատասխանի (կատեխիզիկ) մեթոդով: Ունի առաջաբան, գծագրերի աղյուսակ [12 էջ, 193 գծագիր] և ցանկ, ընդամենը` 243 էջ:

Դասագիրքը բաղկացած է հետևյալ բաժիններից.

1. **Ընդհանուր գիտելիքները**, որտեղ շարադրված է հարթաչափությունը:
2. **Մակարդակաչափություն**, տարածաչափություն:
3. **Ուսումնական գործիքներ**:
4. **Հավելված**, որը պարունակում է գործնական առաջադրանքներ երկրաչափությունից:

Առաջաբանում հեղինակը նշում է, որ դասագիրքը հրատարակելիս նպատակ է դրել ընդգրկելու երկրաչափության հիմնական սկզբունքները և մյուս կողմից նյութը շարադրել այնպես, որ «դիւրիմաց ըլլայ, որ ոչ միայն վարժապետները քիչ աշխատանքով կարենան վրայեն դաս տալ, հապա ինչուան մեկը առանց վարժապետի ալ կարենայ սովորիլ...»: Այդ նպատակին հասնելու համար, շարունակում է հեղինակը, «առաջնորդ առինք Փարիզու թագաւորական դպրոցներու գործածած նոր և ընտիր երկրաչափութիւնը` բայց ան ալ բանական չսեպելով` շատ տեղ աւելի պարզեցինք, որ տղոց մտքին հարմար ըլլայ: Յաւելուած մըն ալ դրինք գործնական երկրաչափութեան, .»: Երկրաչափության հայերեն դասագրքերի պատմության մեջ Ա. Ճարյանն առաջինն է, որ խստագույնս պահանջում է «երկրաչափական ճշմարտությունները ապացուցվեն, վասնզի այդ ճշմարտություններն առանց յայտնի ապացուցյի ամենևին ուժ չունին ու մեռած կրնան սեպուիլ»:

1 Այս դասագրքի մասին տես նաև [3, էջ 201-208]:
2 Խոսքը` Լակրուայի [29] դասագրքի մասին է [Մ. Ս.]:

Դասագրքում յուրաքանչյուր տեսական նյութի շարադրանքին հաջորդում է գործնական վարժությունները, որոնց ճնշող մեծամասնությունը ուսուցման խնդիրներ են, իրենց յուրօրինակ լուծման մեթոդներով «երբ որ աշակերտները կըսորվին պատճառով ան ճշմարտությունները, որոնց վրայ վերը կարգաւ խօսեցանք, ան ատեն վարպետը (ուսուցիչը-

Մ.Ս.) պետք է տայ գործնական առաջարկություններ, որ տղոց միտքը շատ կըսրեն»: [7, էջ 44]:

Ա. Ճարյանը սույն դասագրքում մաթեմատիկայի տերմինաբանության գծով լուրջ աշխատանք է կատարել և ներմուծել է ֆրանսիական մետրական չափերի համակարգը:

6. ԽՈՆԱՐՀԱԳՈՅՆ ՈՒՍՈՒՄՆՈՒԹԻՒՆ ՉՈՐ ՅՕՐԻՆԵԱԼ Է Հ. ՂՈՒԿԱՍ ՏԷՐ ՏԷՐԵԱՆՑ Բ. ՏՈՄԱՐ ՊԱՐԶ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ ՎԻԵՆՆԱ 1846թ.

Ղ. Տերտերյանը Մխիթարյան հայերից է: Նա երկար տարիներ Մխիթարյան վարժարաններում դասավանդել է մաթեմատիկա, ֆիզիկա, օդերևութաբանություն և այլ առարկաներ իր կողմից կազմված լավագույն դասագրքերով, որոնցից մեկն էլ սույն դասագիրքն է: Այն փոքրածավալ է (11 սմ x 18,5 սմ չափսերով), ունի նախաբան, բաղկացած է երկու մասից՝ «հարթաչափութիւն» և «հաստատաչափութիւն» (տարածաչափություն), իսկ վերջում բերված են 162 գծագրեր 3 էջի վրա, ընդամենը 350 էջ:

Դասագրքի բովանդակությունն են կազմում ժամանակակից դպրոցական երկրաչափության տեսական և գործնական հարցերը: Ի տարբերություն նախորդ դասագրքերի նրա մեջ գծագրերը տեղադրված են շարադրվող նյութի տեքստում, որը շատ ավելի հեշտացնում է սովորողի աշխատանքը, իսկ մյուս կողմից ինչպես թեորեմների ապացուցման, այնպես էլ խնդիրների լուծման մեջ հեղինակը լայն տեղ է տալիս հանրահաշվական մեթոդին:

Դասագրքում հանդիպում են որոշ թեորեմների ապացուցման և խնդիրների լուծման յուրօրինակ և ռացիոնալ մեթոդներ:

Ղ. Տերտերյանի գործունեությունը դժվար է գերագնահատել մաթեմատիկական սիմվոլների և հայերեն տերմինների մշակման ու տարածման գծով: Նույնիսկ «Երեքանկյունաչափութիւն և հարածք կոնի», 1846, Վիեննա աշխատության հավելվածում բերված է մաթեմատիկայի հայերեն շուրջ 400 տերմինների ցուցակը, որոնց մի զգալի մասի հեղինակությունը պատկանում է իրեն:

1 Ա. Ճարյան, Համառոտ երկրաչափություն
2 Նրա մասին տես նաև [3, էջ 220-225]

Այդ դասագրքերի վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ նրանց հեղինակները երկրաչափության դպրոցական դասընթացը կառուցելիս հիմք են ընդունել Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» բովանդակությունը և ժամանակի գործնական պահանջներին համապատասխան երկրաչափության կիրառական հարցերը:

Ս. Պրոնյանը և Ղ. Տերտերյանը իրենց դասագրքերում լուրջ ուշադրություն են դարձնում երկրաչափական տեսական հարցերի սիստեմատիկ շարադրմանը, իսկ Հ. Թաշչյանը, Ի. Փափազյանը և Ա. Ճարյանը հիմնական ուշադրությունը նվիրելով կիրառական երկրաչափության հարցերին, որոշ թեորեմներ և կանոններ բերում են առանց ապացուցումների կամ երբեմն էլ ապացուցումները կատարում ցածր մակարդակով:

Ի տարբերություն Պրոնյանի և Փափազյանի դասագրքերի, Ղ. Տերտերյանը և Ա. Ճարյանը, հետևելով ժամանակի առաջավոր գիտամեթոդական մտքին, իրենց դասագրքերում ներմուծում են հանրահաշվական մեթոդը, որը շատ ավելի հեշտացնում է մի շարք բանաձևերի արտածման և խնդիրների (կառուցման և հաշվման) լուծման հարցերը: Նրանց մեջ բերված երկրաչափական նյութի ծավալը համապատասխանում է ժամանակի լավագույն դասագրքերում (Լեժանդր, Բեզու, Լակրուա) տրվածներին:

Նշված դասագրքերում կիրառված մաթեմատիկական տերմինները հիմնականում վերցված են ված են Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» հայերեն թարգմանված և դպրոցական տարբերակներից:

Նրանց հեղինակները լուրջ աշխատանքներ են կատարել հայկական տերմինների ներմուծման, մշակման և տարածման ուղղությամբ: Այստեղ առանձնապես պետք է ընդգծել Ս. Պրոնյանի ծառայությունները, որի դասագիրքը ոչ միայն իր գիտամեթոդական կառուցվածքի, այլև հայերեն տերմինների ներմուծման և մշակման տեսակետից հիմք է հանդիսացել երկրաչափության հետագա դասագրքերը կազմելու համար:

Նշված դասագրքերը օժտված են նաև մի շարք թերություններով. նրանցում քիչ տեղ է տրված զննականության հարցերին, գծագրերը բերված են հավելվածներում, նշանակումները՝ կատարված հայկական տառերով, ինքնուրույն աշխատանքի համար նախատեսված խնդիրների քանակը քիչ է և այլն:

19-րդ դարի կեսերին երկրաչափության հայ մեթոդական միտքն ապրում էր իր որոնումների շրջանը: Հայ մեթոդիստները և հեղինակները ամենայն լրջությամբ են սկսում ուսումնասիրել եվրոպական և ռուսական առաջավոր դպրոցների փորձն ու դասագրքերը:

1 Տես օրինակ՝ մեր հոդվածը՝ «Բուրգի ծավալի բանաձևի արտածման մի տարբերակ», «Մաթեմատիկան և ֆիզիկան դպրոցում» , 1975, №. 2, էջ 44-45 (Մ.Ս.):

Ահա թե ինչու հայկական դպրոցներում երկրաչափությունը ժամանակի պահանջներին համեմատ դասավանդելու և օտարերկրյա առաջավոր մեթոդիստների փորձերը հայ մանկավարժական լայն շրջանների ուսումնասիրման առարկա դարձնելու նպատակով 1860-ական թվականներից սկսած թարգմանվում են մի շարք լավագույն դասագրքեր՝ 1, 2, 5, 8, 19 և այլն:

Նշված ժամանակաշրջանում հայ հեղինակները ստեղծագործաբար կիրառելով ինչպես հայերեն նախորդ (Պրոնյանի, Փափազյանի, Մինասյանի, Տերտերյանի), նույնպես և ֆրանսիական (Տալսեմի, Ամիոյի, Պրիսի, Վազանի, Սոնեյի և այլն), գերմանական (Մոշնիկի, Թիլոյի, Դիստերվեգի և այլն) և ռուսական (Դավիդովի և այլն) երկրաչափության ժամանակի լավագույն դասագրքերը, կազմել են 9, 13, 6, 16 և այլ արժեքավոր դասագրքեր:

19-ՐԴ ԴԱՐԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԵՍԻ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՀԱՅԵՐԵՆ ՏՊԱԳԻՐ ԴԱՍԱԳՐՔԵՐԻ ՀԱՄԱՌՈՏ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

19-րդ դարի երկրորդ կեսը երկրաչափության դպրոցական դասընթացի ինտենսիվ մշակման ժամանակաշրջանն էր: Երկրաչափության դասագրքերի հայ հեղինակները (Հ. Պապիկյան, Վ. Հազարապետյան, Մ. Սահակյան, Հ. Փալազաշյան, Մ. Տեր-Սարգսյան և այլն), ելնելով ժամանակի կյանքի պահանջներից, հիմք ընդունելով մաթեմատիկայի, նրա դասավանդման մեթոդիկայի, մանկավարժության և հոգեբանության բնագավառներում ձեռք բերված բացառիկ նվաճումները, ինչպես նաև հաշվի առնելով հայրենի, ռուսական և եվրոպական (հատկապես ֆրանսիական և գերմանական) դպրոցների փորձը, նշված ժամանակաշրջանում հասան լուրջ հաջողությունների: Նրանց դասագրքերի շարադրման մեթոդները լուրջ փոփոխությունների ենթարկվեցին՝ դարձան գիտականորեն առավել խիստ: Բավականին բարձրացավ այդ դասագրքերի գիտական մակարդակը՝ շնորհիվ երկրաչափական ձևափոխությունների գաղափարների և սահմանների տեսության ներմուծման և այլն:

Ի միջի այլոց, ինչպես երկրաչափության, այնպես էլ թվաբանության և հանրահաշվի դասագրքերի հայ հեղինակները ժամանակի միջնակարգ դպրոցների առաջավոր ուսուցիչներ էին (օրինակ, Հ. Պապիկյանը և Մ. Սահակյանը՝ Ռափայելյան վարժարանի, Վ. Հազարապետյանը՝ Կ. Պոլսի Սկյուտարի ճեմարանի, Մ. Տեր-Սարգսյանը՝ Գևորգյան ճեմարանի և այլն): Այդ հանգամանքը խոսում է մաթեմատիկայի բազմաթիվ շարքային ուսուցիչների ստեղծագործական ակտիվության և գիտական հասունության մասին:

Քննարկվող ժամանակաշրջանում հայերեն լեզվով հրատարակված երկրաչափության դասագրքերից մեզ հայտնի են 10-ը, որոնցից 5-ը (Ֆ. Մոշնիկի, Լ. Թիլոյի, Ա. Դիստերվեգի, Քարթանթիեյի և Ա. Դավիդովի) ֆրանսիական, գերմանական և ռուսական լավագույն դասագրքերի թարգմանություններն են, իսկ մնացածը հայ հեղինակների ինքնուրույն դասագրքերը, կազմված եվրոպական (առանձնապես ֆրանսիական և գերմանական) և ռուսական լավագույն դասագրքերի հիման վրա:

Սույն հոդվածի ծավալը հնարավորություն չի ընձեռում կանգ առնելու քննարկվող ժամանակաշրջանի երկրաչափության հայերեն դասագրքերի գիտամեթոդական վերլուծության վրա: Այստեղ բավարարվենք միայն նրանց կառուցվածքի և բովանդակության համառոտ բնութագրումով:

1. Տարրեր չափաբերութեան, ի պէտս ազգային վարժարանաց: Յօրինեաց Հ. Հմայակ, Վ. Պապիկեան, ի Մխիթարեան ուխտէն, Երկրաչափութիւն, Մասն Ա. ի Վիեննետիկ, 1858թ.

Սույն աշխատությունը Ղ. Տերտերյանի «Երկրաչափութիւն» դասագրքից հետո հաջորդն է՝ շարադրված ոչ խրթին գրաբարով, սակայն գիտական բարձր մակարդակով: Այն ներկայացնում է երկրաչափության առաջին մասը՝ «Մակարդակաչափութիւն», (Հարթաչափությունը): Ըստ երևույթին, հեղինակը կազմել է նաև նրա երկրորդ մասը, սակայն մատենագրական աղբյուրներում այդ մասին հիշատակություն չկա: Դասագիրքն ունի «նախաշավիղ» (նախաբան), որտեղ բերված են երկրաչափության նախնական հասկացությունների սահմանումները և Էվկլիդեսի «Սկզբունքների», թվաբանական կարգի աքսիոմները: Դասագրքի բովանդակությունն են կազմում երկրաչափության դպրոցական ժամանակակից դասընթացի հարթաչափության հարցերը, որոնք զետեղված են 10 գլուխներում, ընդամենը 183 էջ: Այն ունի նաև հավելված, որտեղ բերված են դասագրքում ապացուցված թեորեմների և լուծված խնդիրների վերաբերյալ շուրջ 145 գծագրեր: Պապիկյանի դասագրքում հատուկ ուշադրություն են արժանացել ժամանակակից երկրաչափության այնպիսի հարցեր, ինչպես՝ շարժման մեթոդը առանձին սահմանումների և թեորեմների ապացուցման մեջ, կառուցման խնդիրները, տեղանքի վրա չափումներ կատարելու և այլ հարցեր: Դասագիրքն ուշագրավ է նաև իր արտաքին ձևավորմամբ և տառատեսակների բազմազանությամբ:

2. Տարերք չափաբերութեան, համառօտ երկրաչափութիւն, ի պէտս ազգային դպրոցաց, երկրասիրեաց Հ. Մեսրոպ Սահակեան, Մասն առաջին, Վենետիկ, 1886թ.

Սա ու աշխարհաբար լեզվով հրատարակված երկրաչափության հայերեն երկրորդ դասագիրքն է [7]-ից հետո գրված ժամանակի ֆրանսիական միջնակարգ, դպրոցների երկրաչափության ծրագրերին համապատասխան և Ամիոյի երկրաչափության դասագրքի հիման վրա, որն ինչպես հեղինակն է գրում, ժամանակի ֆրանսիական դասագրքերից լավագույնն է:

Դասագիրքը իր բովանդակությամբ և շարադրանքով շատ նման է Ա. Նիսելյովի «Տարրական երկրաչափության» առաջին մասին՝ հարթաչափությանը: Այն բաղկացած է 163 էջից, ունի «ընդհանուր գիտելիք» բաժինը, որտեղ տրված են երկրաչափության նախնական հասկացությունների սահմանումները, իսկ հավելվածում բերված են դասագրքում կիրառված մաթեմատիկական տերմինների ցուցակը հայերեն և ֆրանսերեն լեզուներով, ապա ցանկը:

Դասագիրքն ունի չորս գլուխ, որոնք ստորաբաժանվում են 26 պարագրաֆների: Յուրաքանչյուր գլխի վերջում բերված են տեսական և գործնական բնույթի խնդիրներ, նախ իրենց լուծումներով, ապա առանց լուծումների՝ ինքնուրույն աշխատանքի համար:

Ի տարբերություն նախորդ դասագրքերի, այն օժտված է հետևյալ առանձնահատկություններով. ա) երկրաչափության հայերեն (հայ հեղինակների) դասագրքերի պատմության մեջ առաջին անգամ գծագրերը զետեղված են շարադրվող նյութի տեքստում: բ) լուրջ տեղ է տրված կառուցման խնդիրների, երկրաչափական տեղերի, սիմետրիկության, հատվածների (համաչափելի «չափակից», և անհամաչափելի «անչափակից») չափման, երկրաչափական գործիքների (քանոն, կարկին, անկյունաչափ, ուղղաչափ և այլն) կիրառման, հոմոտետիայի, սահմանների մեթոդի կիրառման և այլ հարցերին, որոնց մի մասը նորություն էր երկրաչափության հայերեն դասագրքերում:

3. Տեսական և գործնական երկրաչափութիւն, նոր դրութիւն երկրորդական / վարժարանաց համար, Ա. տարի: Աշխատասիրեաց Վահան Ս. Հազարապետեան. Կ. Պոլիս, 1887.

Սույն աշխատությունն իր գիտամեթոդական կառուցվածքով Մ. Սահակյանի երկրաչափության դասագրքին շատ մոտ է: Հազարապետյանը լինելով Պերպերյան վարժարանի (Կ. Պոլիս) նախկին սան, այն նվիրել է իր սիրելի ուսուցիչ Ռ. Պերպերյանին:

Լուրջ տեղ տալով գիտությանը, հեղինակը անվանաթերթիկում բերում է Ռ. Պերպերյանի հետևյալ բնաբանը. «Ազգերը երջանիկ և մեծ ապրելույ համար լուսոյ կը կարոտին, գիտության լուսոյն որ այնպես է բարոյական աշխարհին համար, ինչ որ է արեգակն լույսն նյութական աշխարհին»:

19-րդ դարի երկրորդ կեսին արևմտահայ հատվածում (առանձնապես Կ. Պոլսում և նրա շրջակայքում) կային ֆրանսիական տիպի, այսպես կոչված երկրորդական (հայկական) վարժարաններ: Սույն աշխատությունը նախատեսված է դպրոցների համար:

Ինչպես տեսանք վերևում, Մ. Սահակյանի դասագիրքը իր գիտամեթոդական կառուցվածքով մի առաջընթաց քայլ էր՝ նախորդ դասագրքերի (Տերտերյան, Պապիկյան և այլն) համեմատ իսկ Հազարապետյանի սույն աշխատությունը՝ համեմատած Մ. Սահակյանի երկրաչափության դասագրքի հետ, մի քայլ առաջ էր իր կիրառական սկզբունքների տեսակետից: Ահա թե ինչու դասագրքի տիտղոսաթերթիկում ընդգծված է «նոր դրութիւն» դարձվածքը:

Վ. Հազարապետյանը սույն աշխատության հիմքում, երկրաչափության հայերեն նախորդ դասագրքերից բացի, դրել է նաև իր ժամանակի ֆրանսիական երկրորդական վարժարանների համար գրված հռչակավոր Տալեմի, ինչպես նաև Ամիոյի, Պրիոյի, Վաքանի, և Սոնեյի երկրաչափության լավագույն դասագրքերը: Հետևելով Տալեմին, Հազարապետյանը երկրաչափության դպրոցական դասընթացը բաժանում է երեք մասի. Ա. տարին նախատեսնում է անցնել մինչև մակերեսների չափումը (սույն աշխատությունը): Բ. տարին հարթաչափության մնացած մասը հողաչափության օրենքները: Գ. տարին «Միջոցի երկրաչափութիւն», /տարածաչափություն/:

Պետք է նշել, որ չնայած Հազարապետյանը առաջաբանում գրում է, որ «... Բ. և Գ. տարիներն ևս զորս պատրաստ ունիմք արդեն և պիտի յանձնեմք տպագրության» սակայն մատենագրական գոյություն ունեցող աղբյուրներում այդ մասին մեր կողմից ոչինչ չի հայտնաբերվել:

Դասագիրքն ունի «Յառաջաբան», [4 էջ], «ցանկ նիւթոց», [3 էջ] և բաղկացած է 8 գլխից, ընդամենը՝ 166 էջ: Այն միաժամանակ մեթոդական ուղեցույց է և խնդրագիրք: Ինչպես առաջաբանում, այնպես էլ առանձին էջերի տողատակում տրված են մեթոդական բնույթի լուրջ դիտողություններ: Այն պարունակում է շուրջ 80 տեսական և գործնական բնույթի՝ հաշվման, ապացուցման և կառուցման խնդիր: Նրանում լուրջ ուշադրության են արժանացել «երկրաչափական տեղերի», «համաչափության», «սահմանների» և այլ հարցեր:

Ուշագրավ են մի շարք թեորեմների ապացուցման դյուրըմբռնելի և պատկերավոր եղանակները:

Յ.Գ. ՓԱԼԱԳԱՃԵԱՆ

Նախատերերք գործնական երկրեչափութեան և գծագիտութեան /տարրական և միջին դասընթաց/ Կ. Պոլիս 1900թ.:

Հովնան Փալագաշյանը 19-րդ դարի վերջերին Կ. Պոլսում մաթեմատիկայի ճանաչված ուսուցիչ և ազգային վարժարանների «կրթական տեսուչ» էր: Նրա գրչին են պատկանում

«Թուագիտութեան նոր դասընթացը», «Երկրաչափութիւն բարձր դասընթացը», «Գրահաշուոյ տարրական սկզբունք», և այլ ձեռնարկներ, որոնց մասին հիշատակված է քննարկվող դասագրքի վերջին էջում, սակայն նրանց մի մասը մեր ձեռքի տակ չենք ունեցել:

Սույն դասագիրքը ներկայացնում է երկրաչափության նախագիտելիքների դասընթաց՝ նախատեսված տարրական և միջին դասարանների համար և նպատակ ունի աշակերտներին նախապատրաստելու երկրաչափության սիստեմատիկ դասընթացին: Այն փոքրածավալ է և բաղկացած է երեք մասից: Առաջին մասում տրված է առաջաբան և բերված «ազգային վարժարանաց երկրաչափության կրթական ծրագիրը», հաստատված Կ. Պոլսի ուսումնական խորհրդի կողմից: Երկրորդ գլխում տրված են տարրական երկրաչափության տեսական և գործնական հարցերը, որտեղ լուրջ տեղ են զբաղեցնում փորձը և ինտուիցիան: Երրորդ գլխում տրված են 2-րդ գլխում բերված հարցերի կիրառությունները, որտեղ հեղինակն աշակերտներից պահանջում է ոչ միայն գծագրական գործիքների օգնությամբ, այլև առանց նրանց կառուցելու ուղիղ, շրջագիծ և այլ պատկերներ, աշակերտների ստեղծագործական ունակությունները զարգացնելու նպատակով:

Դասագիրքը կազմված է 59 էջից և պարունակում է շուրջ 125 գծագիր:

ՀԱՄԱՌՕՏ ՁԵՌՆԱՐԿ
ԳԾԱԳՐՈՒԹԵԱՆ

(123 գծագրական ձևերով) Հայ ուսումնարանների համար
Աշխատասիրեաց Մակար Տեր-Սարգսեանց
ի Վաղարշապատ ի տպարանի սրբոյ Կաթողիկէ Էջմիածնի, 1874թ.

Գևորգյան ճեմարանի նախկին շրջանավարտ, Ալեքսանդրապոլի Երկսեռ և Սահականուշյան օրիորդաց դպրոցների մաթեմատիկայի և գծագրության ուսուցիչ Մակար Տեր-Սարգսյանը դեռ վաղ հասակում զրկվելով ծնողներից դաստիարակվել է իր հորեղբոր՝ Սուքիաս վարդապետ Պարգյանի մոտ, որը երկար տարիներ աշխատել է Աստրախանում որպես թեմական առաջնորդ, ապա Էջմիածնի ուսումնական հանձնաժողովի նախագահ:

Սույն աշխատությունը հեղինակի կողմից նվիրված է Ս. Վրդ. Պարգյանին: Այն գծագրության հայերեն առաջին ձեռնարկն է, որով երկար տարիներ առաջնորդվել են արևելահայ դպրոցներում:

Գծագրությունը մինչև 19-րդ դարի կեսերը հայկական դպրոցներում դասավանդվել է երկրաչափության հետ միասին: Ահա, այդ է պատճառը, որ երկրաչափության հայերեն համարյա բոլոր դասագրքերում ներմուծված են գծագրությանը վերաբերող բաժիններ:

19-րդ դարի երկրորդ կեսին, հայկական դպրոցներում, գծագրությունն արդեն դասավանդվում էր որպես ինքնուրույն առարկա: Մակար Տեր-Սարգսյանը հաշվի առնելով գծագրության դասագրքի խիստ անհրաժեշտությունը ձեռնամուխ եղավ սույն աշխատության հրատարակմանը:

«Աչքի առջև ունենալով մեր ուսումնարանների դասագրքերից զուրկ լինելը և սորանից յառաջացած վնասակար ազդեցութիւնը հայ մանկտւոյ վերայ, պարտք համարեցինք մեր կարողութեանը չափ օգնել նոցա՝ ընծայելով մեր «Համառօտ ձեռնարկ գծագրութեան» անուանեալ գրքույկը, որով յոյս ունիմք օգնել մասմբ հայ մանուկներին» - գրում է նա «Յառաջաբանում»: Դասագիրքը հեղինակի կողմից գրվել է ռուսերեն՝ Գլավինսկու և Սկինոյի աշխատությունների հիման վրա: Այն ունի «Յառաջաբան», վերջում՝ բերված է կիրառված մաթեմատիկական տերմինների ցուցակը, իսկ նյութը բաժանված է 6 գլուխների:

Առանձին հետաքրքրություն է ներկայացնում դասագրքի առաջին գլխի «խօսակցութիւններ կանոնաւոր մարմինների վերայ նկատողական ձևով» շարադրանքը, որը կատարված է կատեխիզիկ մեթոդով և նպատակ ունի աշակերտների մոտ մշակելու գծագրության վերաբերյալ լեզվական կուլտուրա: Դասագրքում հեղինակը բազմաթիվ մեթոդական ցուցումներ է տալիս ուսուցիչներին: Դասագրքում տրված են գծագրական գործիքների և նրանց կիրառման եղանակների, գծերի, անկյունների, երկրաչափական պատկերների համառոտ տեսությունը, գծագրման և չափման եղանակները:

Յուրաքանչյուր գլխի վերջում տրված են կառուցման, հաշվման խնդիրներ և հարցեր թեման ամփոփելու համար:

Հեղինակը լուրջ աշխատանք է տարել դասագրքում նաև մաթեմատիկական և գծագրական տերմինների մշակման և տարածման ուղղությամբ: «Յառաջաբանում» Տեր-Սարգսյանը գրում է.

«Որովհետև մեզանում չեն եղել մինչև այսօրս այս առարկային վերաբերյալ դասագրքեր, ուստի և գրքույկի վերջում դնում ենք մեր գործ ածած այն բառերի ռուսերեն թարգմանութիւնը, որք կարծում ենք թե խորթ կթուին ուսուցչաց և աշակերտաց»:

Մակար Տեր-Սարգսյանի գծագրության սույն դասագիրքը իր ժամանակի գծագրության հայերեն միակ ձեռնարկը լինելով հանդերձ չի զիջել ժամանակի տարրական գծագրության ռուսերեն և եվրոպական լեզուներով հրատարակված լավագույն ձեռնարկներին, ինչպես իր գիտա-մեթոդական, այնպես էլ շքեղ ձևավորման տեսակետից:

Մինչև 19-րդ դարի վերջերը հրատարակված երկրաչափության հայերեն դասագրքերի ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս, որ հայկական դպրոցներում երկրաչափության դասավանդման մեթոդիկայի տեսական մակարդակի բարձրացման շարժման մեջ ակնառու են երկու հոսանք:

Առաջին. կարելի է անվանել **«ակադեմիական»** Ս. Պրոնյանի գլխավորությամբ: Այդ հոսանքի առանձնահատկությունը կայանում է Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» մեթոդական կատարելագործման մեջ, այն համապատասխանեցնելով ժամանակի դպրոցի պահանջներին, հիմնականում պահպանելով Էվկլիդեսի «Երկրաչափությունը շարադրել միայն երկրաչափորեն» պահանջը:

Զգտելով երկրաչափության նյութի ավելի կատարյալ շարադրմանը, այդ հոսանքի ներկայացուցիչները (Ս. Պրոնյան, Ա. Ճարյան, Հ. Պապիկյան և այլն) իրենց դասագրքերում քիչ ուշադրություն են դարձնում դիդակտիկական պահանջներին, աշակերտների տարիքային առանձնահատկությունների հարցերին: Նրանք իրենց դասագրքերը կազմելիս միշտ չեն գնահատում երկրաչափության ուսուցման պրոցեսում սովորողների կողմից կատարվող ընկալման հոգեբանական առանձնահատկությունները: Վերջապես այդ դասագրքերը ծավալուն են և նրանց մաթեմատիկական լեզուն թույլ է մշակված:

Երկրորդը կարելի է անվանել «**Դիդակտիկական**», որը միանգամայն տարբերվում է առաջինից: Այդ հոսանքի ներկայացուցիչներն են 19-րդ դարի երկրորդ կեսի մեթոդիստներ Մ. Սահակյանը, Վ. Հազարապետյանը, Հ. Փալազաշյանը և այլք: Նրա առանձնահատկությունը կայանում է «երկրաչափությունը երկրաչափորեն» ավանդական պահանջից հրաժարվելու և կիրառական երկրաչափության ներմուծման մեջ: Օրինակ, նկարագրելով քննարկվող ժամանակաշրջանում երկրաչափության դասավանդման վիճակը, Վ. Հազարապետյանը գրում է. «Ազգային վարժարանաց մեջ կավանդուի երկրաչափութիւնն զուտ տեսական, դասախօսութեանց ամբողջ շրջանին մէջ վերացական նախադասութեանց անվերջանալի շարքեր մին քան զմիւսն ելանելով՝ կուզան խճողիլ պատանւոյ մտաց մէջ, և պատանին առանց ըմբռնելոյ այդ անվերջանալի վերացական տեսութեանց իմաստն՝ կը սովրի մեքենաբար»:

Հեղինակը գտնում է, որ «պատանին կը սիրէ գործնականն և իրականն և կը խորշի վերացականէն և տեսականէն», ուստի և պահանջվում է երկրաչափական նյութն անցնելիս զուգահեռաբար տալ նաև նրա գործնական կիրառությունները: Դրան համապատասխան Հազարապետյանը կազմում է իր «նոր դրութեամբ» երկրաչափության դասագիրքը «ուր տեսականն խառն ընդ գործնականին կուզայ բառնալ ընդ միշտ վերոգրեալ անպատեհութիւնը հարթելով աշակերտին առանց երկրաչափութեան ամեն խոչընդոտ»:

«Դիդակտիկական» հոսանքի ներկայացուցիչները իրենց դասագրքերում առաջին պլանի վրա են մղում երկրաչափական նյութի ընտրության, նրա բնույթի և գիտական շարադրման դիդակտիկական պահանջների հարցերը, միաժամանակ լուրջ տեղ տալով երկրաչափական ձևափոխություններին, կատարելագործելով ապացուցման մեթոդները: Սկսած Մ. Սահակյանի երկրաչափության դասագրքից, անհրաժեշտ գծագրերը հավելվածից տեղափոխվում են բուն նյութի մեջ, ինքնուրույն լուծման խնդիրները կազմում են արդեն դասագրքերի անբաժանելի մասը: Լուրջ մշակման են ենթարկվում երկրաչափության նախնական հասկացությունների սահմանումները, մուծվում են սահմանների, մակերեսների չափման տեսությունները, ինչպես նաև տարածաչափության կառուցման հիմնական սկզբունքները: Վերջապես ուշադրվում և մշակման են ենթարկվում երկրաչափության հայերեն տերմինները, լուրջ աշխատանքներ են տարվում նյութի շարադրանքը սովորողների տարիքային առանձնահատկություններին համապատասխանեցնելու և նրանց ստեղծագործական ունակությունները զարգացնելու ուղղությամբ և այլն:

Գրականության ցանկ

1. ***Դավիդով Ա.***, Տարրական երկրաչափութիւն, մասն 1-ին, Թիֆլիս, 1883:
2. ***Դիստերվեգ Ա.***, Սկզբունք երկրաչափութեան, Ալեքսանդրապոլ, 1876:
3. ***Եզանյան Ա.Մ.***, Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և մաթեմատիկայի դասավանդումը հայոց դպրոցներում 7-րդ դարից մինչև 19-րդ դարի առաջին կեսը, թեկն. դիս., Երևան, 1959:
4. ***Թաղեան Յակոբ /Ջուղայեցի/***, Գրքոյկ երկրաչափական, Մադրաս, 1792:
5. ***Լուդովիկոս Թիլո***, Սկզբնական դասագիրք պարզ ուսողութեան, Վիեննա, 1868:
6. ***Հազարապետեան Վ.***, Տեսական և գործնական երկրաչափութիւն, Կ. Պոլիս, 1887:

7. ***Ճարեան Ա.***, Համառօտ երկրաչափութիւն դպրատան տղոց համար, Վենետիկ, 1843:
8. ***Մոշնիկ***, Տարերք երկրաչափութեան, Վիեննա, 1864:
9. ***Պապիկեան Հ.***, Երկրաչափութիւն, Վենետիկ, 1858:
10. ***Պետրոսյան Գ.Բ.***, Մաթեմատիկան Հայաստանում հին և միջին դարերում, Երևան, 1959:
11. ***Պետրոսյան Գ.Բ. և Աբրահամյան Ա.Գ.*** (կազմողներ), «Երկրաչափութիւն Եւկլիտին», Երևան, 1962:
12. ***Պրոնյան Ս.***, Երկրաչափութիւն երիս գիրս բաժանեալ, Վենետիկ, 1794:
13. ***Սահակեան Մ.***, Համառօտ երկրաչափութիւն, Վենետիկ, 1886:
14. ***Ստեփանյան Մ.Մ.***, Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և նրա դասավանդման հարցերը հայկական դպրոցներում 19-րդ դարի 2-րդ կեսին, թեկն. դիս., Երևան, 1973:
15. **«Տախտակք ընդօրինակութեան գրոց»**, Վենետիկ, 1814:
16. ***Տեր-Սարգսեանց Մ.***, Համառօտ ձեռնարկ գծագրութեան, Էջմիածին, 1874:
17. ***Տերտերեան Ղ.***, Պարզ երկրաչափութիւն, Վիեննա, 1846:
18. ***Փափազեանց Ի.***, Երկրաչափութիւն գործնական, Վենետիկ, 1817:
19. ***Քարթանիթիկյ Տ.Բ.***, Երկրաչափութիւն, Վենետիկ, 1872:
20. ***Давидов А.***, Элементарная геометрия, 1864.
21. ***Евклид***, "Начала" пер. Д.Д. Мордухай-Болтовского, М-Л, 1948, 1949гг.
22. ***Каган В.Ф.***, Основания геометрии, ч. I, М-Л, 1949г.
23. ***Лакруа***, Основания геометрии, СПБ, 1829.
24. ***Степанян М.М.***, Армянские учебники математики и вопросы ее преподавания в армянских школах во второй половине XIX века. автореферат канд. дис. Ереван 1973г.

h/h	**Հ Ե Ղ Ի Ն Ա Կ Ը**	**Գ Ր Ք Ի Ա Ն Վ Ա Ն ՈՒ Մ Ը**	**ՀՐԱՏ. ԹԻՎԸ**	**ՀՐԱՏ. ՎԱՅՐԸ**
1.	Թաղեան Հակոբ /Ջուղայեցի/	Գրքույկ երկրաչափական	1792	Մադրաս
2.	Պրոնեան Սահակ	Երկրաչափութիւն երիս գիրս բաժանեալ	1794	Վենետիկ
3.		Տախտակք ընդօրինակութեան գրոց	1814	Վենետիկ

հ/հ	Հ Ե Ղ Ի Ն Ա Կ Ը	Գ Ր Ք Ի Ա Ն Վ Ա Ն ՈՒ Մ Ը	ՀՐԱՏ. ԹԻՎԸ	ՀՐԱՏ. ՎԱՅՐԸ
4.	Փափազեան Իգնատիոս	Երկրաչափութիւն գործնական	1817	Վենետիկ
5.	Ճարեան Աբրահամ	Համառօտ երկրաչափութիւն	1843	Վենետիկ
6.	Տերտերեան Ղուկաս	Երկրաչափութիւն	1846	Վենետիկ
7.	Պապիկեան Հմայակ	Տարերք չափաբերութեան, երկրաչափութիւն	1858	Վենետիկ
8.		Երկրաչափութեան տարերք	1874	Կ. Պոլիս
9.	Հազարապետեան Վահան	Տեսական եւ գործնական երկրաչափութիւն	1887	Կ. Պոլիս
10.	Նուշուտեան Հ.	Երկրաչափութիւն	1896	Կ. Պոլիս
11.	Սահակեան Մեսրոպ	Երկրաչափութիւն		
12.	Գաւաֆեան Գարեգին	Գծագիտութիւն		
13.	Տեր-Սարգսեան Մակար	Համառօտ ձեռնարկ գծագիտութեան	1874	Էջմիածին
14.	Փալագաշեան Հ.	Նախատարերք գործնական երկրաչափութեան եւ գծագիտութեան	1900	Կ. Պոլիս

1	**2**	**3**	**4**	**5**
		Թ Ա Ր Գ Մ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն Ն Ե Ր		
1.	Մոչնիկ Փ.	Տարերք երկրաչափութեան /թարգմ. գերմաներենից/	1864	Վիեննա
2.	Թիլո Լուդովիկոս	Սկզբն. դասագիրք պարզ ուսողութեան /կանոն. երկրաչ. և եռանկյ./ թարգմ. անգլերենից	1868	Վիեննա
3.	Քարթանթիեյ Տ. Բ.	Երկրաչափութիւն	1872	Վենետիկ
4.	Դիստերվեգ Ադոլֆ	Սկզբունք երկրաչափութեան /թարգմ. գերմաներենից/	1876	Ալեքսպոլ
5.	Դավիթով Ա.	Տարրական երկրաչափութիւն /թարգմ. ռուսերենից/	1883	Թիֆլիս

Ծանոթագրություններ.

1. Սույն տեղեկատուն ընդգրկում է բերված աշխատանքների միայն առաջին հրատարակությունները և կազմված է մատենագիտական բազմաթիվ աղբյուրների մանրազնին ուսումնասիրությունների հիման վրա:
2. Աստղանիշով նշված աշխատությունները մեր ձեռքի տակ չեն եղել:

19-ՐԴ ԴԱՐԻ ՀԱՅԵՐԵՆ ՏՊԱԳԻՐ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԱԳՐՔԵՐ

Մովսես Միխայլովիչ Ստեփանյան

Ամփոփում: Այս հոդվածը քննարկում է երկրաչափության դասավանդման մեթոդական մտքի զարգացման համառոտ պատմությունը և դրա ազդեցությունը երկրաչափության վերաբերյալ հայկական կրթական գրականության զարգացման վրա: Երկրաչափությունը, որպես ակադեմիական առարկա, դասավանդվել է հայկական դպրոցներում հնագույն ժամանակներից:

Մինչև 18-րդ դարի վերջը այն դասավանդվում էր Էվկլիդեսի «Սկզբունքներ» աշխատության ձեռագիր թարգմանություններից (Գ. Մագիստրի և Գ. Կեսարեցու կողմից):

Ընդհանուր մեկնաբանություններ են տրվում Էվկլիդեսի կողմից «Սկզբունքներ» աշխատության ներկայացման բնույթի վերաբերյալ: 18-րդ դարի երկրորդ կեսին և 19-րդ դարի սկզբին, ժամանակի առաջադեմ ֆրանսիական մեթոդաբանական գաղափարների ազդեցությամբ և Բեզուի, Լեժանդրի և Լակրուայի դասագրքերի հիման վրա, հայ հեղինակները (Ա. Թաղիյան, Ս. Պրոնյան, Փափազյան, Ա. Չարյան, Գ. Տերտերյան) կազմել են արժեքավոր դասագրքեր: 19-րդ դարի երկրորդ կեսին երկրաչափության դասավանդման ոլորտում հայկական մեթոդական միտքը ձեռնամուխ եղավ նոր հետազոտությունների:

Հայ մեթոդաբաններն ու առաջատար ուսուցիչները ուսումնասիրեցին եվրոպական և ռուսական առաջադեմ դպրոցների դասագրքերն ու գործելակերպը: Ժամանակի լավագույն ֆրանսիական, գերմանական և ռուսական երկրաչափության դասագրքերը՝ Կարբանտիզի, Մոշնիկի, Լ. Թիլոյի, Ա. Դիստերվեգի և Ա. Դավիդովի, թարգմանվեցին հայերեն: Վերջապես, ստեղծագործաբար վերամշակելով ինչպես նախորդ հայկական, այնպես էլ լավագույն եվրոպական և ռուսական դասագրքերը, հայ հեղինակները (Ա. Պապիկյան, Մ. Սահակյան, Վ. Ազարապետյան, Ա. Ֆալազաշյան, Մ. Տեր-Սարկիսյան և ուրիշներ) կազմել են երկրաչափության բնօրինակ դասագրքեր:

Հոդվածում ներկայացված են այդ հեղինակների դասագրքերի կառուցվածքի և գիտական և մեթոդական շրջանակների համառոտ նկարագրությունները:

Բանալի բառեր: 19-րդ դարի երկրորդ կես, մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքեր, կրթություն, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթաց:

ARMENIAN PRINTED GEOMETRY TEXTBOOKS OF THE 19TH CENTURY

Movses Mikhail Stepanyan

Summary. This article examines a brief history of the development of methodological thought in teaching geometry and its influence on the development of Armenian educational literature on geometry. Geometry, as an academic subject, has been taught in Armenian schools since ancient times. Until the end of the 18th century, it was taught from manuscript translations of Euclid's Elements (by G. Magister and G. Kesaretsi). General comments are given on the nature of Euclid's presentation of the Elements. In the second half of the 18th and early 19th centuries, influenced by the advanced French methodological ideas of the time and based on the textbooks of Bezout, Legendre, and Lacroix, Armenian authors (A. Taghiyan, S. Pronyan, Papazyan, A. Charyan, G. Terteryan) compiled valuable textbooks.In the second half of the 19th century, Armenian methodological thought in the field of teaching geometry embarked on new research. Armenian methodologists and leading teachers studied the textbooks and practices of advanced European and Russian schools. The best French, German, and Russian geometry textbooks of the time, by Karbantiz, Moshnik, L. Thilo, A. Diesterweg, and A. Davidov, were translated into Armenian.

Finally, creatively reworking both previous Armenian and the best European and Russian textbooks, Armenian authors (A. Papikyan, M. Sahakyan, V. Azarapetyan, A. Falagashyan, M. Ter-Sarkisyan, and others) have compiled original geometry textbooks. The article provides brief descriptions of the structure and scientific and methodological frameworks of the textbooks by these authors.

Keywords: Second half of the 19th century, Armenian mathematics textbooks, education, mathematics teaching process.

АРМЯНСКИЕ ПЕЧАТНЫЕ УЕБНИКИ ГЕОМЕТРИИ 19-го ВЕКА

Мовсес Михаилович Степанян

Резюме. В статье рассматривается краткая история развития методической мысли преподавания геометрии и ее влияние на развитие армянской учебной литературы по геометрии. Геометрия, как учебный предмет, преподавалась в армянских школах с древнейших времен.До конца 18-го века она преподавалась по рукописным переводам "Начал" Евклида (Г. Магистра и Г. Кесареци). Даны общие замечания о характере изложения "Начал" Евклидом. Во второй половине 18-го и в начале 19-го века под воздействием передовых французских методических идей того времени и на основании учебников Безу, Лежандра и Лакруа, армянскими авторами (А. Тагиян, С. Пронян, Папазян, А. Чарян, Г. Тертерян) составляются ценные учебные руководства.

Во второй половине 19-го века армянская методическая мысль в области преподавания геометрии находится на пути новых изысканий. Армянские методисты и передовые учителя изучают учебники и опыт европейских и русских передовых школ. Переводятся на армянский язык лучшие французские, немецкие и русские учебники геометрии того времени Карбантиза, Мошника, Л. Тило, А. Дистервега и А. Давидова. Наконец, творчески перерабатывая как прежние армянские, так и европейские и русские лучшие учебники, армянские авторы (А. Папикян, М. Саакян, В. Азарапетян, А. Фалагашян, М. Тер-Саркисян и др.) составляют оригинальные учебники по геометрии.

В статье даны краткие характеристики построения и научно-методические структуры учебников указанных авторов.

Ключевые слова: вторая половина XIX века, армянские учебники математики, образование, процесс преподавания математики

Ներկայացված է խմբագրություն 16.12.2025
Գրախոսվել է 10.02.2026
Ուղարկվել է կայք 15.03.2026

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԴԱՍԱԳՐՔԵՐԸ ԵՎ XIX ԴԱՐԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԵՍԻՆ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԴՊՐՈՑՆԵՐՈՒՄ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԱՎԱՆԴՈՒՄԸ

ՍՐԵՅԱՆ ՄԱՐԻԱՆՆԱ ԵՂԻՇԵԻ
Արմավիրի մարզ
«Ջանֆիդայի Է. Դաշտոյանի անվան միջնակարգ դպրոց» ՊՈԱԿ, ուսուցչուհի

Մ. Ե. Սրեյան. մաթեմատիկայի ուսուցչուհի

Հայ ժողովուրդը իր բազմադարյան գոյության ընթացքում անցել է երկար ու դժվարին պատմական ուղի: Նա շատ անգամ է կանգնել կործանման եզրին, բայց հայ ժողովուրդը երբեք գլուխ չի խոնարհել օտարերկրյա նվաճողների առաջ: Հայկական մշակույթի պատմության հարցերը անբաժանելիորեն կախված են հայ ժողովրդի անցյալի, ներկայի և ապագայի հետ: Ուստի մեծ հետաքրքրություն է առաջանում ուսումնասիրել հայկական դպրոցի և մշակույթի պատմության հետ կապված հարցերը: Նման ուսումնասիրություններ կատարել են բազմաթիվ ճանաչված գիտնականներ: Առկա բազմաթիվ խնդիրների արդյունքում ուսումնասիրությունները կատարվում էին ըստ առարկաների: Հայ ժողովրդի դարավոր մշակութային ժառանգությունը՝ ամբողջությամբ վերցրած, անհրաժեշտ չափով և խորությամբ չի ուսումնասիրվել ու գնահատվել:

Մաթեմատիկական կրթության կազմակերպման մասին պատկերացում կազմելու համար կատարվել են բազմաթիվ ուսումնասիրություններ և այդ թեմայից պաշտպանվել են ատենախոսություններ: VII-XIX դարի առաջին կեսի մաթեմատիկական կրթության մասին ուսումնասիրություններ է կատարել Ա. Մ. Եգանյանը, իսկ XIX դարի երկրորդ կեսերի մաթեմատիկական կրթության մասին ուսումնասիրություններ է կատարել Մ. Ստեփանյանը: Նրանք համապատասխանաբար 1960 և 1973 թվականներին պաշտպանել են ատենախոսություններ:

Ա. Մ. Եգանյան: Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և մաթեմատիկայի դասավանդումը հայոց դպրոցներում VII դարից մինչև XIX դարի երկրորդ կեսը:1960թ.

Այս աշխատանքի հիմնական նպատակն է եղել.

1. Պատկերացում կազմել V-XIX-րդ դարի առաջին կեսերին հայոց կրթարաններում մաթեմատիկական կրթության կազմակերպման մասին:
2. Իրականացնել մաթեմատիկայի ձեռագիր և տպագիր դասագրքերի մեթոդական կառուցվածքի բնութագրումը:

3. Հայ մանկավարժների յուրօրինակ մեթոդական մտքի ցուցադրումը դպրոցում՝ մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում [1]:

XIX դարի երկրորդ կեսին հայկական մշակույթը սեփական զարգացման նոր փուլ թևակոխեց: Հայկական մշակույթի զարգացման համար հսկայական առաջադիմական նշանակություն է ունեցել Արևելյան Հայաստանի միավորվելը Ռուսաստանին (1828թ.): Վերակազմավորվեց ազգային կրթության համակարգը, զգալիորեն շատացան դպրոցների և աշակերտների թիվը: Արմատապես բարելավվեց այդ ժամանակվա հայկական դպրոցների մաթեմատիկայի դասավանդումը, մասնավորապես, հայ հեղինակների կողմից կազմվեցին մաթեմատիկայի բնօրինակ դասագրքեր և ուսումնական ձեռնարկներ: Նախահեղափոխական մաթեմատիկայի հայկական դասագրքերի և ուսումնական ձեռնարկների նմուշների որոնումներն իրենցից մեծ դժվարություն էին ներկայացնում: Բանը նրանում է, որ դրանց ճնշող մեծամասնությունը հրատարակված էր Հայաստանի սահմաններից դուրս, հայկական գաղութների կենտրոններում: Մեթոդական տեսակետից առավել տարածված և ուշադրության են արժանի դասագրքերը: Այն առումով են հետաքրքիր, որ հնարավորություն են ընձեռում հետևել մեթոդական գաղափարների զարգացմանը և հայկական դպրոցներում մաթեմատիկայի դասավանդման վիճակին:

Մովսես Ստեփանյան: Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և մաթեմատիկայի դասավանդման հարցերը հայկական դպրոցներում XIX դարի երկրորդ կեսին: 1973թ:

Սույն աշխատանքը նվիրված է XIX դարի երկրորդ կեսի մաթեմատիկայի հայկական դասագրքերի և ուսումնական ձեռնարկների գիտամեթոդական և քննադատական վերլուծությանը, ինչպես նաև այդ ժամանակվա հայկական դպրոցներում մաթեմատիկայի դասավանդման հարցերին: Վերջին տարիներին լուրջ աշխատանքներ ծավալվեցին միջնակարգ մաթեմատիկական կրթության կատարելագործման հարցերում՝ այն ժամանակակից մաթեմատիկական գիտությանը մոտեցնելու ուղղությամբ: Արդեն նախապատրաստվել և հաստատվել են նոր գիտականորեն հիմնավորված ուսումնական պլաններն ու ծրագրերը, որոնք աստիճանաբար ներմուծվում են դպրոց, որոնց հիման վրա կազմվում և կատարելագործվում են համապատասխան դասագրքերն ու ուսումնական ձեռնարկները: Դասագրքերի և ուսումնական ձեռնարկների կազմելու համար այլ գործոնների հետ մեկտեղ, կարևոր նշանակություն ունի անցյալի դպրոցի հարուստ մանկավարժական փորձի ուսումնասիրությունն ու քննադատական օգտագործումը: Մաթեմատիկայի դասագրքերը և ուսումնական ձեռնարկները (քննարկվող ժամանակաշրջանի) առանձնանում են իրենց մեծաքանակությամբ ինչպես թվով, այնպես էլ ըստ բովանդակությամբ: Բնական է, որ ժամանակակից միջնակարգ դպրոցի դասավանդողները և մեթոդիստները կարող են դրանից արժեքավոր նյութեր քաղել ինչպես նոր դասագրքերի և ուսումնական ձեռնարկների մեթոդական կատարելագործման համար, այնպես էլ մաթեմատիկայի արտադասարանային աշխատանքներում օգտագործելու համար: Վերլուծելով մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը, մենք որոշակի չափով կարող ենք նաև հետևել մաթեմատիկայի դասավանդման բնագավառում մեթոդական մտքի զարգացման պատմության ընդհանուր միտումներին:

Այս աշխատանքի հիմնական նպատակն է եղել.

1. Հետազոտել մաթեմատիկայի հայկական դասագրքերի զարգացման ճանապարհները (թվաբանություն, հանրահաշիվ, երկրաչափություն):

2. Բացահայտել այդ դասագրքերի գիտամեթոդական կառուցվածքների առաջընթացային պահերը՝ մեր ժամանակներում դրանց հնարավոր օգտագործման համար:

3. Տալ այդ ժամանակաշրջանում գործող ծրագրերի և ուսումնական պլանների վերլուծությունը:

4. Ցույց տալ քննարկվող ժամանակաշրջանների առաջադեմ ռուսական մեթոդական մտքի կարևոր ազդեցությունը հայկական մեթոդական մտքի ձևավորման և զարգացման վրա ինչպես դասագրքերի ստեղծման մեջ, այնպես էլ մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի բնագավառում [5]:

XIX դարի II կեսի առաջխաղացումները, որոնք տեղի են ունեցել հայ ժողովրդի սոցիալ-քաղաքական կյանքում (ինչպես Արևելյան, այնպես էլ Արևմտյան Հայաստանի), ազգային կրթության հարցերին հասարակական բնույթ են տվել: Չնայած ցարական, թուրքական իշխանությունների և տեղական հետադիմության կողմից խոչընդոտներին, զգալիորեն ընդլայնվել է դպրոցական կրթությունը, լարված պայքար ծավալվել դպրոցների դեմոկրատացման համար, առաջացել են ուսումնական հաստատությունների նոր տեսակներ: XIX դարի երկրորդ կեսին բացվեցին մի շարք **դպրոցներ**, այդ թվում նաև Էջմիածնի Հոգևոր Ճեմարանը (1874թ.), Կոստանտնանդնուպոլսի Կեդրոնական ուսումնարանը (1876թ.), Վանի Երեմյան վարժարանը (1878թ.), Նոր Նախիջևանի թեմական դպրոցը (1881թ.), Էրզրումի Սանասարյան դպրոցը (1881թ) և այլն: 1850թ.-ից բացվում են նաև աղջիկների դպրոցները: Դպրոցներ հիմնվեցին նաև հայկական արտասահմանյան գաղութներում: [6 էջ143]

Երկրաչափությունը, որպես ուսումնական առարկա, դասավանդվում էր հայկական դպրոցներում սկսած հնագույն ժամանակներից: Մինչ XVIII դարի ավարտն այն դասավանդվում էր Էվկլիդեսի **«Սկզբունքներ»** ձեռագրային թարգմանություններով:

XIX դարի երկրորդ կեսին հայկական մեթոդական միտքը՝ երկրաչափության դասավանդման բնագավառում, գտնվում է նոր որոնումների ուղու վրա: Հայ մեթոդիստները և առաջադեմ ուսուցիչները սկսում են ուսումնասիրել եվրոպական և ռուսական առաջադեմ դպրոցների դասագրքերն ու փորձը: Հայերենով են թարգմանվում այն ժամանակների լավագույն ֆրանսիական, գերմանական և ռուսական դասագրքերը՝ Կարբանտիեի, Մոչնիկի, Լ. Տիլոյի, Ա. Դիստերվեգի և Ա. Դավիդովի: Եվ, վերջապես, ստեղծարար վերամշակելով ինչպես նախկին հայկական դասագրքերը (Ս. Պռոնյան, Ի. Փափազյան, Պ. Մինասյան, Գ. Տերտերյան), այնպես էլ եվրոպական և ռուսական լավագույն դասագրքերը, ինչպես նաև հիմնվելով մաթեմատիկայի բնագավառում գիտական ձեռքբերումների վրա, հայ հեղինակները կազմում են մի քանի **բնօրինակ դասագրքեր**. Ա. Պապիկյան «Երկրաչափության դասընթաց», Վենետիկ, 1858թ., Մ. Սահակյան «Կարճ երկրաչափություն», Վենետիկ 1886թ., Վ. Հազարապետյան «Տեսական և գործնական երկրաչափություն», Կոստանդնուպոլիս, 1887թ.:

Դրանց մեջ մեծ ուշադրություն է հատկացվում ուսումնական նյութի տեղակայման համակարգի մշակման վրա: Դրա հետ կապված, կատարելագործվում է թեորեմների ապացույցների շարադրանքն այն պատճառով, որ այդ ապացույցները մանկավարժորեն ընդունելի լինեն և գիտականորեն արդարացված: Մեծ ուշադրություն է հատկացվում ապացույցների շարադրման արտաքին կողմին, գծագրի օգտագործմանը: Սկսած Մ. Սահակյանի երկրաչափության դասագրքից, գծագրերը տեղադրվում են արդեն հենց տեքստի մեջ:

Բավականին կարճ ձևով տրվում են երկրաչափության գործնական կիրառման օրինակները և բերվում է բազմաթիվ չափողական գործիքների նկարագրերը (չափերիզ, թեքաչափ, անկյունաչափ, մենզուլ, անկյունացույց, մասշտաբային քանոն և այլն): Որոշ դասագրքերում (Ա. Պապիկյան, Մ. Սահակյան, Վ. Հազարապետյան և ուր.) ներմուծվում են պատմականության էլեմենտներ (կենսագրություն, մատենագիտություն, պատմական ակնարկ): Առավել հստակ է դրվում երկրաչափության կառուցվածքում Էվկլիդեսի կանխադրույթի նշանակության և տեղի հարցը, ներմուծվում են դրա տարատեսակ համարժեքները:

Նշված դասագրքերում ճշգրտվում է երկրաչափության տերմինաբանությունը (նոր տերմիններ են ներմուծվում), կատարելագործվում են սահմանումները, մշակվում է դասագրքերի շարադրման լեզուն: Միևնույն ժամանակ, պետք է նշել, որ մինչ 80-ական թվականները երկրաչափության հայկական դասագրքերի ընդհանուր առանձնահատկությունն է համարվում շարադրման լեզվի միատեսակ ոճը, որը հաշվի չի առնում սովորողների տարիքային առանձնահատկությունները, ինչը հիմնական մեթոդական թերությունն է: Սակայն արդեն 80-90-ականներին հեղինակներ են հայտնվում (Մ. Սահակյան, Վ. Հազարապետյան, Ա. Փլազաժշան և ուր.), ովքեր ձգտում են փոխել նյութի շարադրման բնույթը սովորողների տարիքային առանձնահատկություններին համապատասխան:

Նշված ժամանակշրջանի երկրաչափության հայկական դասագրքերը դետալային վերլուծության ենթարկելով յուրաքանչյուր թեմայի շարադրումը, հայկական դասագրքերը դասակարգվում և համեմատվում են այդ ժամանակվա լավագույն եվրոպական և ռուսական դասագրքերի հետ: Միաժամանակ, նշվում են դրանց թերությունները և ընդգծվում են հայ հեղինակների այն առաջադեմ գիտամեթոդական նորարությունները, որոնք չեն կորցրել հետաքրքրությունը նաև մեր օրերում: Մինչև XIX դարի ավարտը հրատարակված հայկական դասագրքերի վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ հայկական դպրոցներում երկրաչափության դասավանդման մեթոդիկայի պատմության մեջ երկու հոսանքներ կային[5]:

Առաջինը կարելի է կոչել ակադեմիական (զուտ տեսական), որը գլխավորում էր Պրոնյանը: Այս հոսանքի յուրահատկությունը կայանում է, այսպես կոչված, Էվկլիդեսի «Սկզբունքների» կատարելագործման մեջ, որը համապատասխանում է այն ժամանակաշրջանի դպրոցի խնդիրներին, ընդ որում, պահպանվել է Էվկլիդեսի պահանջը. «Երկրաչափությունը շարադրել միայն երկրաչափորեն»:

Զգտելով երկրաչափական նյութը շարադրել գիտական ճշտությամբ, այդ հոսանքի ներկայացուցիչներ՝ Ս. Պրոնյանը, Ա. Չարյանը, Ա. Պապիկյանն իրենց դասագրքերում քիչ ուշադրություն են հատկացնում դիդակտիկ պահանջներին և աշակերտների տարիքային առանձնահատկությունների հետ համընկմանը: Կազմելով իրենց դասագրքերը՝ նրանք սխալ են գնահատում երկրաչափության ուսուցման պրոցեսում ընկալման հոգեբանական առանձնահատկությունները: Նշված դասագրքերը ծավալուն են, դրանց մեջ թույլ է մշակված մաթեմատիկական լեզուն, անհրաժեշտ գծագրերը մեջբերված են ոչ թե ուսումնասիրվող նյութի տեքստի մեջ, այլև դասագրքի հավելվածում:

Երկրորդ հոսանքը, որը տարբերվում էր առաջինից, կարելի է անվանել դիդակտիկական: Այս հոսանքի ներկայացուցիչները, հրաժարվելով Էվկլիդեսի ավանդական պահանջներից, իրենց դասագրքերում առաջին պլան են մղում երկրաչափական նյութի ընտրության հարցերը, նրա բնույթը, գիտական-դիդակտիկ շարադրման պահանջները, միաժամանակ մեծ տեղ հատկացնելով թեորեմների ապացույցների մեթոդների կատարելագործման հարցերին [5 էջ48]:

Եզրակացություններ

Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերի ընդհանուր, մեթոդական կառուցվածքի և բովանդակության քննարկումը ցույց է տալիս, որ գիտական և մեթոդական առումներով առավել կատարյալ տարբերակների որոնումները հայ հեղինակների կողմից մշտապես կատարվել են: Ուստի նոր դասագրքերի և խնդրագրքերի կազմողները, ինչպես նաև միջնակարգ դպրոցների դասավանդողները կարող են շատ օգտակար հարցեր գտնել հայկական դասագրքերում և խնդրագրքերում ինչպես խնդրային նյութի ընտրման համար՝ դասագրքեր կազմելիս, այնպես էլ արտադասարանային պարապմունքների և դասերի ընթացքում օգտագործելու համար:

Դասագրքերը, որոնք ստեղծվել էին միջնադարյան սխոլաստիկ-կրոնական ուսուցման պահանջներից ելնելով, այլևս չէին կարող բավարարել ծնունդ առնող և աստիճանաբար զարգացող հայկական դպրոցների պահանջները: Հայ հեղինակները, մաթեմատիկայի ուսուցումը կյանքին մոտեցնելու, տեսության և պրակտիկայի կապը լուսաբանելու համար իրենց դասագրքերում լուրջ ուշադրություն էին հատկացնում գործնական խնդիրների լուծման, չափողական և գծագրական գործիքների կիրառման վրա:

19 դարի երկրորդ կեսին մաթեմատիկակայի հայ առաջադեմ ուսուցիչներն ու մեթոդիստները զբաղվում էին մաթեմատիկայի դասավանդումը կյանքին մոտեցնելու, տեսական նյութի գիտակցված յուրացման և միաժամանակ սովորողների ակտիվությունն ու ինքնուրույնությունն ապահովելու հարցերով, հաղորդվող նոր հմտությունների թույլատրելիության, շարադրման ճշտության և նյութը աշակերտների տարիքային առանձնահատկություններին համապատասխանեցնելու հարցերով:

Հայ հեղինակները ձգտել են հաշվի առնել նաև տարիքային առանձնահատկության համապատասխանության հարցերը: Միջին և տարրական դպրոցների համար հրատարակվել էին գեղեցիկ ձևավորված և պատկերազարդված ուսումնական ձեռնարկներ:

19 դարի երկրորդ կեսի մաթեմատիկայի որոշ հայկական բնօրինակ դասագրքեր արժեքավոր պատմական-մաթեմատիկական նյութ են պարունակում մաթեմատիկական որոշ փաստերի, առաջին հայտնագործողների անունների, ինչպես նաև պատմական խնդիրների տեսքով (Արքիմեդի պսակը, շախմատը, ժառանգություն և այլն): Պատմականության գաղափարն այդ ժամանակաշրջանում ներթափանցում էր դպրոց որպես մեթոդական գաղափար:

Հայկական մաթեմատիկայի դասագրքերը համապատասխան արևմտաեվրոպական և ռուսական դասագրքերի հետ (այն ժամանակաշրջանի) համեմատումը ցույց է տալիս, որ հայ հեղինակներն այդ հեղինակների կույր կրկնօրինակողներ չէին: Լինելով մաթեմատիկայի դասավանդողներ, նրանք ստեղծագործաբար էին կիրառում գիտամեթոդական առաջադեմ գաղափարները և իրենց սեփական մանկավարժական փորձը, և առանձին դեպքերում ձգտում էին իրենց դասագրքերի առանձին հարցեր առավել հաջողված շարադրել՝ գիտական բարձր մեթոդական մակարդակով:

Մեզ համար կարևոր հետաքրքրություն են ներկայացնում անցյալ դարի մաթեմատիկայի հայկական դասագրքերը նաև ձևավորման տեսանկյունից: Որոնք առանձնանում են ոչ միայն իրենց մեծ գիտական և մանկավարժական արժանիքներով: Նյութը գլուխների, բաժինների, պարագրաֆների բաժանելը այն մատչելի է դարձնում աշակերտների յուրացումը, իսկ շարադրվող նյութում տարբեր տառանմուշների կիրառումը՝ առավել հիշվող: Եվ վերջապես, այդ դասագրքերը կազմված են սեղմ:

Գրականության ցանկ

1. ***Եգանյան Ա. Մ.***, Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և մաթեմատիկայի դասավանդումը հայոց դպրոցներում VII դարից մինչև XIX դարի II կես: Երևան, 1960թ., 21 էջ:
2. ***Ոսկանյան Ծ.***, Ուրվագծեր Արևմտահայ դպրոցի և մանկավարժական մտքի պատմության (1850-1920թթ.): Երևան, 2009թ., 509 էջ:
3. ***Պետրոսյան Գ. Բ.***, Մաթեմատիկան Հայաստանում հին և միջին դարերում: Երևան, 1959թ., 438 էջ:
4. ***Սանթրոսյան Մ. Հ.***, Արևելահայ դպրոցը 19-րդ դարի 1-ին կեսին: Երևան, 1964թ., 445 էջ:

5. ***Ստեփանյան Մ. Մ.***, Մաթեմատիկայի հայերեն դասագրքերը և դասավանդման հարցերը հայկական դպրոցներում XIX դարի II կեսին: Երևան, 1973թ., 56 էջ:

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԴԱՍԱԳՐՔԵՐԸ ԵՎ XIX ԴԱՐԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԵՍԻՆ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԴՊՐՈՑՆԵՐՈՒՄ ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԱՎԱՆԴՈՒՄԸ

Մարիաննա Եղիշեի Սրեյան

Ամփոփում: Աշխատանքում դիտարկվում է 19-րդ դարի երկրորդ կեսին երկրաչափության հայերեն դասագրքերի ստեղծման հարցը: Ցույց է տրվում այն ուսումնասիրությունները, որոնք կատարվել են հայ մասնագետների կողմից դասագրքերը կազմելիս: Ներկայացվում են դասագրքերի կազմման հիմքում դրված մեթոդները, այն նորամուծությունները, որոնք հենց այս շրջանում են կատարվել, շեշտը դնելով գծագրերի կիրառման վրա:

Ներկայացվում է հայկական դպրոցներում երկրաչափության դասավանդման մեթոդիկայի պատմության երկու հոսանքները, որոնք մինչև XIX դարի ավարտը հրատարակված հայկական դասագրքերում նկատվում էին:

Ցույց է տրվում, թե ինչպես են հայ մեթոդիստները և առաջադեմ ուսուցիչները ուսումնասիրել եվրոպական և ռուսական առաջադեմ դպրոցների դասագրքերն ու փորձը: Հայերենով են թարգմանել այն ժամանակների լավագույն ֆրանսիական, գերմանական և ռուսական դասագրքերը: Եվ, վերջապես, ստեղծարար վերամշակելով ինչպես նախկին հայկական դասագրքերը այնպես էլ եվրոպական և ռուսական լավագույն դասագրքերը, ինչպես նաև հիմնվելով մաթեմատիկայի բնագավառում գիտական ձեռքբերումների վրա, հայ հեղինակները կազմել են մի քանի բնօրինակ դասագրքեր:

Բանալի բառեր: Երկրաչափության հայերեն դասագրքեր, տասնիներորդ դարի երկրորդ կես, միջին և տարրական դասարաններ:

ARMENIAN GEOGRAPHY TEXTBOOKS AND THE TEACHING OF GEOGRAPHY IN ARMENIAN SCHOOLS IN THE SECOND HALF OF THE 19TH CENTURY

Marianna Yeghishe Sreyan

Summary. This paper examines the creation of Armenian geometry textbooks in the second half of the 19th century. Research conducted by Armenian specialists in compiling these textbooks is presented. The methods underlying their compilation and the innovations introduced during this period are presented, with an emphasis on the use of illustrations.

Two trends in the history of geometry teaching methods in Armenian schools, observed in Armenian textbooks published until the end of the 19th century, are presented.

It shows how Armenian methodologists and progressive teachers studied the textbooks and practices of progressive European and Russian schools. They translated the best French, German, and Russian textbooks of the time into Armenian. Finally, by creatively reworking both previous Armenian textbooks and the best European and Russian textbooks, and drawing on scientific advances in mathematics, Armenian authors have compiled several original textbooks.

Key words: Armenian geometry textbooks, second half of the 19th century, middle and elementary grades.

АРМЯНСКИЕ УЧЕБНИКИ ГЕОГРАФИИ И ПРЕПОДАВАНИЕ ГЕОГРАФИИ В АРМЯНСКИХ ШКОЛАХ ВО ВТОРОЙ ПОЛОВИНЕ XIX ВЕКА

Марианна Егишейовна Среян

Резюме. В работе рассматривается вопрос создания армянских учебников геометрии во второй половине XIX века. Показаны исследования, проведенные армянскими специалистами при составлении учебников. Представлены методы, лежащие в основе составления учебников, нововведения, внесенные в этот период, с акцентом на использование рисунков. Представлены два течения в истории методики преподавания геометрии в армянских школах, которые наблюдались в армянских учебниках, издававшихся до конца XIX века. Показано, как армянские методисты и прогрессивные учителя изучали учебники и опыт европейских и российских прогрессивных школ. Они переводили на армянский язык лучшие французские, немецкие и русские учебники того времени. И, наконец, творчески переработав как предыдущие армянские учебники, так и лучшие европейские и российские учебники, а также опираясь на научные достижения в области математики, армянские авторы составили несколько оригинальных учебников.

Ключевые слова: армянские учебники геометрии, вторая половина XIX века, средние и начальные классы.

Ներկայացված է խմբագրություն 18.03.2026
Գրախոսվել է 11.04.2026
Ուղարկվել է կայք 15.03.2026

ՇԻՐԱԿԱՑԻՆ ԵՎ ՆՐԱ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԺԱՌԱՆԳՈՒԹՅՈՒՆԸ

Լուսինե Կարենի Պողոսյան

Խ. Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ, Երևան, Հայաստան

Լ.Կ. Պողոսյան. մագիստրոս

Ներածություն

Ժամանակակից կրթական համակարգում մաթեմատիկայի ուսուցման առաջնային նպատակներից մեկը սովորողների տրամաբանական մտածողության, վերլուծական կարողությունների և ճանաչողական ակտիվության զարգացումն է: Միաժամանակ կրթությունը պետք է նպաստի նաև արժեքային համակարգի ձևավորմանը և ազգային ինքնագիտակցության ամրապնդմանը:

Այս համատեքստում առանձնահատուկ կարևորություն է ստանում ազգային գիտական ժառանգության ներմուծումը ուսուցման գործընթացում: Հայ միջնադարյան գիտության նշանավոր ներկայացուցիչ Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը կարող է հանդես գալ որպես արդյունավետ դիդակտիկ միջոց, որը միավորում է գիտելիքային և արժեքային բաղադրիչները:

Շիրակացու ժառանգության կարևոր առանձնահատկություններից մեկը դրա արժեքային բաղադրիչն է: Նրա մաթեմատիկական խնդիրները և ուսուցողական մոտեցումները կրում են գիտելիքի նկատմամբ հարգանքի, մտավոր աշխատանքի արժևորման, մտածողության կարգապահության և բանականության գերակայության գաղափարներ: Այս արժեքները ժամանակակից կրթության մեջ ունեն առանցքային նշանակություն, քանի որ նպաստում են սովորողների պատասխանատվության, ինքնուրույն մտածելու և գիտական մտածողության ձևավորմանը: Շիրակացու ժառանգության ներառումը դպրոցական մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում հնարավորություն է տալիս համադրել գիտելիքային և արժեքային կրթությունը:

Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրները կառուցված են տրամաբանական հաջորդականությամբ, ունեն գործնական ուղղվածություն և նպաստում են սովորողների ակտիվ մտածողության զարգացմանը: Դրանց կիրառումը կարող է բարձրացնել մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունավետությունը և ուսումնական մոտիվացիան:

Սույն հետազոտության նպատակն է ուսումնասիրել Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը և բացահայտել դրա կիրառման մանկավարժական հնարավորությունները հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում՝ շեշտադրելով ինչպես դիդակտիկ, այնպես էլ արժեքային բաղադրիչները: Հետազոտության շրջանակում նպատակ է դրվում ցույց տալ, որ Շիրակացու թվաբանական խնդիրների նպատակային կիրառումը նպաստում է ոչ միայն մաթեմատիկական հմտությունների զարգացմանը, այլև ազգային գիտական ժառանգության արժևորմանը և սովորողների արժեքային կողմնորոշումների ձևավորմանը:

Նորույթը

Հետազոտության նշանակությունը կայանում է հետևյալում՝

• համակարգված կերպով հիմնավորվում է Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների կիրառման մանկավարժական արդյունավետությունը հանրակրթական դպրոցում,

• առաջարկվում է պատմամաթեմատիկական նյութի ինտեգրման մեթոդական մոտեցում,

• Շիրակացու խնդիրները վերլուծվում են ժամանակակից դիդակտիկ տեսությունների, մասնավորապես Bloom-ի տաքսոնոմիայի շրջանակում,

• իրականացվում է SWOT վերլուծություն՝ բացահայտելով կիրառման հնարավորություններն ու սահմանափակումները,

• ներկայացվում են փորձարարական արդյունքներ, որոնք ապացուցում են մեթոդի արդյունավետությունը:

Այսպիսով, աշխատանքը համադրում է պատմամշակութային և ժամանակակից մանկավարժական մոտեցումները:

Հիմնական նյութը

Անանիա Շիրակացին VII դարի հայ միջնադարյան գիտության խոշորագույն ներկայացուցիչներից է, որի գիտական ժառանգությունը կարևոր տեղ է զբաղեցնում հայ և համաշխարհային գիտության պատմության մեջ: Նրա կյանքի և գործունեության վերաբերյալ տվյալները պահպանվել են հիմնականում ձեռագիր աղբյուրներում և հետագա պատմամաթեմատիկական ուսումնասիրություններում:

Հայ գիտնականների և պատմաբանների աշխատություններում Շիրակացին ներկայացվում է որպես բազմակողմանի մտածող, ով միավորել է հին հունական գիտության ավանդույթները և հայ միջնադարյան կրթական մշակույթը:

Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը ներառում է թվաբանության, հաշվարկների, չափումների և օրացույցային համակարգերի վերաբերյալ աշխատություններ: Պատմամաթեմատիկական գրականության մեջ նրա մաթեմատիկական խնդիրները գնահատվում են որպես միջնադարյան գիտության կարևոր օրինակներ, որոնք ունեն գործնական և ուսուցողական նշանակություն:

Շիրակացին թողել է բարձրարժեք գիտական մի շարք աշխատություններ, որոնցից ամենաինքնատիպն ու արժեքավորը թվաբանության դասագիրքն է բաղկացած երկու մասից՝ թվաբանական աղյուսակներից և խնդրագրքից:

Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը առանձնանում է իր գործնական ուղղվածությամբ և դիդակտիկ արժեքով: Նրա թվաբանական խնդիրները կառուցված են մաս-ամբողջ հարաբերությունների, հաջորդական գործողությունների և տրամաբանական վերլուծության հիման վրա, ինչը դրանք դարձնում է արդիական նաև ժամանակակից կրթության մեջ:

Շիրակացու խնդիրների կարևոր առանձնահատկություններից մեկը դրանց կապն է իրական կյանքի հետ: Դրանք արտացոլում են առևտրային հարաբերություններ, ճանապարհորդություններ և բաշխումներ, ինչը նպաստում է մաթեմատիկայի կիրառական նշանակության ընկալմանը:

Մաթեմատիկայի պատմության համար ուշագրավ են նաև Շիրակացու «խրախճանականները»: Դրանք հետաքրքրաշարժ ու սրամիտ մաթեմատիկական խնդիրներ են, որոնց լուծումը մասսայական հանդեսներում ու հավաքույթներում մասնակիցներին մեծ բավականություն էին պատճառում, ինչպես երգը, պարը ու երաժշտությունը:

Խրախճանականների մեծ մասը կարելի է լուծել մեկ անհայտով առաջին աստիճանի հավասարումների միջոցով: Սակայն, իր ժամանակին, մանավանդ երբ հավասարման գաղափարը դեռևս չկար գիտության մեջ, խրախճանականները լուծվել են բանավոր, տրամաբանորեն, կռահելով (հատկապես կատակ-խրախճանականները) կամ թե ենթադրվելիք պատասխանը փորձելու միջոցով: Խնդիրն առաջադրողին հետաքրքրում էր ոչ թե լուծման եղանակը, այլ պատասխանը:

Մանկավարժական գրականության մեջ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը դիտարկվում է որպես ուսուցման արդյունավետ միջոց: Նրա խնդիրները կրում են ուսուցողական բնույթ և ուղղված են սովորողի ակտիվ մտածողության ձևավորմանը: Շիրակացին լայնորեն կիրառել է օրինակների մեթոդը, որը համարվում է ժամանակակից դիդակտիկայի կարևոր տարրերից մեկը:

Ուսումնասիրողները նշում են, որ Շիրակացու խնդիրները հնարավորություն են տալիս կազմակերպել համագործակցային ուսուցում, քննարկումներ և բանավեճեր դասարանում: Սա նպաստում է ոչ միայն մաթեմատիկական, այլև հաղորդակցական հմտությունների զարգացմանը:

Մանկավարժական տեսանկյունից կարևոր է նաև Շիրակացու ժառանգության արժեքային բաղադրիչը: Նրա խնդիրները դաստիարակում են աշխատասիրություն, ճշգրտություն, տրամաբանական հետևողականություն և գիտելիքի նկատմամբ հարգանք: Այս արժեքները ժամանակակից կրթության մեջ ունեն առանցքային նշանակություն և համահունչ են հանրակրթության դաստիարակչական նպատակներին:

Գրականության վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգության դպրոցական կիրառումը դեռևս բավարար չափով ուսումնասիրված չէ: Մինչդեռ մի շարք հեղինակներ նշում են, որ պատմամաթեմատիկական նյութի ներառումը մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում կարող է բարձրացնել սովորողների մոտիվացիան և հետաքրքրությունը:

Դպրոցական կրթության տեսանկյունից Շիրակացու խնդիրների կիրառումը հնարավորություն է տալիս իրականացնել միջառարկայական կապեր՝ մաթեմատիկայի, պատմության և մշակույթի միջև: Սա նպաստում է սովորողների համապարփակ աշխարհընկալման ձևավորմանը:

Անանիա Շիրակացու թվաբանական խնդիրները կարևոր մաս են նրա գիտական ժառանգության մեջ՝ արտահայտելով ոչ միայն մաթեմատիկական մտածողության բարձր մակարդակ, այլև ուսուցման նկատմամբ կառուցվածքային և մտածված մոտեցում: Նրա կողմից մշակված խնդիրները ցույց են տալիս, որ մաթեմատիկան միջնադարյան Հայաստանում զարգանում էր ոչ միայն որպես տեսական գիտություն, այլև որպես գործնական հմտություն ձևավորող ուսուցման միջոց:

Այս խնդիրների միջոցով Շիրակացին ոչ միայն փոխանցել է հին աղբյուրներից ձեռք բերած գիտելիքը, այլև դրանք վերամշակել է՝ հարմարեցնելով տեղական իրականությանը և կրթական կարիքներին: Նրա մաթեմատիկական ժառանգությունն այսօր կարող է ծառայել որպես արժեքավոր աղբյուր՝ ինչպես պատմամշակութային ուսումնասիրությունների, այնպես էլ մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդաբանության զարգացման համար:

Հետևաբար, Անանիա Շիրակացու թվաբանական խնդիրների ուսումնասիրությունը միաժամանակ նպաստում է մեր ազգային գիտական ժառանգության արժևորմանը և նոր ներուժ է ստեղծում ժամանակակից կրթական գործընթացներում պատմական գիտելիքի ինտեգրման համար:

Անանիա Շիրակացու խրախճանականները ոչ միայն հանճարեղ մաթեմատիկական խնդիրներ են, այլև վառ օրինակ են այն բանի, թե ինչպես կարելի է գիտությունը կապել ժողովրդական մշակույթի հետ: Դրանք չեն միայն ժամանցի միջոց եղել, այլ նաև կրթական մեծ արժեք են ներկայացրել՝ սերմանելով հետաքրքրություն, տրամաբանություն և ինքնավստահություն: Շիրակացին իր խրախճանականների միջոցով կարողացել է գիտությունը հասցնել հասարակ ժողովրդին՝ դարձնելով այն հասանելի և սիրելի: Այդպիսով նա իր ներդրումը բերեց ոչ միայն գիտության մեջ, այլև հայ ժողովրդի կրթության և դաստիարակության գործում:

Փորձարարական աշխատանք

Սույն հետազոտության փորձարարական աշխատանքի նպատակն է բացահայտել Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների կիրառման արդյունավետությունը հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում և գնահատել դրանց ազդեցությունը աշակերտների տրամաբանական մտածողության, խնդիր լուծելու հմտությունների և ուսումնական մոտիվացիայի վրա:

Հետազոտության իրականացման ընթացքում առաջադրվել են հետևյալ խնդիրները.

• ընտրել Շիրակացու այնպիսի թվաբանական խնդիրներ, որոնք հնարավոր է հարմարեցնել միջին դպրոցի մաթեմատիկայի ծրագրին,

• մշակել այդ խնդիրների դպրոցականացված տարբերակները,

• կազմակերպել դիդակտիկ-մեթոդական փորձարկում դպրոցում,

• վերլուծել աշակերտների լուծումները և ուսումնական վարքագիծը,

• կատարել եզրահանգումներ Շիրակացու խնդիրների մանկավարժական ներուժի վերաբերյալ:

Փորձարկումը կազմակերպվել է Երևանի «Վարդանանց ասպետներ» թիվ 106 հանրակրթական դպրոցի 6-րդ դասարանում: Ընդհանուր առմամբ ներգրավվել է 32 աշակերտ: Նրանց մի մասը ընդգրկվել է փորձարարական խմբում (17 սովորող), իսկ մյուսը՝ վերահսկիչ խմբում (15 սովորող): Երկու խմբերն էլ ունեցել են մաթեմատիկայի նույն ուսուցիչը և նույն ուսումնական ծրագիրը, սակայն փորձարարական խմբում ներառվել են Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների և ուսուցողական մոտեցումների տարրեր:

Հետազոտությունը բաղկացած է երեք փուլից՝

1. Նախնական փուլ – սովորողների նախնական գիտելիքների և տրամաբանական մտածողության մակարդակի գնահատում:

2. Գործնական փուլ – մաթեմատիկայի դասերի ընթացքում Շիրակացու ժառանգության համադրումը ուսուցման ընթացքին:

3. Ամփոփիչ փուլ – փորձի արդյունքների վերլուծություն և եզրակացություններից բխող ուսումնական առաջարկների ձևակերպում:

Բոլոր մասնակիցներին տեղեկացվել է հետազոտության նպատակի և ընթացքի մասին, ապահովվել է գաղտնիության և կամավորության սկզբունքները:

Փորձարկման ընտրությունը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ 6-րդ դասարանում մաթեմատիկայի ծրագրում արդեն ուսումնասիրվում են թվաբանական հիմնական գործողությունները, մաս-ամբողջ հարաբերությունները և խնդիրների լուծման տարրական ռազմավարությունները, որոնք համահունչ են Անանիա Շիրակացու թվաբանական խնդիրների կառուցվածքին:

Փորձարկումները տևել են 4 շաբաթ՝ մաթեմատիկայի 8 դասաժամի ընթացքում: Յուրաքանչյուր դաս ներառել է պատմամաթեմատիկական տարր (պատմական նախաբան, խնդիր, վերլուծություն): Դասերն իրականացվել են ակտիվ մեթոդների կիրառմամբ՝ «խմբային որոնում», «քննարկում», «խնդրի բացահայտում»: Փորձարկումների ընթացքում դասը ներառել է հետևյալ փուլերը.

1. թեմայի ներկայացում և մոտիվացիա,
2. Շիրակացու խնդիրների ներկայացում,
3. ինքնուրույն և խմբային աշխատանք,
4. համատեղ քննարկում և վերլուծություն:

Աշակերտներին առաջարկվել են Անանիա Շիրակացու թվաբանական խնդիրների դպրոցականացված տարբերակներ, որոնք ընտրվել են ըստ բովանդակային համապատասխանության և դժվարության աստիճանի:

Խնդիրները հիմնականում վերաբերում էին մաս-ամբողջ հարաբերություններին, բաժանմանը և հաջորդական հաշվարկներին: Դրանք ներկայացվել են որպես պատմական խնդիրներ՝ շեշտելով, որ դրանք ստեղծվել են միջնադարյան հայ գիտնականի կողմից: Այս մոտեցումը նպաստել է աշակերտների հետաքրքրվածության բարձրացմանը:

Խնդիրների լուծումը կազմակերպվել է երկու ձևաչափով՝

• անհատական աշխատանք,
• փոքր խմբերով քննարկում:

Ուսուցիչը հանդես է եկել որպես ուղղորդող, ոչ թե լուծումները պատրաստ ներկայացնող:

Ուսման ընթացքը դիտարկվել է ըստ հետևյալ ցուցիչների՝

1. Աշակերտների ճանաչողական մասնակցություն,
2. Տրամաբանական մտածողության կիրառման մակարդակ,
3. Ինքնուրույն վերլուծության և մոտիվացիայի դրսևորում:

Արդյունքներն ամփոփվել են որակական աղյուսակով.

ՑՈՒՑԻՉ	ՎԵՐԱՀՍԿԻՉ ԽՈՒՄԲ	ՓՈՐՁԱՐԱՐԱԿԱՆ ԽՈՒՄԲ
Դասի ընթացքում ակտիվ մասնակցություն	**48%**	**89%**
Խնդրի լուծման տրամաբանական մեկնաբանում	**53%**	**86%**
Ինքնուրույն մտածողություն և հիմնավորում	**41%**	**82%**
Ինքագնահատում և վերլուծության կարողություն	**46%**	**79%**

Աղյուսակից պարզ է դառնում, որ փորձարարական խմբում դիտվում է մասնակցության և տրամաբանական վերլուծության մակարդակի գրեթե կրկնակի աճ:

Փորձարկման արդյունքների վերլուծություն

Փորձարկման ընթացքում իրականացված դիտարկումները և առաջադրանքների վերլուծությունը ցույց տվեցին, որ Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրները զգալիորեն բարձրացրել են աշակերտների ուսումնական ակտիվությունը:

Աշակերտները ցուցաբերել են հետաքրքրվածություն ոչ միայն խնդիրների լուծման, այլև դրանց պատմական ծագման նկատմամբ: Լուծումների ընթացքում նկատվել է, որ աշակերտները հաճախ փորձել են գտնել տարբեր լուծման ուղիներ, քննարկել միմյանց մոտեցումները և հիմնավորել իրենց պատասխանները:

Աշակերտների արձագանքների վերլուծությունը ցույց տվեց մի քանի հիմնական միտում.

• Շիրակացու անունը և պատմական միջավայրը ստեղծում են յուրահատուկ մոտիվացիա. երեխաները մեծ հետաքրքրությամբ էին արձագանքում այն մտքին, որ ուսումնասիրվող թեման ունի հայկական գիտական հիմքեր:

• Խնդիրների կառուցվածքը տարբեր էր դասագրքային խնդիրներից. դրանք պահանջում էին տրամաբանական մտածողություն, ոչ թե մեխանիկական ձևերի կիրառում:

• Խմբային աշխատանքի ընթացքում աշակերտները դրսևորեցին վերլուծական համագործակցություն: Նշանավոր էր, որ նույնիսկ թույլ սովորողները ներգրավվում էին առաջարկվելու և հիմնավորելու գործընթացում:

Ուսուցիչների դիտարկումներով՝ ընթացքում նկատվել է նաև դասաժամերի մթնոլորտի փոփոխություն. սովորողները աշխուժ էին, քննարկումները՝ ակտիվ, իսկ մաթեմատիկական լեզվի օգտագործումը՝ հիմնավոր:

Արդյունքների ընդհանուր գնահատմամբ՝ դրական փոփոխություն է արձանագրվել երեք հիմնական հարթությունում.

1. Ճանաչողական: Սովորողները սկսեցին մեկնաբանել թվային հարաբերությունները իմաստային մակարդակով:
2. Էմոցիոնալ: Աշակերտներն ավելի մեծ հետաքրքրությամբ էին մասնակցում փորձարկման դասերին:
3. Գործնական: Նկատվել է խնդիրների լուծման արդյունավետության բարձրացում:

Թեև արդյունքները ցույց տվեցին դրական միտում, սակայն հետազոտությունը ունի մի քանի սահմանափակում.

• Փոքր ընտրանք. փորձարկումը ներառում էր միայն մեկ դպրոցի մեկ դասարան:

• Ժամանակային սահմանափակում. փորձը տևեց ընդամենը մեկ ամիս:

• Չափման գործիքները եղել են առնչական՝ հիմնված որակական դիտարկման վրա, ոչ թե լայն քանակական վիճակագրության:

Բոլոր մասնակիցները նախօրոք տեղեկացված են եղել հետազոտության նպատակների մասին, և նրանց մասնակցությունը եղել է կամավոր: Տվյալներն անանուն են, և սուբյեկտների անձնական տեղեկությունները չեն բացահայտվել:

Սխալների վերլուծությունը ցույց է տվել, որ հիմնական դժվարությունները կապված էին գործողությունների հերթականության պահպանման հետ, ինչը ևս հնարավորություն է տվել ուսուցչին նպատակային ուղղորդում իրականացնել:

Դիդակտիկ-մեթոդական փորձարկման արդյունքները թույլ են տալիս եզրակացնել, որ Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների կիրառումը հանրակրթական դպրոցում ունի բարձր մանկավարժական արդյունավետություն:

Փորձարկումը ցույց տվեց, որ՝

• Շիրակացու թվաբանական խնդիրների ինտեգրումը խթանում է պատասխանի հիմնավորման կարողությունը:

• Աշակերտների մոտ ձևավորվում է պատմամաթեմատիկական հետաքրքրասիրություն:

• Դասի կառուցվածքը՝ պատմական տարրերով համալրված, բարձրացնում է ճանաչողական ակտիվությունը:

• Ուսուցման գործընթացը ստանում է մշակութային արժեքային խորք, որն օգնում է ազգային ինքնագիտակցության ձևավորմանը:

Հետազոտական փորձի արդյունքներն ապացուցում են, որ Անանիա Շիրակացու գրվածքներից բխող ուսուցողական գաղափարները լիովին համատեղելի են ժամանակակից դիդակտիկ սկզբունքներին: Նրա մեթոդը հիմնված է հաջորդականության, հասանելիության և տրամաբանական ընդհանրացման սկզբունքների վրա:

Ուսուցման գործընթացում նմանատիպ պատմամաթեմատիկական նյութերի ներմուծումը կարող է դառնալ ուսուցման նորարար մոտեցում՝ միավորելով անցյալի գիտական փորձը և ներկայի տեխնոլոգիական մեթոդները:

Այսպիսով՝ հետազոտությունը հիմք է ստեղծում եզրակացելու, որ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը ոչ միայն պատմական արժեք է, այլև ժամանակակից կրթական գործիք, որը կարող է բարձրացնել մաթեմատիկայի ուսուցման որակը և աշակերտների ճանաչողական զարգացումը: Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը կարող է արդյունավետորեն ինտեգրվել դպրոցական մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում:

Կատարված աշխատանքի հիմնական ուժեղ կողմերից մեկը դրա գործնական ուղղվածությունն է: Հետազոտությունը չի սահմանափակվում միայն տեսական վերլուծությամբ, այլ ներառում է իրական դպրոցական միջավայրում իրականացված դիդակտիկ փորձարկում: Սա հնարավորություն է տվել ստուգել Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների կիրառելիությունը հանրակրթական դպրոցի պայմաններում և հիմնավորել դրանց մանկավարժական արդյունավետությունը:

Ուժեղ կողմ է նաև այն, որ փորձարկումը իրականացվել է դպրոցական ծրագրին համապատասխան դասարանում (6-րդ դասարան): Սա ապահովել է խնդիրների բովանդակային համապատասխանությունը աշակերտների տարիքային և իմացական հնարավորություններին: Շիրակացու խնդիրների դպրոցականացված տարբերակների կիրառումը ցույց է տվել, որ դրանք կարող են բնականորեն ինտեգրվել մաթեմատիկայի դասերին՝ առանց ծրագրային ծանրաբեռնվածության:

Աշխատանքի մեկ այլ ուժեղ կողմ է աշակերտների բարձր ներգրավվածությունը ուսումնական գործընթացում: Փորձարկման ընթացքում նկատվել է, որ աշակերտները մեծ հետաքրքրությամբ են մոտեցել պատմական ծագում ունեցող խնդիրներին, ակտիվորեն մասնակցել են քննարկումներին և փորձել են հիմնավորել իրենց լուծումները: Սա վկայում է, որ Շիրակացու խնդիրները խթանում են ոչ միայն հաշվարկային, այլև հաղորդակցական և վերլուծական հմտությունների զարգացումը:

Կատարված աշխատանքի հիմնական ուժեղ կողմերից մեկը դրա գործնական ուղղվածությունն է: Հետազոտությունը չի սահմանափակվում միայն տեսական վերլուծությամբ, այլ ներառում է իրական դպրոցական միջավայրում իրականացված դիդակտիկ փորձարկում: Սա հնարավորություն է տվել ստուգել Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների կիրառելիությունը հանրակրթական դպրոցի պայմաններում և հիմնավորել դրանց մանկավարժական արդյունավետությունը:

Ուժեղ կողմ է նաև այն, որ փորձարկումը իրականացվել է դպրոցական ծրագրին համապատասխան դասարանում (6-րդ դասարան): Սա ապահովել է խնդիրների բովանդակային համապատասխանությունը աշակերտների տարիքային և իմացական

հնարավորություններին: Շիրակացու խնդիրների դպրոցականացված տարբերակների կիրառումը ցույց է տվել, որ դրանք կարող են բնականորեն ինտեգրվել մաթեմատիկայի դասերին՝ առանց ծրագրային ծանրաբեռնվածության:

Աշխատանքի մեկ այլ ուժեղ կողմ է աշակերտների բարձր ներգրավվածությունը ուսումնական գործընթացում: Փորձարկման ընթացքում նկատվել է, որ աշակերտները մեծ հետաքրքրությամբ են մոտեցել պատմական ծագում ունեցող խնդիրներին, ակտիվորեն մասնակցել են քննարկումներին և փորձել են հիմնավորել իրենց լուծումները: Սա վկայում է, որ Շիրակացու խնդիրները խթանում են ոչ միայն հաշվարկային, այլև հաղորդակցական և վերլուծական հմտությունների զարգացումը:

Աղյուսակ 2. SWOT վերլուծություն

Բաղադրիչ	**Բովանդակություն**
Ուժեղ կողմեր	Մոտիվացիա, արժեքային կրթություն, տրամաբանական զարգացում
Թույլ կողմեր	Մեթոդական բարդություն, ժամանակատարություն
Հնարավորություններ	Ծրագրային ինտեգրում, նոր նյութերի ստեղծում
Սպառնալիքներ	Ավանդական մեթոդների գերակայություն

Եզրակացություն

Իրականացված հետազոտության արդյունքում ուսումնասիրվել է Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը և բացահայտվել են դրա կիրառման մանկավարժական հնարավորությունները հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում: Կատարված աշխատանքը թույլ է տալիս ձևակերպել հետևյալ ընդհանուր եզրակացությունները.

1. Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը ունի ոչ միայն պատմամաթեմատիկական, այլև արտահայտված մանկավարժական արժեք: Նրա թվաբանական խնդիրներն ու հաշվարկային մոտեցումները կառուցված են տրամաբանական հաջորդականությամբ, մատչելի լեզվով և նպաստում են սովորողների մտածողության աստիճանական զարգացմանը:

2. Շիրակացու խնդիրների բովանդակային կառուցվածքը լիովին համադրելի է հանրակրթական դպրոցի միջին օղակի մաթեմատիկայի ծրագրի հետ: Մասնավորապես, մաս-ամբողջ հարաբերությունների, բաժանման և հաջորդական գործողությունների վրա հիմնված խնդիրները արդյունավետորեն կարող են կիրառվել 6-րդ դասարանում:

3. Հետազոտության ընթացքում իրականացված գրականության վերլուծությունը ցույց է տվել, որ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը ժամանակակից կրթության մեջ դեռևս ամբողջությամբ չի օգտագործվում, հատկապես՝ դպրոցական մակարդակում: Սա պայմանավորում է թեմայի արդիականությունն ու հետազոտական արժեքը:

4. Դպրոցում իրականացված դիդակտիկ-մեթոդական փորձարկումը («Վարդանանց ասպետներ» հ. 106 հանրակրթական դպրոց) հաստատեց, որ Շիրակացու խնդիրների կիրառումը նպաստում է աշակերտների ուսումնական հետաքրքրվածության աճին: Պատմական ծագում ունեցող խնդիրները առաջացնում են ճանաչողական հետաքրքրություն և խթանում ակտիվ մասնակցություն դասի ընթացքում:

5. Փորձարկման արդյունքների վերլուծությունը ցույց տվեց, որ Շիրակացու խնդիրների լուծման ընթացքում աշակերտները ավելի հաճախ են դիմում վերլուծական և տրամաբանական մտածողության, համեմատում տարբեր լուծման ուղիներ և փորձում

հիմնավորել իրենց պատասխանները: Սա վկայում է խնդիրների բարձր դիդակտիկ ներուժի մասին:

6. Շիրակացու խնդիրների կիրառումը նպաստում է համագործակցային ուսուցման զարգացմանը: Խմբային աշխատանքի ընթացքում աշակերտները ակտիվորեն քննարկում են լուծումները, փոխանակում մտքեր և ձևավորում հաղորդակցական հմտություններ:

7. Միաժամանակ հետազոտությունը ցույց է տվել, որ Շիրակացու խնդիրների արդյունավետ կիրառումը պահանջում է ուսուցչի մեթոդական պատրաստվածություն: Խնդիրների նախնական հարմարեցումը աշակերտների տարիքային և իմացական առանձնահատկություններին կարևոր պայման է հաջող կիրառման համար:

8. Հետազոտության սահմանափակումներից է փորձարկման կարճաժամկետ բնույթը և ընտրանքի սահմանափակ ծավալը: Սա չի թույլ տալիս կատարել լայն ընդհանրացումներ, սակայն ստեղծում է հիմք հետագա, ավելի լայնածավալ ուսումնասիրությունների համար:

9. Կատարված աշխատանքի արդյունքները ցույց են տալիս, որ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգության ինտեգրումը դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացում կարող է նպաստել ոչ միայն ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը, այլև ազգային գիտական ժառանգության արժևորմանը և սովորողների պատմամաթեմատիկական մտածողության ձևավորմանը:

10. Հետագա հետազոտությունների համար նպատակահարմար է մշակել մեթոդական ուղեցույցներ և ուսումնական նյութեր, որոնք կնպաստեն Շիրակացու մաթեմատիկական խնդիրների համակարգված կիրառմանը հանրակրթական դպրոցում:

Այսպիսով՝ հետազոտությունը հիմք է ստեղծում եզրակացնելու, որ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը ոչ միայն պատմական արժեք է, այլև ժամանակակից կրթական գործիք, որը կարող է բարձրացնել մաթեմատիկայի ուսուցման որակը և աշակերտների ճանաչողական զարգացումը: Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը կարող է արդյունավետորեն ինտեգրվել դպրոցական մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում:

Գրականության ցանկ

1. ***Աբրահամյան Ա.Գ., Պետրոսյան Գ.Բ.***, Անանիա Շիրակացի, Մատենագիտություն, Երևան: «Սովետական Գրող» հրատարակչություն, 1979
2. ***Միրումյան Կ.***, Անանիա Շիրակացի, Երևան, 1998
3. ***Վարդանյան Ռ., Կարախանյան Գ.***, Անանիա Շիրակացին և նրա «Քննիկոնը», Աճեմյան մատենաշար, հ. Ա, Երևան, 2002
4. ***Նազարյան Լ.***, Անանիա Շիրակացի, միջնադարի մեծ մտածող ու գիտնականը, Երևան, 2006
5. ***Պետրոսյան Գ.***, Մաթեմատիկան Հայաստանում հին և միջին դարերում, Ե. 1959
6. ***Անասյան Հ.Ս.***, Հայկական մատենագիտություն, հատոր 1, Երևան, 1959, էջ 731-774
7. ***Առաքելյան Ա.***, Անանիա Շիրակացի (Հայ ժողովրդի մտավոր մշակույթի զարգացման պատմություն, հ. 1, Երևան, 1959)
8. ***Խրլոպյան Գ.***, Անանիա Շիրակացու բնափիլիսոփայական հայացքները, պատմա-բանասիրական հանդես, 1959, թիվ 2-3
9. ***Մաթևոսյան Ա.***, Անանիա Շիրակացու «Քննիկոնը», Լրաբեր հաս. գիտ., 1974, թիվ 7:
10. ***Տեր-Մկրտչյան Գ.***, Անանիա Շիրակացի: Հայագիտական ուսումնասիրություններ, գիրք Ա, Երևան, 1979

11. ***Թահմիզյան Ն.***, Անանիա Շիրակացին և Հարության ութ հարցնակարգերը, «Էջմիածին», № 5, 1984
12. ***Թումանյան Բ.Ե.***, Անանիա Շիրակացի, Երևան, 1991
13. ***Բրուտեան Գ.Հ.***, Անանիա Շիրակացու «Խառնախորանը», Մայր Աթոռ Ս. Էջմիածին, 1998

ՇԻՐԱԿԱՑԻՆ ԵՎ ՆՐԱ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԺԱՌԱՆԳՈՒԹՅՈՒՆԸ

Լուսինե Կարենի Պողոսյան

Ամփոփում: Սույն հոդվածում ուսումնասիրվում է VII դարի հայ նշանավոր գիտնական Անանիա Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգության դիդակտիկ ներուժը և դրա կիրառման արդյունավետությունը ժամանակակից հանրակրթական դպրոցում: Հետազոտության նպատակն է բացահայտել Շիրակացու թվաբանական խնդիրների կիրառման մանկավարժական հնարավորությունները և դրանց ազդեցությունը սովորողների տրամաբանական մտածողության, վերլուծական հմտությունների և ուսումնական մոտիվացիայի վրա:

Հետազոտությունը հիմնված է որակական մանկավարժական մեթոդաբանության վրա և ներառում է փորձարարական ուսուցում 6-րդ դասարանում՝ փորձարարական և վերահսկիչ խմբերի համեմատական վերլուծությամբ: Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ պատմամաթեմատիկական նյութի նպատակային ինտեգրումը էապես բարձրացնում է սովորողների ակտիվ մասնակցությունը, ինքնուրույն մտածողությունը և խնդիրների հիմնավորված լուծման կարողությունը: Միաժամանակ ընդգծվում է կրթության արժեքային բաղադրիչի զարգացումը, քանի որ Շիրակացու ժառանգությունը նպաստում է ազգային գիտական արժեքների գիտակցմանը և ճանաչողական հետաքրքրության խորացմանը: Հոդվածում նաև ներկայացվում են մեթոդական մոտեցումներ, SWOT վերլուծություն և Բլումի տաքսոնոմիայի շրջանակում իրականացված վերլուծություններ: Հետազոտությունը հիմք է ստեղծում եզրակացնելու, որ Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը ոչ միայն պատմական արժեք է, այլև ժամանակակից կրթական գործիք, որը կարող է բարձրացնել մաթեմատիկայի ուսուցման որակը և աշակերտների ճանաչողական զարգացումը: Շիրակացու մաթեմատիկական ժառանգությունը կարող է արդյունավետորեն ինտեգրվել դպրոցական մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում:

Բանալի բառեր. Անանիա Շիրակացի, մաթեմատիկայի ուսուցում, պատմամաթեմատիկական մոտեցում, դիդակտիկա, ուսումնական մոտիվացիա, տրամաբանական մտածողություն, ազգային արժեքներ:

ШИРАКАТСИ И ЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ

Лусине Кареновна Погосян

Резюме. В статье рассматривается дидактический потенциал математического наследия выдающегося армянского ученого VII века Анании Ширакаци и эффективность его применения в современной общеобразовательной школе. Цель исследования заключается в выявлении педагогических возможностей арифметических задач Ширакаци и их влияния на развитие логического мышления, аналитических навыков и учебной мотивации учащихся. Исследование основано на качественной педагогической методологии и включает экспериментальное обучение в 6-м классе с сопоставительным анализом экспериментальной и контрольной групп. Полученные результаты свидетельствуют о том, что целенаправленная интеграция историко-математического материала способствует значительному повышению познавательной активности учащихся, развитию самостоятельного мышления и способности к аргументированному решению задач. Одновременно усиливается ценностный компонент образования, поскольку наследие Ширакаци способствует формированию уважения к национальному научному наследию. В статье представлены методические подходы, SWOT-анализ и интерпретация материала в рамках таксономии Блума. Результаты подтверждают, что наследие Ширакаци может эффективно использоваться как современный дидактический инструмент.

***Ключевые слова**:* Анания Ширакаци, преподавание математики, историко-математический подход, дидактика, образовательная мотивация, логическое мышление, национальные ценности.

SHIRAKATSI AND HIS MATHEMATICAL LEGACY

Lusine Karen Poghosyan

Summary. The article examines the didactic potential of the mathematical heritage of the prominent 7th-century Armenian scholar Anania Shirakatsi and its effectiveness in modern general education. The aim of the study is to identify the pedagogical possibilities of Shirakatsi's arithmetic problems and their impact on students' logical thinking, analytical skills, and learning motivation. The research is based on a qualitative pedagogical methodology and includes an experimental study conducted in the 6th grade, with a comparative analysis of experimental and control groups. The results demonstrate that the purposeful integration of historical-mathematical material significantly enhances students' cognitive engagement, independent thinking, and ability to provide reasoned solutions. At the same time, the value-based component of education is strengthened, as Shirakatsi's heritage fosters respect for national scientific traditions. The article also presents methodological approaches, a SWOT analysis, and an interpretation within Bloom's taxonomy framework. The findings confirm that Shirakatsi's mathematical heritage can be effectively applied as a modern didactic tool to improve the quality of mathematics education.

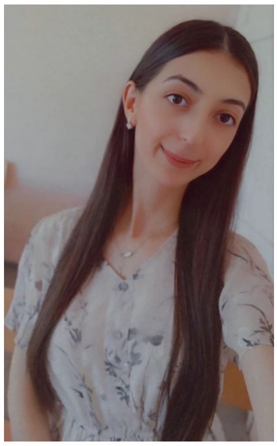
Key words: Anania Shirakatsi, mathematics teaching, historical-mathematical approach, didactics, educational motivation, logical thinking, national values.

Ներկայացված է խմբագրություն 19.03.2026
Գրախոսվել է 01.03.2026
Ուղարկվել է կայք 15.03.2026

ՆԵՐԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԵՎ ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐ

ՆԵՐԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԴԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՏԱԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵՋ

Ռաիսա Արմենի Գրիգորյան
Խ. Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ



Ռ.Ա.Գրիգորյան. Մագիստրոս

Ներածություն

Մաթեմատիկան երկար ժամանակ համարվել է գիտություն, որտեղ գերակշռում են կանոնները, ալգորիթմները և մեխանիկական հաշվարկները: Այնուամենայնիվ, վերջին տասնամյակների մանկավարժական ուսումնասիրությունները ցույց են տվել, որ մաթեմատիկական գիտելիքի արդյունավետ յուրացումը կախված է ոչ միայն տեխնիկական հմտություններից, այլև մտածողության համակարգված և ստեղծագործական ձևավորման ունակությունից: Այս համատեքստում մեծ ուշադրություն է դարձվում ներառարկայական կապերի կիրառմանը՝ որպես գործիք, որը հնարավորություն է տալիս աշակերտին ընկալել մաթեմատիկան որպես միասնական, կառուցվածքային համակարգ և զարգացնել նրա համեմատական, վերլուծական և ընդհանրացնող մտածողությունը:

Ներառարկայական կապերը ապահովում են տարբեր մաթեմատիկական թեմաների միջև կառուցվածքային կապերի բացահայտումը, ինչը նպաստում է գիտելիքի համակարգմանը և բարելավում ինքնուրույն խնդիրների լուծման ունակությունը: Ուսումնասիրություններն ընդգծում են, որ երբ աշակերտը տեսնում է նոր նյութի և արդեն ուսումնասիրված թեմաների միջև փոխկապակցվածությունը, նա ոչ միայն ավելի արդյունավետ է հիշում և կիրառում գիտելիքը, այլև ձևավորում է խորքային գիտակցվածություն, որը անհրաժեշտ է բարձր մակարդակի մաթեմատիկական մտածողության զարգացման համար:

Այսօր կրթության նոր մոտեցումները շեշտադրում են ոչ միայն սովորողների գիտելիքների որակը, այլև նրանց մտածողության ճկունությունը, ստեղծագործական մոտեցումները և խնդիրների բազմակողմանի վերլուծության ունակությունը: Ներառարկայական կապերի կիրառումը մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում հնարավորություն է տալիս ուսուցման գործընթացը դարձնել ոչ միայն արդյունավետ, այլև հետաքրքրական, լինելով ուսուցչի համար արդյունավետ մեթոդ և աշակերտի համար՝ մտավոր ակտիվության և մոտիվացիայի խթան:

Այս ուսումնասիրության նպատակն է պարզել ներառարկայական կապերի դերը մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման գործում, վերլուծել դրանց կիրառման մեթոդները, ներկայացնել արդյունավետության գնահատման ուղիները և ցույց տալ այն ազդեցությունը, որը նրանք ունեն ուսումնական գործընթացի կառուցվածքի, սովորողների ստեղծագործական և վերլուծական կարողությունների վրա:

Ներառարկայական կապերի դերը մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման մեջ

Ժամանակակից կրթության կարևորագույն խնդիրներից մեկը ոչ թե պարզապես գիտելիքի փոխանցումն է, այլ մտածող անձի ձևավորումը: Այս համատեքստում մաթեմատիկան առանձնահատուկ դեր ունի, քանի որ այն ուղղակիորեն նպաստում է տրամաբանական, վերլուծական և քննադատական մտածողության զարգացմանը: Սակայն մաթեմատիկական մտածողությունը չի ձևավորվում ինքնաբերաբար: Այն պահանջում է ճիշտ կազմակերպված ուսուցման գործընթաց, որտեղ կարևոր տեղ են զբաղեցնում ներառարկայական կապերը:

Շատ հաճախ մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում թեմաները ներկայացվում են մեկուսացված՝ որպես իրարից անկախ միավորներ: Աշակերտը սովորում է բանաձևը, լուծման ալգորիթմը, կատարում որոշակի վարժություններ և շարժվում դեպի հաջորդ թեման: Սակայն այս մոտեցումը չի ապահովում գիտելիքի խորքային ըմբռնում: Արդյունքում աշակերտը կարող է լուծել որոշակի խնդիրներ, բայց դժվարանում է կիրառել ստացած գիտելիքը նոր իրավիճակներում: Սա է պատճառներից մեկը, որ մաթեմատիկան հաճախ ընկալվում է որպես բարդ և անհասկանալի առարկա:

Ներառարկայական կապերի կիրառումը թույլ է տալիս վերացնել այս խնդիրը: Երբ ուսուցման ընթացքում ուսուցիչը նպատակային կերպով կապում է նոր թեման արդեն ուսումնասիրված նյութի հետ, աշակերտը սկսում է տեսնել մաթեմատիկայի ներքին կառուցվածքը: Օրինակ՝ թվաբանական գործողությունների իմացությունը հիմք է հանդիսանում հավասարումների լուծման համար, հավասարումները՝ ֆունկցիաների ուսումնասիրության, իսկ ֆունկցիաները՝ երկրաչափական պատկերների և նրանց հատկությունների բացատրության: Այս փոխկապակցվածությունը նպաստում է այն բանին, որ աշակերտի գիտելիքը դառնում է համակարգված և կայուն:

Ներառարկայական կապերը նպաստում են ինտելեկտուալ հույզերի ձևավորմանը՝ խթանելով սովորողների հետաքրքրությունն ու ճանաչողական հետաքրքրասիրությունը:

Գոյություն ունեն հետաքրքրության ակտիվացման տարբեր ուղիներ: Դրանցից են՝ փոփոխությունները, ոգևորվածությունը, նորությունները, երևակայությունը և մտածողությունը:

Հետաքրքրությունը առաջացնում է շրջակա աշխարհը ուսումնասիրելու ցանկություն, ինչն ուղղված է մարդու պահանջմունքների բավարարման համար անհրաժեշտ միջոցների հայթայթմանը: Այն ակտիվացնում է մարդուն, ոգեշնչում և մղում է ակտիվ գործունեության: Հետաքրքրությունը նպատակաուղղված է ստանալու «ինչո՞ւ» հարցադրման պատասխանը, ինչը մաթեմատիկական գործունեության շարժիչ ուժն է և, ըստ Լոկհարդի, մաթեմատիկայի գեղագիտության դրսևորման ճանապարհը:

Սովորական մարդը հետաքրքրություն ավելի շատ է զգում, քան հուզական վիճակում գտնվող ցանկացած մեկը: Կ. Է. Իզարդը դասում է այն մարդու բազային՝ հույզերի շարքին: Նա նաև այն համարում է աշխատանքում մարդուն գլխավոր մոտիվացնողը և ստեղծագործական գործունեության կարևորագույն տարրը: [3, էջ 105]

Հետաքրքրության առանձին տեսակն է հետաքրքրասիրությունը: Ս. Ի. Օժեգովը և Ս. Ի. Շվեդովան այն բացատրում են որպես նորը տեսնելու, իմանալու ձգտում, ինչ-որ բանի նկատմամբ հետաքրքրության դրսևորում: [1, էջ 130]

Այսպիսով, ներառարկայական կապերի նպատակային կիրառումը խթանում է հետաքրքրության և հետաքրքրասիրության ձևավորումը՝ դառնալով մաթեմատիկական մտածողության զարգացման կարևոր հոգեբանական հիմք:

Բացի այդ ներառարկայական կապերը կարևոր նշանակություն ունեն հատկապես մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման տեսանկյունից: Դրանք զարգացնում են համեմատելու, վերլուծելու, ընդհանրացնելու և եզրահանգումներ կատարելու կարողությունները: Երբ սովորողը հասկանում է, որ տարբեր թեմաների հիմքում ընկած են նույն գաղափարները կամ օրինաչափությունները, նրա մտածողությունը դառնում է ավելի ճկուն: Նա սկսում է ոչ թե որոնել պատրաստի բանաձև, այլ փորձել հասկանալ խնդրի էությունը:

Մաթեմատիկայում ներառարկայական կապերի կիրառումը մեծ դեր ունի նաև մոտիվացիայի բարձրացման հարցում: Երբ սովորողը տեսնում է, որ նոր ուսումնական նյութը կապված է արդեն հայտնիի հետ, նրա մոտ նվազում է վախը նոր թեմայից: Ավելին՝ առաջանում է հետաքրքրություն, քանի որ նա սկսում է ճանաչել «ծանոթ» գաղափարներ նոր ձևով: Այս գործընթացը ուսուցման մեջ ստեղծում է դրական հոգեբանական միջավայր, որն իր հերթին նպաստում է ուսումնական առաջադիմության բարձրացմանը:

Ուսուցչի մասնագիտական վարպետությունը հատկապես կարևոր է ներառարկայական կապերի արդյունավետ կիրառման հարցում: Ուսուցիչը պետք է կարողանա ճիշտ ընտրել այն պահերը, որտեղ հնարավոր է վերադառնալ նախորդ գիտելիքին, հիշեցնել հիմնական հասկացությունները և ցույց տալ դրանց կապը նոր նյութի հետ: Դա կարող է իրականացվել հարցերի, համեմատությունների, աղյուսակների, գծապատկերների և խնդիրների միջոցով: Այս մեթոդները ոչ միայն ակտիվացնում են սովորողների ուշադրությունը, այլև նպաստում են մտածողության զարգացմանը:

Ներառարկայական կապերի կիրառումը արդյունավետ է բոլոր կրթական աստիճաններում: Տարրական դպրոցում այն օգնում է ձևավորել թվային պատկերացում և տարրական տրամաբանություն: Միջին դպրոցում այն նպաստում է պատճառահետևանքային կապերի բացահայտմանը, իսկ ավագ դպրոցում՝ տեսական մտածողության և ինքնուրույն վերլուծության զարգացմանը: Այսպիսով, ներառարկայական կապերը հանդես են գալիս որպես շարունակական և ամբողջական ուսուցման ապահովման միջոց:

Այս ամենը նպաստում է նաև սովորողների մոտ գիտական գեղեցիկի ընկալման ձևավորմանը: Գիտական գեղեցիկը դրսևորվում է գիտելիքի ճշգրտության, պարզության, ներդաշնակության և ներքին տրամաբանական ամբողջականության մեջ:

Մաթեմատիկայում գեղեցիկը արտահայտվում է հակիրճ և խորիմաստ լուծումներով, ապացույցների ճշգրտությամբ, գաղափարների համընդհանրությամբ: Բարդ երևույթների պարզ բացատրությունն ու մի շարք խնդիրների միասնական սկզբունքով լուծումը մաթեմատիկական գեղեցկության վառ օրինակներ են:

Դեռևս հին քաղաքակրթություններում մաթեմատիկան ընկալվում էր որպես օգտակար և, հետևաբար, գեղեցիկ գիտելիք: Անտիկ շրջանում այն դարձավ աշխարհի կառուցվածքի և ճշմարտության ճանաչման հիմնարար միջոց: Հետագա դարաշրջաններում այս մոտեցումը պահպանվեց՝ մաթեմատիկան դիտարկելով որպես ներդաշնակության և հավերժական օրենքների գիտություն: [2, էջ 22]

Ներառարկայական կապերի կիրառման օրինակներ մաթեմատիկայի դասընթացում

Ստորև ներկայացված են մի քանի տիպական օրինակներ, որոնք ցույց են տալիս, թե ինչպես կարելի է ձևավորել մաթեմատիկական մտածողություն՝ հիմնվելով ներառարկայական կապերի վրա:

Օրինակ 1. *Թվաբանական գործողություններից դեպի հավասարումներ*

Սկզբնական փուլերում սովորողները սովորում են թվաբանական գործողությունները՝ գումարում, հանում, բազմապատկում և բաժանում: Հետագայում հավասարումների ուսումնասիրությունը կարող է բարդ թվալ, եթե դրանք ներկայացվեն որպես ամբողջովին նոր նյութ: Սակայն, եթե ուսուցիչը հավասարումը ներկայացնում է որպես թվաբանական գործողությունների ընդհանրացում, գործընթացը դառնում է պարզ և հասկանալի:

Օրինակ՝ 3 + x = 7 հավասարումը դիտարկվում է որպես անհայտ գումարելի գտնելու խնդիր: Այս մոտեցման արդյունքում աշակերտը հասկանում է, որ հավասարումների լուծման հիմքում ընկած են իրեն արդեն ծանոթ գործողությունները: Այդպիսով, ձևավորվում է տրամաբանական մոտեցում խնդրի լուծմանը, այլ ոչ թե մեխանիկական հաշվարկ:

Օրինակ 2. *Ֆունկցիաների և հավասարումների կապը*

Ֆունկցիաների թեման հաճախ դժվար է ընկալվում աշակերտների կողմից՝ իր աբստրակտ բնույթի պատճառով: Սակայն հավասարումների հետ կապի հաստատումը զգալիորեն հեշտացնում է նյութի ըմբռնումը:

Օրինակ՝ y = 2x + 1 ֆունկցիան կարելի է դիտարկել որպես x փոփոխականի համար տարբեր հավասարումների ամբողջություն: Այսպիսի ներկայացումը օգնում է աշակերտին հասկանալ, որ ֆունկցիան ոչ թե միայն գրաֆիկ է, այլ փոփոխականների փոխկապակցվածություն:

Օրինակ 3. *հանրահաշիվ–երկրաչափություն կապը*

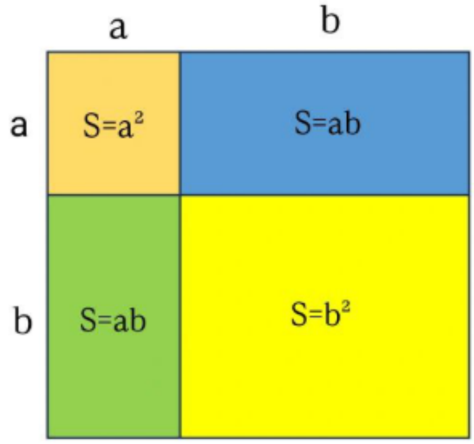
Երկրաչափական պատկերների ուսումնասիրության ժամանակ հանրահաշվական գիտելիքների կիրառումը հանդիսանում է ներառարկայական կապերի արդյունավետ օրինակ: Կրճատ բազմապատկման բանաձևերը լայնորեն կիրառվում են հանրահաշվում՝ որպես հանրահաշվական արտահայտությունների ձևափոխման միջոց, և նույնքան կարևոր են երկրաչափությունում, որտեղ դրանք թույլ են տալիս պատկերայինորեն մեկնաբանել քառակուսիների, ուղղանկյունների և այլ պատկերների մակերեսները:

Կրճատ բազմապատկման բանաձևերից $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Այս բանաձևի կապը երկրաչափության հետ.

Հանրահաշվական բանաձևը

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$



Երկրաչափական տեսանկյունից համապատասխանում է քառակուսու մակերեսին, որի կողմը a+b է: Քառակուսին բաժանվում է երկու փոքր քառակուսու և երկու ուղղանկյան, որոնց մակերեսների գումարը տալիս է նույն արտահայտությունը: Այս կերպ հանրահաշվական գումարի քառակուսին ներկայացվում է որպես մակերեսների գումար:

Մաթեմատիկական մտածողության խթանումը ներառարկայական կապերի միջոցով

Ներառարկայական կապերը որպես մաթեմատիկական մտածողության համակարգայնացման գործոն: Մաթեմատիկական մտածողության առանձնահատկություններից մեկը համակարգայնությունն է: Այն ձևավորվում է այն ժամանակ, երբ աշակերտը կարողանում է գիտելիքները դասավորել ոչ թե հիշողության մեջ առանձին հատվածներով, այլ փոխկապակցված և տրամաբանական ամբողջության մեջ: Ներառարկայական կապերը հենց այս համակարգայնացման հիմնական գործիքներից են: Դրանք նպաստում են այն բանին, որ սովորողը մաթեմատիկական գիտելիքը ընկալի որպես զարգացող կառուցվածք, որտեղ յուրաքանչյուր նոր հասկացություն բնական շարունակությունն է նախորդի:

Ուսուցման գործընթացում ներառարկայական կապերի կիրառումը թույլ է տալիս խուսափել գիտելիքի մակերեսայնությունից: Երբ աշակերտը յուրաքանչյուր թեմա դիտարկում է այլ թեմաների հետ կապի մեջ, նրա մոտ ձևավորվում է խորքային ըմբռնում: Այսպիսի մոտեցման պայմաններում սխալը նույնպես ստանում է նոր իմաստ. այն այլևս պարզապես ձախողում չէ, այլ ազդանշան՝ ցույց տալու, թե որ կապն է բաց թողնվել կամ սխալ ընկալվել:

Մաթեմատիկական լեզվի ձևավորումը ներառարկայական կապերի միջոցով: Մաթեմատիկան ունի իր յուրահատուկ լեզուն՝ նշաններ, տերմիններ, արտահայտություններ և կառուցվածքներ: Ներառարկայական կապերի միջոցով այս լեզուն դառնում է ավելի մատչելի և հասկանալի աշակերտի համար: Երբ նույն նշանը կամ գաղափարը կիրառվում է տարբեր թեմաներում, աշակերտը սկսում է հասկանալ դրա իմաստը, այլ ոչ թե պարզապես հիշել նշանակությունը:

Օրինակ՝ փոփոխականի գաղափարը աստիճանաբար զարգանում է թվային խնդիրներից մինչև ֆունկցիաներ և հավասարումներ: Այս շարունակականությունը նպաստում է նրան, որ աշակերտը կարողանա «կարդալ» մաթեմատիկական տեքստը, մեկնաբանել պայմանները և ճշգրիտ ձևակերպել իր մտքերը: Արդյունքում մաթեմատիկական խոսքը դառնում է մտածողության արտահայտման միջոց, ոչ թե միայն հաշվարկների շարք:

Սխալների վերլուծությունը որպես ներառարկայական կապերի բացահայտման միջոց: Մաթեմատիկական սխալները հաճախ պայմանավորված են ոչ թե հաշվարկային անճշտություններով, այլ թեմաների միջև կապերի չհասկացվածությամբ: Ներառարկայական կապերի վրա հիմնված ուսուցման ընթացքում սխալների վերլուծությունը ստանում է կարևոր մանկավարժական նշանակություն:

Երբ ուսուցիչը սխալը դիտարկում է որպես ուսումնական իրավիճակ և փորձում է բացահայտել դրա պատճառը՝ վերադարձ կատարելով նախորդ թեմաներին, աշակերտի մոտ ձևավորվում է վերլուծական մոտեցում: Սովորողները սկսում են հասկանալ, որ յուրաքանչյուր սխալ ունի իր տրամաբանական պատճառը: Սա նպաստում է քննադատական մտածողության զարգացմանը և ինքնաստուգման հմտությունների ձևավորմանը:

Ներառարկայական կապերը և ստեղծագործական մտածողությունը: Թեև մաթեմատիկան հաճախ ընկալվում է որպես խիստ կանոններով գիտություն, իրականում այն մեծ հնարավորություն է տալիս ստեղծագործական մտածողությանը: Ներառարկայական կապերի կիրառումը հենց այն մոտեցումն է, որի միջոցով աշակերտը կարող է փորձարկել տարբեր լուծման ուղիներ:

Երբ խնդիրը կարող է լուծվել մի քանի թեմաների միջոցով, աշակերտը կանգնում է ընտրության առաջ: Նա սկսում է համեմատել տարբեր մոտեցումներ, գնահատել դրանց արդյունավետությունը և ընտրել առավել նպատակահարմար տարբերակը: Այս գործընթացում մաթեմատիկական մտածողությունը ձեռք է բերում ստեղծագործական բնույթ, իսկ սովորողը՝ վստահություն սեփական մտքերի նկատմամբ:

Դասի կառուցվածքի փոփոխությունը ներառարկայական կապերի պայմաններում: Ներառարկայական կապերի կիրառումը պահանջում է դասի կառուցվածքի որոշակի վերանայում: Դասը դադարում է լինել միայն նոր նյութի ներկայացում և վարժությունների լուծում: Այն դառնում է հետազոտական գործընթաց, որտեղ հարցադրումը, քննարկումը և եզրահանգումը ունեն նույնքան կարևոր դեր, որքան հաշվարկը:

Դասի մեկնարկին կիրառվող հիշեցումներն ու կապող հարցերը օգնում են ակտիվացնել աշակերտների նախնական գիտելիքները: Դասի ընթացքում ձևավորվում են տրամաբանական կամուրջներ տարբեր թեմաների միջև, իսկ ամփոփիչ հատվածում աշակերտը հնարավորություն է ստանում ամբողջացնել ստացած գիտելիքը: Այս կառուցվածքը նպաստում է գիտակցված ուսուցմանը և ուսուցման կայուն արդյունքներին:

Ներառարկայական կապերը որպես կրթական արդյունքների որակի բարձրացման նախապայման: Կրթության որակը գնահատվում է ոչ միայն ամփոփիչ աշխատանքների արդյունքներով, այլև այն բանով, թե որքան արդյունավետ է աշակերտը կարողանում կիրառել գիտելիքը նոր իրավիճակներում: Ներառարկայական կապերի վրա հիմնված ուսուցումը ուղղակիորեն նպաստում է այս կարողության ձևավորմանը:

Այս մոտեցման պայմաններում աշակերտը պատրաստ է ոչ ստանդարտ խնդիրների, քանի որ նա սովոր է տեսնել ընդհանրություններ և կապեր: Արդյունքում մաթեմատիկական գիտելիքը դառնում է գործիք մտածելու և որոշումներ ընդունելու համար:

Ներառարկայական կապերի կիրառման մեթոդները

1. **Հիշեցման և համեմատության մեթոդը**

○ Այս մեթոդի հիմքում դրվում է աշակերտների նախնական գիտելիքի ակտիվացումը նոր նյութին անցնելուց առաջ:

○ Ուսուցիչը կազմակերպում է հարցեր կամ փոքր առաջադրանքներ, որոնք ստիպում են աշակերտին համեմատել նախորդ թեմաները նորի հետ, հասկանալ ընդհանուր սկզբունքները կամ օրինաչափությունները:

2. **Համակարգված ինտեգրացիոն մեթոդը**

○ Այս մեթոդը ենթադրում է թեմաների միջև կապերի բացահայտում՝ դասի ընթացքում հստակ ընդգծելով դրանց կառուցվածքային և գործառութային փոխկապակցվածությունը:

○ Սովորողը տեսնում է, թե ինչպես է նոր հասկացությունը հիմնված նախկին գիտելիքների վրա և ինչպես կարող է այն կիրառվել տարբեր խնդիրների լուծման համար:

3. **Խնդրային և ստեղծագործական առաջադրանքների մեթոդը**

○ Սովորողներին առաջարկվում են խնդիրներ, որոնք պահանջում են միավորել տարբեր թեմաներից ստացած գիտելիքը:

○ Այս մեթոդը նպաստում է ստեղծագործական և վերլուծական մտածողության զարգացմանը, քանի որ սովորողը կանգնում է տարբեր լուծման ուղիներ ընտրելու առաջադրանքի առաջ:

4. **Վերլուծական սխալների մեթոդը**

○ Այս մեթոդը կենտրոնանում է սովորողների սխալների վրա՝ դիտարկելով դրանք որպես ուսուցման հնարավորություն և ներառարկայական կապերի բացահայտման միջոց:

○ Ուսուցիչը վերլուծում է, թե որն է տվյալ սխալի հիմքում ընկած գիտելիքի բացթողումը և կապում այն այլ թեմաների հետ՝ բացատրելով սխալի տրամաբանական պատճառը:

5. **Տեխնոլոգիական և վիզուալիզացիոն մեթոդները**

○ Համակարգչային ծրագրերի, ինտերակտիվ հարթակների և գրաֆիկական պատկերների օգտագործումը թույլ է տալիս տեսանելի դարձնել թեմաների միջև կապերը:

6. **Ամփոփիչ և համատեղ մեթոդը**

○ Դասի ավարտին կիրառում են ամփոփիչ քննարկումներ, աղյուսակներ կամ գրաֆիկներ, որոնք ցույց են տալիս թեմաների փոխկապակցվածությունը ամբողջ ուսումնական միավորման մակարդակով:

○ Այս մեթոդը ապահովում է գիտելիքի ամբողջական ընկալումը և նպաստում է մտածողության համակարգայնացմանը:

Իրավիճակային վերլուծություն

Դասի ընթացքում ուսուցիչը նկատում է, որ աշակերտների մեծ մասը դժվարանում է քառակուսային հավասարումների թեմայի ընկալման հարցում:

Ուսուցիչը փոխում է դասավանդման մոտեցումը՝ կիրառելով ներառարկայական կապեր: Նա վերադառնում է բազմապատկման, թվաբանական արտահայտությունների և գրաֆիկների թեմաներին՝ ցույց տալով, որ քառակուսային հավասարումը արտահայտում է ֆունկցիայի և x-առանցքի հատման կետերը: Դասընթացի ավարտին կրկնակի ստուգումը ցույց է տալիս, որ ինքնուրույն լուծումների ցուցանիշն ավելի բարձր է:

Այս իրավիճակը վկայում է, որ ներառարկայական կապերի կիրառումը նպաստում է ոչ միայն գիտելիքի ըմբռնման խորացմանը, այլև ուսումնական արդյունքների զգալի բարելավմանը:

Փորձարարական մաս

Փորձարարական ուսումնասիրությունն իրականացվել է միջին դպրոցի 7-րդ դասարանում: Դասարանը բաժանվել է երկու խմբի՝ վերահսկիչ և փորձարարական:

- Վերահսկիչ խմբում դասավանդումը իրականացվել է ավանդական մեթոդներով:
- Փորձարարական խմբում ուսուցման ընթացքում համակարգված կիրառվել են ներառարկայական կապերը:

Ուսումնասիրությունը տևել է 2 օր: Նախնական և եզրափակիչ թեստավորման արդյունքները ներկայացված են ստորև:

- Նախնական փուլում երկու խմբերի միջին ցուցանիշը կազմել է մոտ 48%:
- Փորձարարական խմբում ուսումնական միավորից հետո ցուցանիշը բարձրացել է մինչև 78%:
- Վերահսկիչ խմբում նույն ժամանակահատվածում ցուցանիշը կազմել է 60%:

Ստացված տվյալները ցույց են տալիս, որ ներառարկայական կապերի կիրառումը զգալիորեն բարձրացնում է մաթեմատիկական մտածողության մակարդակը և նպաստում է ուսումնական արդյունավետության աճին:

Գնահատման սանդղակ.

- Ճիշտ լուծում – 2 միավոր
- Մասամբ ճիշտ – 1 միավոր
- Սխալ – 0 միավոր
- Բացատրական մասի առկայություն – առանձին 1 միավոր

ՀԱՐՑԱՇԱՐԸ

I. Թվեր և արտահայտություններ (թվաբանություն ⇔ հանրահաշիվ)

1. Հաշվել արտահայտության արժեքը.

$2(x-3)+5x$, եթե $x=4$

ա) Գտիր արժեքը:

բ) Բացատրի՛ր՝ ինչ կանոններ կիրառեցիր:

2. Համեմատիր արտահայտությունները առանց հաշվիչի.

$3(a+2)$ և $3a+6$

ա) Արդյո՞ք դրանք հավասար են բոլոր a-երի համար:

բ) Ի՞նչ մաթեմատիկական օրենք է կիրառված:

II. Հավասարումներ և տրամաբանական մտածողություն

3. Լուծիր հավասարումը.

$5x-7=18$

ա)Գրիր լուծման քայլերը

բ) Բացատրիր՝ ինչո՞ւ կարելի է երկու կողմերին նույն թիվը ավելացնել կամ հանել:

4. Եթե մի թիվը մեծացնենք 3 անգամ և ավելացնենք 2, ստացվում է 20: Կազմիր հավասարում և գտիր թիվը:

(Կապ՝ բառային խնդիր ⇔ հանրահաշիվ)

III. Համամասնություն և երկրաչափական պատկերացում

5. Ուղղանկյան երկարությունը 8 սմ է, լայնությունը՝ 5 սմ:

ա) Գտիր պարագիծը

բ) Գտիր մակերեսը

գ) Բացատրիր՝ ի՞նչ տարբերություն կա պարագծի և մակերեսի միջև:

(Երկրաչափություն ⇔ թվաբանական բանաձևերի կիրառում)

IV. Կոտորակներ և տոկոսներ

6. Դասարանում կա 25 աշակերտ, որոնցից 10-ը աղջիկ են:

ա) Ի՞նչ մասն են կազմում աղջիկները:

բ) Քանի՞ տոկոս են կազմում աղջիկները:

գ) Բացատրիր՝ ինչպես անցար կոտորակից տոկոսի:

(Կապ՝ կոտորակներ ⇔ տոկոսներ ⇔ իրական տվյալներ

V. Գրաֆիկական մտածողություն

7. Ստորև տրված է կախվածություն.

$y = 2x + 1$

ա) Լրացրու աղյուսակը.

x	0	1	2
y			

բ) Ինչպե՞ս է փոփոխվում y-ը, երբ x-ը մեծանում է 1-ով:

գ) Ի՞նչ կապ կա աղյուսակի և բանաձևի միջև:

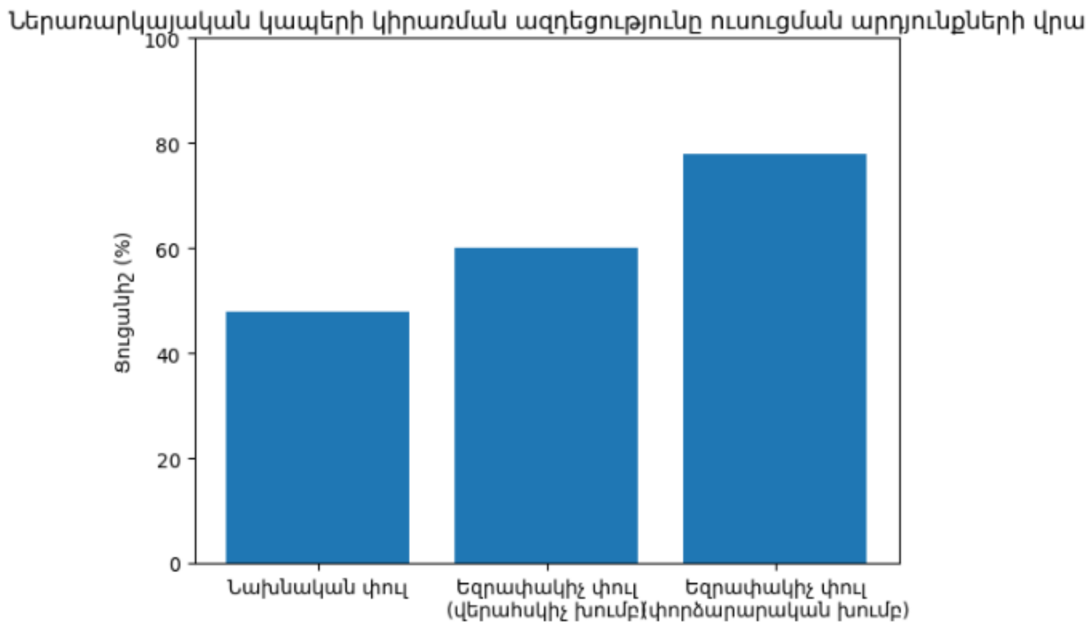
(Կապ՝ աղյուսակ ⇔ բանաձև ⇔ ֆունկցիոնալ մտածողություն)

VI. Վերլուծական խնդիր

8. Երկու թվերի գումարը 30 է, տարբերությունը՝ 6:

Գտիր այդ թվերը:

(Կապ՝ համակարգային մտածողություն ⇔ հավասարումներ)



Գրաֆիկում ներկայացված են նախնական և եզրափակիչ փուլերի արդյունքները: Տվյալներից պարզ երևում է, որ փորձարարական խմբում, որտեղ կիրառվել են ներառարկայական կապերը, ուսումնական ցուցանիշը զգալիորեն բարձրացել է՝ 48%-ից հասնելով 78%-ի: Մինչդեռ վերահսկիչ խմբում աճը եղել է համեմատաբար քիչ՝ կազմելով 60%: Սա վկայում է ներառարկայական կապերի կիրառման արդյունավետության մասին՝ մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման գործընթացում:

Ուժեղ կողմեր

Ներառարկայական կապերի կիրառման հիմնական առավելությունը մաթեմատիկական գիտելիքի համակարգայնացումն է: Այս մոտեցման պայմաններում աշակերտը չի ընկալում առանձին թեմաները մեկուսացված, այլ տեսնում է դրանց միջև տրամաբանական շարունակականությունը: Արդյունքում ձևավորվում է կայուն և խորքային գիտելիք, որը հեշտությամբ կիրառվում է նոր ուսումնական իրավիճակներում:

Մյուս կարևոր ուժեղ կողմը մտածողության բարձր մակարդակի զարգացումն է: Ներառարկայական կապերը խթանում են վերլուծական, համեմատական և ընդհանրացնող մտածողությունը: Աշակերտը սկսում է ոչ միայն լուծել խնդիրներ, այլև հասկանալ դրանց կառուցվածքը և ընտրել արդյունավետ լուծման ռազմավարություններ:

Ներառարկայական կապերը դրական ազդեցություն ունեն նաև ուսուցման մոտիվացիայի վրա: Երբ աշակերտը տեսնում է կապը արդեն սովորածի և նոր նյութի միջև, նվազում է վախը նոր թեմաներից, իսկ հետաքրքրությունը՝ աճում: Սա նպաստում է ուսումնական ակտիվության բարձրացմանը և դրական վերաբերմունքի ձևավորմանը մաթեմատիկայի նկատմամբ:

Թույլ կողմեր

Ներառարկայական կապերի արդյունավետ կիրառումը պահանջում է ուսուցչից բարձր մասնագիտական պատրաստվածություն և մեթոդական ճկունություն: Առանց թեմաների խորքային իմացության և ճիշտ պլանավորման հնարավոր չէ ապահովել կապերի նպատակային և համակարգված կիրառում:

Բացի այդ, այս մոտեցումը հաճախ պահանջում է ավելի շատ ժամանակ դասի ընթացքում: Կապերի բացահայտումը, քննարկումը և ամփոփումը կարող են դանդաղեցնել ուսումնական նյութի ծավալի անցումը, հատկապես խիտ դասագրքային ծրագրերի պայմաններում:

Որոշ դեպքերում սովորողների պատրաստվածության և մտածողության տարբեր մակարդակները կարող են որոշակի դժվարություններ առաջացնել: Մինչ մի խումբ սովորողներ հեշտությամբ են ընկալում տարբեր թեմաների միջև եղած կապերը, մյուսները կարող են շփոթվել՝ չկարողանալով միաժամանակ կիրառել տարբեր առարկաներից ձեռք բերված գիտելիքները:

Հնարավորություններ

Ներառարկայական կապերի կիրառումը հնարավորություն է տալիս ներդնել ժամանակակից մանկավարժական մոտեցումներ և ակտիվ ուսուցման մեթոդներ: Այս մոտեցումը հեշտությամբ համադրվում է խնդրահեն ուսուցման, հետազոտական առաջադրանքների և համագործակցային աշխատանքի հետ:

Տեխնոլոգիաների կիրառումը ևս ընդլայնում է ներառարկայական կապերի հնարավորությունները: Դինամիկ ծրագրերը, գրաֆիկական պատկերումները և ինտերակտիվ հարթակները թույլ են տալիս տեսանելի դարձնել կապերը, որոնք դժվար է պատկերացնել միայն տեսական բացատրությամբ:

Բացի այդ, ներառարկայական կապերը կարող են դառնալ մաթեմատիկայի ուսուցման որակի գնահատման նոր չափանիշ: Դրանք հնարավորություն են տալիս գնահատել ոչ միայն վերջնական պատասխանը, այլև մտածողության ընթացքը, ինչը համապատասխանում է ժամանակակից կրթական պահանջներին:

Վտանգներ

Ներառարկայական կապերի արդյունավետության վրա կարող են բացասաբար ազդել դասավանդման ավանդական մոտեցումների գերակայությունը և փոփոխություններին դիմադրությունը: Եթե ուսուցման գործընթացը շարունակում է կենտրոնանալ միայն մեխանիկական վարժությունների վրա, ներառարկայական կապերը մնում են չիրացված:

Ծրագրային սահմանափակումները ևս կարող են դիտվել որպես սպառնալիք: Խիստ ժամանակացույցը և չափորոշիչների ծանրաբեռնվածությունը երբեմն չեն թողնում բավարար տարածք խորքային վերլուծության և կապերի բացահայտման համար:

Վերջապես, ուսումնական միջավայրում բավարար մեթոդական աջակցության բացակայությունը կարող է սահմանափակել ուսուցիչների նախաձեռնողականությունը և փորձարարական մոտեցումների կիրառումը:

Եզրակացություն

Ներառարկայական կապերի կիրառումը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում կարևոր նշանակություն ունի սովորողների մտածողության զարգացման և գիտելիքների ինտեգրման գործում: Երբ դասավանդման ժամանակ բացահայտվում են առարկայի ներսում եղած բաժինների, հասկացությունների և կանոնների միջև կապերը, սովորողները սկսում են տեսնել նյութը որպես ամբողջական համակարգ: Օրինակ, հանրահաշվի և երկրաչափության խնդիրների միջև գոյություն ունեցող կապը թույլ է տալիս սովորողներին խորապես ընկալել խնդիրները:

Այս մոտեցումը զարգացնում է վերլուծական, տրամաբանական և ստեղծագործական մտածողությունը, քանի որ սովորողները սովորում են բացահայտել պատճառահետևանքային կապեր և համատեղել տարբեր գաղափարներ խնդիրների լուծման ընթացքում: Ներառարկայական կապերը նպաստում են նյութի համապարփակ ընկալմանը, ինչպես նաև ուսումնական նյութի ինքնուրույն ուսումնասիրության և կիրառման հմտությունների ձևավորմանը:

Արդյունքում, ուսուցման գործընթացում ներառարկայական մոտեցումների նպատակային կիրառումը կարող է բարձրացնել դասավանդման արդյունավետությունը, ձևավորել ինտեգրված գիտելիքներ և նպաստել սովորողների մաթեմատիկական մտածողության խորացմանը: Ուսուցիչը պետք է կարողանա ճիշտ պլանավորել և ստեղծագործական մեթոդների միջոցով ապահովել տարբեր բաժինների և թեմաների միջև գոյություն ունեցող կապերը, որպեսզի այն դառնա տեսանելի և հասկանալի սովորողների համար, ինչը վերջնական հաշվով նպաստում է ուսուցման որակի բարձրացմանը:

Գրականության ցանկ

1. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Գեղեցիկը, մաթեմատիկան և կրթությունը, մաս 2-րդ:
2. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Գիտությունների թագուհի՞, թե՞ պարզապես՝ թագուհի, հրատարակչություն, Երևան, 2022:
3. ***Изард К. Э.***, Психология эмоций, С. – П., 1999:

ՆԵՐԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԴԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՏԱԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵՋ

Ռաիսա Արմենի Գրիգորյան

Ամփոփում: Սույն հետազոտությունը նվիրված է ներառարկայական կապերի կիրառման դերի ուսումնասիրությանը մաթեմատիկական մտածողության ձևավորման գործընթացում: Մաթեմատիկայի ուսուցման ժամանակակից մոտեցումները ցույց են տալիս, որ առանձին գիտելիքների մեկուսացված փոխանցումը չի ապահովում սովորողների

լիարժեք մտավոր զարգացումը: Այդ պատճառով կարևոր է ուսուցման գործընթացում ապահովել տարբեր առարկաների միջև բովանդակային և մեթոդական կապերի հաստատում, որոնք նպաստում են գիտելիքների համակարգային ընկալմանը և դրանց արդյունավետ կիրառմանը:

Հետազոտության արդյունքները ցույց են տալիս, որ ներառարկայական կապերի նպատակային և համակարգված կիրառումը զգալիորեն նպաստում է սովորողների տրամաբանական, վերլուծական և ստեղծագործական մտածողության զարգացմանը: Մաթեմատիկայի կապը բնական գիտությունների, ինֆորմատիկայի, տեխնոլոգիայի, ինչպես նաև արվեստի և առօրյա կյանքի հետ հնարավորություն է տալիս սովորողներին ընկալել մաթեմատիկական գաղափարների կիրառական նշանակությունը, տեսնել դրանց դերը տարբեր երևույթների բացատրության և խնդիրների լուծման գործընթացում: Նման մոտեցումը ոչ միայն խորացնում է գիտելիքների յուրացումը, այլև խթանում է սովորողների ճանաչողական հետաքրքրությունը, ակտիվ մասնակցությունը ուսումնական գործընթացին և ինքնուրույն մտածելու կարողությունը:

Ուսումնասիրության ընթացքում պարզվել է նաև, որ ներառարկայական կապերի արդյունավետ կիրառումը պահանջում է ուսուցման գործընթացի մանրակրկիտ պլանավորում, համապատասխան մեթոդական ապահովում և ուսուցչի կողմից նորարարական մանկավարժական մոտեցումների կիրառում: Միևնույն ժամանակ, կարող են առաջանալ որոշ դժվարություններ, որոնք պայմանավորված են դասաժամերի սահմանափակությամբ, ուսումնական ծրագրերի բովանդակային ծանրաբեռնվածությամբ և մեթոդական նյութերի պակասով: Այնուամենայնիվ, ճիշտ կազմակերպման և նպատակային մեթոդական աշխատանքի պայմաններում ներառարկայական կապերը կարող են դառնալ մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունավետության բարձրացման կարևոր գործոն:

Այսպիսով, ներառարկայական մոտեցումների կիրառումը մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում նպաստում է ոչ միայն գիտելիքների ինտեգրմանը, այլև սովորողների մաթեմատիկական մտածողության զարգացմանը, ինչը հանդիսանում է ժամանակակից կրթության կարևորագույն նպատակներից մեկը:

Բանալի բառեր: Ներառարկայական կապեր, մաթեմատիկական մտածողություն, մաթեմատիկական կրթություն:

РОЛЬ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Раиса Арменовна Григорян

Резюме. Данное исследование посвящено изучению роли использования междисциплинарных связей в процессе формирования математического мышления. Современные подходы к преподаванию математики показывают, что изолированный

перенос индивидуальных знаний не обеспечивает полноценного интеллектуального развития учащихся. Поэтому важно обеспечить установление содержательных и методических связей между различными предметами в процессе обучения, которые способствуют систематическому восприятию знаний и их эффективному применению.

Результаты исследования показывают, что целенаправленное и систематическое использование междисциплинарных связей вносит значительный вклад в развитие логического, аналитического и творческого мышления учащихся. Связь математики с естественными науками, информатикой, техникой, а также искусством и повседневной жизнью позволяет учащимся осознать прикладное значение математических идей, увидеть их роль в процессе объяснения различных явлений и решения задач. Такой подход не только углубляет усвоение знаний, но и стимулирует познавательный интерес учащихся, активное участие в учебном процессе и способность к самостоятельному мышлению.

Исследование также показало, что эффективное использование междисциплинарных связей требует тщательного планирования учебного процесса, соответствующей методической поддержки и применения учителем инновационных педагогических подходов. В то же время могут возникнуть некоторые трудности из-за ограниченного количества уроков, содержательной нагрузки учебной программы и недостатка методических материалов. Однако при надлежащей организации и целенаправленной методической работе междисциплинарные связи могут стать важным фактором повышения эффективности преподавания математики.

Таким образом, использование междисциплинарных подходов в процессе обучения математике способствует не только интеграции знаний, но и развитию математического мышления учащихся, что является одной из важнейших целей современного образования.

Ключевые слова: внутрипредметные связи, математическое мышление, математическое образование.

THE ROLE OF INTRA-SUBJECT CONNECTIONS IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL THINKING

Raisa Armen Grigoryan

Summary. This research is devoted to the study of the role of the use of interdisciplinary connections in the process of forming mathematical thinking. Modern approaches to teaching mathematics show that the isolated transfer of individual knowledge does not ensure the full intellectual development of students. Therefore, it is important to ensure the establishment of substantive and methodological connections between different subjects in the learning process, which contribute to the systematic perception of knowledge and their effective application.

The results of the research show that the purposeful and systematic use of interdisciplinary connections significantly contributes to the development of logical, analytical and creative thinking of students. The connection of mathematics with natural sciences, informatics, technology, as well as art and everyday life allows students to perceive the applied significance of mathematical ideas, see their role in the process of explaining various phenomena and solving problems. Such an approach not only deepens the assimilation of knowledge, but also stimulates the cognitive interest of students, active participation in the educational process and the ability to think independently.

The study also revealed that the effective use of interdisciplinary connections requires careful planning of the learning process, appropriate methodological support, and the use of innovative pedagogical approaches by the teacher. At the same time, some difficulties may arise due to the limited number of lessons, the content load of the curriculum, and the lack of methodological materials. However, with proper organization and targeted methodological work, interdisciplinary connections can become an important factor in increasing the effectiveness of mathematics teaching. Thus, the use of interdisciplinary approaches in the teaching of mathematics contributes not only to the integration of knowledge, but also to the development of mathematical thinking of students, which is one of the most important goals of modern education.

***Key words*:** intra-subject connections, mathematical thinking, mathematics education.

Ներկայացված է խմբագրություն 18.02.2026
Գրախոսվել է 23.04.2026
Ուղարկվել է կայք 15.03.2026

ԽՈՐԱՑՎԱԾ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄ

IN-DEPTH LERNING

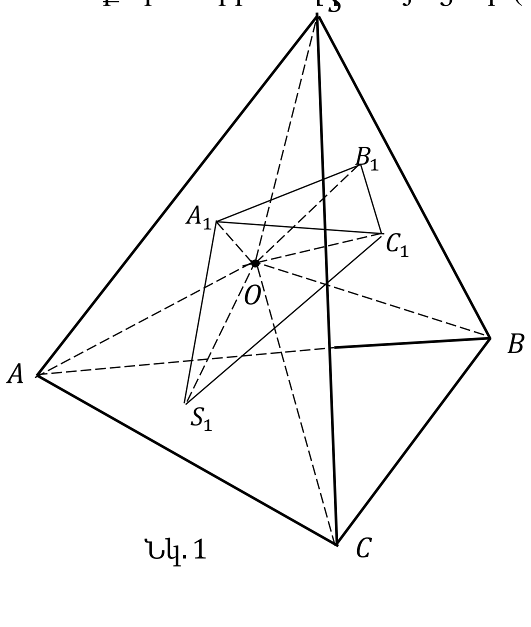
УГЛУБЛЕННОЕ ОБУЧЕНИЕ

ՈՏՆԱԿԱՅԻՆ ՔԱՌԱՆԻՍՏԵՐ

Ավագ Տելմանի Կոստանյան
Հայկական ատոմակայան

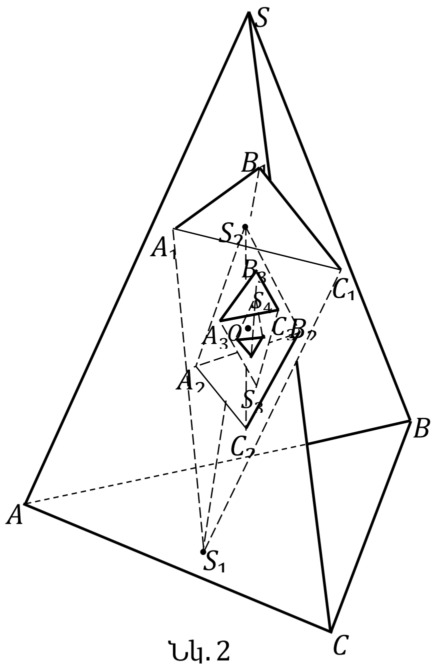
Կոստանյան Ա. Տ. ինժեներ
Հայկական ատոմակայան

Նախորդ աշխատանքներում [1] և [2] ուսումնասիրվել էր ոտնակային եռանկյունների և ոտնակակային քառանկյունների խնդիրը, որտեղ ցույց էր տրված կամայական O կետի նկատմամբ եռանկյան տիրույթում երրորդ, իսկ քառանկյան տիրույթում չորրորդ ոտնակայինների նմանությունը սկզբնականին: Այս աշխատանքում կքննարկենք քառանիստի դեպքը: Վերցնենք SABC կամայական քառանիստ, ընտրենք ներքին տիրույթի որևէ O կետ, այդ կետից տանենք նիստերին ուղղահայացներ (նկ.1):



Նկ. 1

Ուղղահայացների հիմքերը որոշում են $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստ, որը անվանենք SABC քառանիստի առաջին ոտնակային քառանիստ O կետի նկատմամբ: Նույն եղանակով կարող ենք կառուցել $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստի $S_2A_2B_2C_2$ ոտնակային քառանիստը O կետի նկատմամբ, որը կանվանենք SABC քառանիստի երկրորդ ոտնակային քառանիստ O կետի նկատմամբ: Նմանապես կառուցվում են SABC քառանիստի երրորդ և չորրորդ ոտնակային քառանիստերը O կետի նկատմամբ (նկ.2): Ապացուցենք հետևյալ պնդումը, որը եռանկյունների ոտնակային եռանկյունների մասին հիմնական պնդման տարածական հանգունակն է:

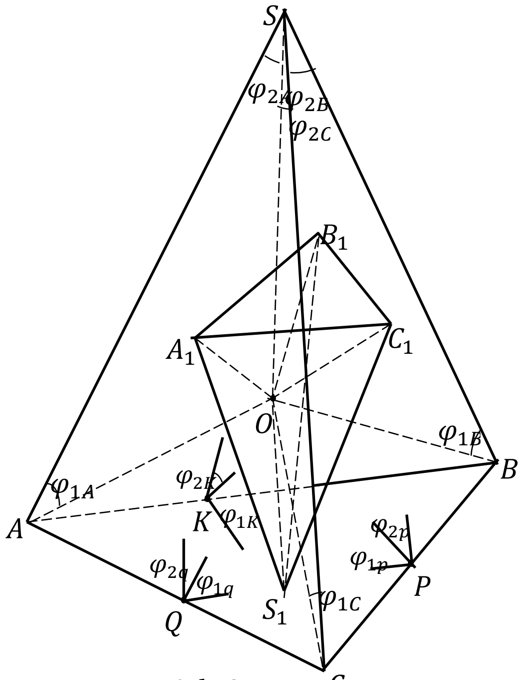


Նկ. 2

Թեորեմ: **Կամայական քառանիստի ներքին տիրույթի ցանկացած կետի նկատմամբ չորրորդ ոտնակային քառանիստը այդ կետի նկատմամբ նման է սկզբնականին:**

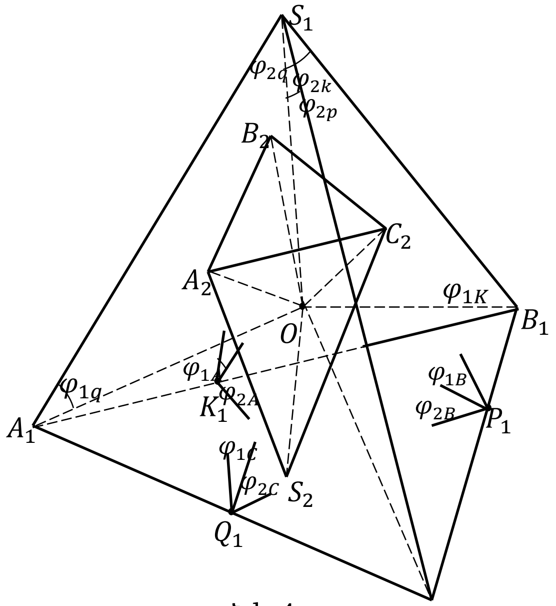
Ապացուցում: Դիցուք տրված է S գագաթով և ABC հիմքով քառանիստ: Վերցնենք քառանիստի ներքին տիրույթի որևէ O կետ և տանենք ուղղահայացներ նիստերին, հիմքերը միացնելով կունենանք $S_1A_1B_1C_1$ առաջին ոտնակային քառանիստը O կետի նկատմամբ (նկ.3): A_1, B_1 *և* C_1 գագաթները պատկանում են ASC, ASB և BSC նիստերին, իսկ S_1-ը ABC նիստին: Տանենք ուղղահայացներ A_1, B_1 *և* C_1 գագաթներից համապատասխանաբար AC, AB և BC կողմերին և նշանակենք Q, K և P –ով: Q, K և P կետերը առաջացնում են համապառտասխանաբար OA_1QS_1; OB_1KS_1 *և* OC_1PS_1 քառանկյունները: O կետը միացնենք SABC քառանիստի գագաթներին և ներմուծենք OS, OA, OB և OC ուղիղներով կազմարված անկյունների նշանակումները՝ $\angle OAS = \varphi_{1A}$, $\angle OSA = \varphi_{2A}$, $\angle OBS = \varphi_{1B}$, $\angle OSB = \varphi_{2B}$, $\angle OCS = \varphi_{1C}$, $\angle OSC = \varphi_{2C}$, O կետը միացնենք Q, K և P գագաթներին և նշանակենք $\angle OQS_1 = \varphi_{1q}$, $\angle OQA_1 = \varphi_{2q}$, $\angle OKS_1 = \varphi_{1K}$, $\angle OKB_1 = \varphi_{2K}$, $\angle OPS_1 = \varphi_{1P}$ իսկ $\angle OPC_1 = \varphi_{2P}$ (նկ.3): Ունենալով O կետով և SABC քառանիստի գագաթներով և նիստերով կազմված անկյունները, որոշենք $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստի անկյունների մեծությունները, որոնք առաջացել են OS_1; OA_1; OB_1 և OC_1 ուղիղներով և կողմնային կողմերով, ինչպես նաև $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստի նիստերով, որտեղից $\angle OA_1S_1 = \varphi_{1q}$, $\angle OS_1A_1 = \varphi_{2q}$, $\angle OB_1S_1 = \varphi_{1K}$, $\angle OS_1B_1 = \varphi_{2K}$,

$\angle OC_1S_1 = \varphi_{1P}$ և $\angle OS_1C_1 = \varphi_{2P}$։ O կետից տանենք ուղղահայացներ $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստի $S_1A_1C_1$; $S_1A_1B_1$; $S_1B_1C_1$ և $A_1B_1C_1$ նիստերին, նշանակենք դրանք համապատասխանաբար A_2, B_2, C_2 և S_2-ով (նկ.4)։



Նկ. 3

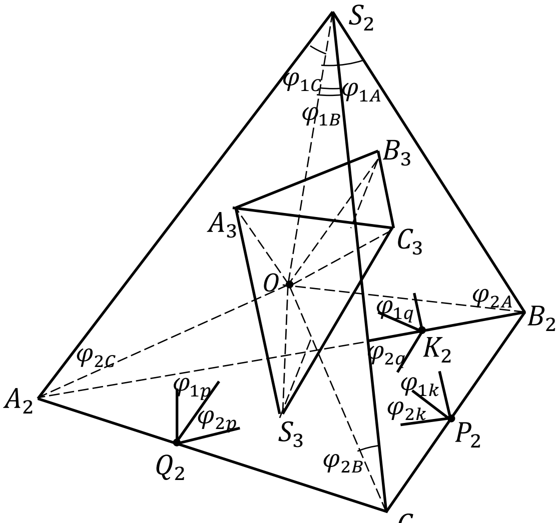
A_2, B_2, և C_2 գագաթներով տանենք $A_1B_1C_1$ եռանկյան A_1C_1, A_1B_1, B_1C_1 կողմերին ուղղահայացներ և հիմքերը նշանակելով Q_1, K_1 և P_1։ S_2 գագաթից տարված ուղղահայացները $A_1B_1C_1$ եռանկյան կողմերը կհատեն Q_1, K_1, P_1 կետերում, որտեղից $\angle OQ_1A_2 = \varphi_{1C}$, $\angle OQ_1S_2 = \varphi_{2C}$, $\angle OK_1B_2 = \varphi_{1A}$, $\angle OK_1S_2 = \varphi_{2A}$, $\angle OP_1C_2 = \varphi_{1B}$, $\angle OP_1S_2 = \varphi_{2B}$, որոնք որոշվում են O կետով և SA, SB և SC կողմնային կողերով։



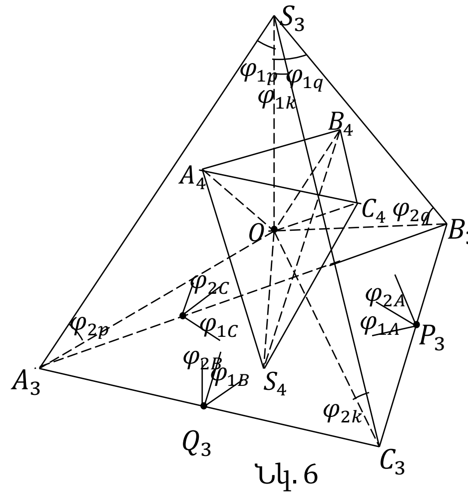
Նկ. 4

Ունենալով $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստի անկյունները, որոշենք O կետի նկատմամբ երկրորդ $S_2A_2B_2C_2$ ոտնակային քառանիստի անկյունները՝ (նկ.5) $\angle OA_2S_2 = \varphi_{2C}$, $\angle OS_2A_2 = \varphi_{1C}$, $\angle OB_2S_2 = \varphi_{2A}$, $\angle OS_2B_2 = \varphi_{1A}$, $\angle OC_2S_2 = \varphi_{2B}$ և $\angle OS_2C_2 = \varphi_{1B}$:

Նիստերով կազմավորված անկյունները կորոշենք S_1A_1, S_1B_1 և S_1C_1 կողմնային կողմերով, որտեղ $\angle OQ_2S_3 = \varphi_{2P}$, $\angle OQ_2A_3 = \varphi_{1P}$, $\angle OK_2S_3 = \varphi_{2q}$, $\angle OK_2B_3 = \varphi_{1q}$, $\angle OP_2S_3 = \varphi_{2K}$, $\angle OP_2C_3 = \varphi_{1K}$: Կառուցելով երրորդ (նկ.5) և չորրորդ (նկ.6) ոտնակային քառանիստերը, կարող ենք հաշվել O կետի նկատմամբ բոլոր անկյունների մեծությունները: Երրորդ ոտնակային քառանիստի անկյունները կլինեն՝ $\angle OA_3S_3 = \varphi_{2P}$, $\angle OS_3A_3 = \varphi_{1P}$, $\angle OB_3S_3 = \varphi_{2q}$, $\angle OS_3B_3 = \varphi_{1q}$, $\angle OC_3S_3 = \varphi_{2K}$, $\angle OS_3C_3 = \varphi_{1K}$: Չորրորդ ոտնակային քառանիստի նիստերով կազմավորված անկյունները կլինեն՝



Նկ. 5



Նկ. 6

$\angle Oq_3S_4 = \varphi_{1B}$, $\angle Oq_3A_4 = \varphi_{2B}$, $\angle OK_3S_4 = \varphi_{1C}$, $\angle OK_3B_4 = \varphi_{2C}$, $\angle OP_3S_4 = \varphi_{1A}$,

$\angle OP_3C_4 = \varphi_{2A}$, որտեղից կորոշենք $S_4A_4B_4C_4$ քառանիստի անկյունները նման եղանակով՝ $\angle OA_4S_4 = \varphi_{1B}$, $\angle OS_4A_4 = \varphi_{2B}$, $\angle OB_4S_4 = \varphi_{1C}$, $\angle OS_4B_4 = \varphi_{2C}$,

$\angle OC_4S_4 = \varphi_{1A}$, $\angle OS_4C_4 = \varphi_{2A}$: Քառանիստի նիստերով առաջացած երկնիստ անկյունների մեծությունները կլինեն_K_4, P_4 *և* Q_4: Այս անկյունները առաջանում են քառանիստի մակերևույթը բարձրությամբ և հիմքի համապատասխան կողմին (AB, BC, CA) ուղղահայաց հարթությամբ հատելիս (K, P, Q կետերը այդ հարթությունների և հիմքի կողմերի հատման կետերն են), որոնք կազմավորված են համապատասխանաբար ($A_4B_4C_4$ և $S_4A_4B_4$), ($A_4B_4C_4$ և $S_4B_4C_4$), ինչպես նաև ($A_4B_4C_4$ և $S_4C_4A_4$) նիստերով, հետևաբար $\angle K_4 = \varphi_{1P} + \varphi_{2P}$, $\angle P_4 = \varphi_{1q} + \varphi_{2q}$ և $\angle q_4 = \varphi_{1K} + \varphi_{2K}$:

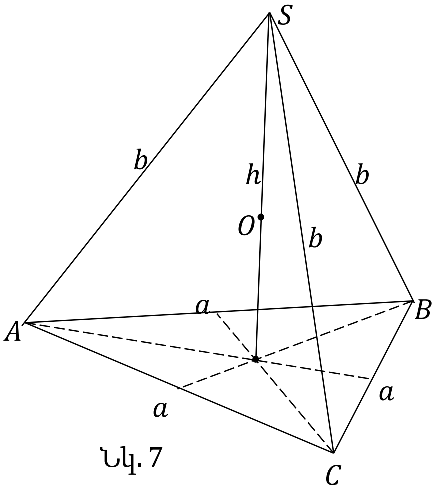
Եթե համեմատենք $S_4A_4B_4C_4$ քառանիստը $SABC$ քառանիստի հետ, ապա նիստերով կազմված անկյունների մեծությունները զույգ առ զույգ հավասար են, հավասար են նաև O կետով և A_4S_4; B_4S_4 *և* C_4S_4 կողմնային կողմերով կազմավորված անկյունների մեծությունները:

Հետևաբար $S_4A_4B_4C_4$ չորրորդ ոտնակային քառանիստը նման է $SABC$ քառանիստին, ուրեմն կամայական քառանիստի ներքին տիրույթի ցանկացած O կետի նկատմամբ չորրորդ ոտնակային քառանիստը նման է սկզբնականին: Թեորեմն ապացուցված է:

Օրինակ: Դիտարկենք $SABC$ ուղիղ քառքնիստը, որի հիմքը a կողմով կանոնավոր եռանկյուն է, կողմնային կողերը՝ զույգ առ զույգ համընկնելի b երկարությամբ հատվածներ: Գոյություն ունի՞ արդյոք S գագաթից հիմքին տարված բարձրության վրա կետ, որի նկատմամբ $SABC$-ի, առաջին ոտնակային քառանիստը նման է $SABC$-ին: Ապացուցենք հետևյալ թեորեմը՝

Թեորեմ: Եթե $SABC$ ուղիղ քառանիստի բարձրությանը պատկանող O կետն այնպիսին է, որ դրանից SA, SB և SC կողմնային կողմերը երևում են համապատասխանաբար $(180 - K)$; $(180 - P)$ և $(180 - Q)$ անկյունների տակ, ապա այդ կետում առաջին ոտնակային քառանիստը նման է սկզբնականին, $SABC$-ին:

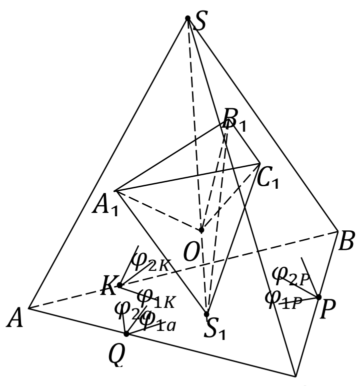
Ապացուցում: Դիցուք տրված է $SABC$ ուղիղ քառանիստը (նկ. 7): Քառանիստի ABC նիստի հիմքի կողմերը $AB = BC = CA = a$, կողմնային կողմերը $SA = SB = SC = b$ հիմքի հետ կողմնային նիստերով կազմավորված անկյունները $\angle K = \angle P = \angle Q = \varphi$:



Նկ. 7

S գագաթից տարված բարձրության հիմքը համընկնում է ABC եռանկյան միջնագծերի հատման կետին: Այդ կետում առաջին ոտնակային եռանկյունը նման է ΔABC-ին:

Կառուցենք SA, SB և SC կողմնային կողմերից յուրաքանչյուրի համար այն կետերի բազմությունը, որոնցից դրանք երևում են համապատասխանաբար $(180 - \varphi)$ անկյան տակ: Աղեղների հատման O կետում կառուցենք առաջին $S_1A_1B_1C_1$ ոտնակային քառանիստը (նկ. 8): Հաշվենք $S_1A_1B_1C_1$ քառանիստի բոլոր անկյունների մեծությունները:



Նկ. 8

Ուղիղ քառանիստի դեպքում՝

$$(\varphi_{1K}+\varphi_{2K})=(\varphi_{1P}+\varphi_{2P})=(\varphi_{1q}+\varphi_{2q})=\varphi: \qquad (1)$$

Կողմնային կողմերի վրա կառուցված $(180-\varphi)$ անկյունները կլինեն՝

$$(\varphi_{1A}+\varphi_{2A})=(\varphi_{1B}+\varphi_{2B})=(\varphi_{1C}+\varphi_{2C})=\varphi, \qquad (2)$$

որտեղից կունենանք $S_1A_1B_1C_1$ առաջին ոտնակային քառանիստի նիստերով կազմավորված անկյունների մեծությունները

$K_1=\varphi_{1A}+\varphi_{2A}$, $P_1=\varphi_{1B}+\varphi_{2B}$ և $\angle q_1=\varphi_{1C}+\varphi_{2C}$, իսկ կողմնային կողմերի վրա կունենանք՝ $\angle OA_1S_1=\varphi_{1q}$, $\angle OS_1A_1=\varphi_{2q}$,

$\angle OB_1S_1=\varphi_{1K}$, $\angle OS_1B_1=\varphi_{2K}$, $\angle OC_1S_1=\varphi_{1P}$ և $\angle OS_1C_1=\varphi_{2P}$:

$A_1B_1C_1$ եռանկյունը նման է ABC-ին, քանի որ միջնագծերի հատման կետում կառուցված առաջին ոտնակային եռանկյունը $\Delta A_1B_1C_1$-ի պրոյեկցիան է: Հետևաբար O կետի նկատմամբ $S_1A_1B_1C_1$ ոտնակային քառանիստը նման է $SABC$-ին:

Թեորեմն ապացուցված է:

Գրականության ցանկ

1. ***Կոստանյան Ա.***, Ոտնակային եռանկյան երկրաչափության մասին, «Մաթեմատիկան դպրոցում», թիվ 1(76), էջ 53-64, 2011:
2. ***Կոստանյան Ա.***, Ոտնակային քառանկյունների մասին, «Մաթեմատիկան դպրոցում», թիվ 4(117), էջ 92-96, 2024:
3. ***Кокстер Г.С.М., Грейтцер С.Л.***, Новые встречи с геометрией, Москва, изд-во «Наука», 224 стр., 1978.
4. ***Հարությունյան Ս.***, Երկրաչափություն, մաս առաջին, Երևան, «Աստղիկ» գրատուն, 2010:

ՈՏՆԱԿԱՅԻՆ ՔԱՌԱԿՂԶԻՆԵՐ

Ավագ Տելմանի Կոստանյան

Ամփոփում: 20-րդ դարի կեսերին ներդրվեց տրված եռանկյան ոտնակային եռանկյան հասկացությունը՝ եռանկյան հարթության տրված կետի նկատմամբ: Հաստատվեց, որ տրված եռանկյան երրորդ ոտնակային եռանկյունին տվյալ կետի նկատմամբ նման է բնօրինակին: Այս թեման երկար ժամանակ մնաց չուսումնասիրված: Այս աշխատանքի հեղինակը ձևակերպեց մի շարք խնդիրներ ոտնակային եռանկյունիների վերաբերյալ: Մասնավորապես, նա ապացուցեց, որ եռանկյան հարթության մեջ կան կետեր, որոնց նկատմամբ տրված եռանկյան երկրորդ ոտնակային եռանկյունին նման է բնօրինակին: Այս խնդիրը այնուհետև ընդլայնվեց ուռուցիկ քառանկյունների դասի վրա, և հաստատվեց, որ տրված քառանկյան չորրորդ ոտնակային քառանկյունը տվյալ կետի նկատմամբ նման է բնօրինակին: Ավելին, բացահայտվեցին կետերի դեպքեր, որոնց նկատմամբ երկրորդ (կամ

երրորդ) ոտնակային քառանկյունը նման է բնօրինակին: Կիսականոնային սեղանի դեպքը ուսումնասիրվեց առանձին, քանի որ պարզվեց, որ այն պարունակում է հետաքրքիր երկրաչափական արդյունքներ: Այս աշխատանքը հաջորդ բնական քայլն է կատարում և ներկայացնում է տրված քառանիստի ոտնակային քառանիստի հասկացությունը տրված կետի նկատմամբ: Հիմնական արդյունքն այն է, որ տարածության ցանկացած կետի նկատմամբ տրված քառանիստի չորրորդ ոտնակային քառանիստը նման է բնօրինակին: Որպես օրինակ, մենք դիտարկում ենք ուղիղ քառանիստ, որի հիմքը կանոնիկ եռանկյուն է: Մենք ապացուցում ենք, որ այս քառանիստի բարձրությունը պարունակում է մի կետ, որի նկատմամբ առաջին ոտնակային քառանիստը նման է բնօրինակին:

Բանալի բառեր՝ ոտնակային եռանկյուն, ոտնակային քառանկյուն, ոտնակային քառանիստ, նմանություն:

ПЕДАЛЬНЫЕ ЧЕТЫРЕХГРАННИКИ

Аваг Телманович Костанян

Резюме. В середине XX века было введено понятие педального треугольника данного треугольника относительно данной точки в плоскости этого треугольника. Было установлено, что третий педальный треугольник данного треугольника относительно данной точки подобен исходному. Эта тематика длительное время оставалась неисследованной. Автор данной работы сформулировал ряд задач о педальных треугольниках. В частности, им было доказано, что существуют точки плоскости треугольника, относительно которых второй педальный треугольник данного треугольника подобен исходному. Затем эта задача была распространена на класс выпуклых четырехугольников и было установлено, что четвертый педальный четырехугольник данного четырехугольника относительно данной точки подобен исходному. Кроме того, были выделены случаи точек, относительно которых уже второй (третий) педальный четырехугольник подобен исходному. Отдельно был исследован случай полуканонической трапеции, поскольку оказалось, что здесь содержатся интересные геометрические результаты.

В данной работе делается следующий естественный шаг и вводится понятие педального четырехгранника данного четырехгранника относительно данной точки. Основной результат состоит в том, что относительно любой точки пространства четвертый педальный четырехгранник данного четырехгранника подобен исходному. В качестве примера рассматривается прямой четырехгранник, основанием которого является канонический треугольник. Доказывается, что высота этого четырехгранника содержит точку, относительно которой уже первый педальный четырехгранник подобен исходному.

Ключевые слова: педальный треугольник, педальный четырехугольник, педальный четырехгранник, подобие.

PEDAL TETRAHEDRONS

Avag Telman Kostanyan

Summary. The concept of the pedal triangle of the given triangle with respect of the given point located in the plane of this triangle was introduced in the middle of the XX century. It was established that the third pedal triangle of the given triangle with respect of a given point in the plane of this triangle was similar to the initial. This are staid without study for a long time. The author of the present work identified some problems about pedal triangles. In particular, he proved the existence of some points in the plane of triangle such that their second pedal triangles with respect of these points were similar to initial. Then this problem was diffused onto the class of convex quadrangles and it was proved that fourth pedal quadrangle of the given quadrangle with respect of a given point in the plane of this quadrangle was similar to the initial. Besides, were studied the cases when second (third) pedal quadrangle of the given quadrangle with respect of a given point in the plane of this quadrangle was similar to the initial. The special case of the semicanonical trapezium was studied, some interesting geometric results were discovered here.

In the present work the next natural step of research is made, the concept of the pedal tetrahedron of the given tetrahedron with respect of a given point is introduced. The main result states that for any point of the space the fourth pedal tetrahedron of the given tetrahedron with respect of this point is similar to the initial. As an example the case of a right tetrahedron with canonical triangle in the base and pairwise congruent other three sides. It is proved that the altitude of this tetrahedron contains a point such that the first pedal tetrahedron with respect of this point is similar to initial.

Key words: pedal triangle, pedal quadrangle, pedal tetrahedron, similarity.

Ներկայացված է խմբագրություն 08.04. 2026
Գրախոսվել է 15.04.2026
Ուղարկվել է կայք 15.05.2026

Mathematics in school
Математика в школе

Մաթեմատիկան ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Գիտամեթոդական ամսագիր
Scientific methodical journal
Научно-методический журнал

ISSN 1829-4111
№ 6 (119) 2026

ՀՊՄՀ Երևան, Խանջյան 5, 314 սենյակ
ASPU Yerevan, Khanjyan 5, room 314
АГПУ Ереван, Ханджяна 5, комната 314
https://mathinschool.aspu.am/
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com