

Մաթեմատիկան Դ Պ Բ Ո Ց Ո Ւ Մ

Mathematics

Математика

in
School

В
Школе



Scientific
methodical journal

Գիտամեթոդական
ամսագիր

Научно-методический
журнал

ISSN 1829-4111

№ 4 (117) 2024

Խմբագրական խորհուրդ

Գևորգյան Ս.Ռ., հ.գ.դ., պրոֆեսոր, խորհրդի
պատվավոր նախագահ
Միքայելյան Հ.Ս., մ.գ.դ., ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր,
գլխավոր խմբագիր
Բաղդասարյան Գ.Ե., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս,
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Գևորգյան Գ.Գ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
պրոֆեսոր
Չաքարյան Վ.Ս., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
պրոֆեսոր
Ղազարյան Է.Մ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս, ֆ.մ.գ.դ.,
պրոֆեսոր
Նահապետյան Բ.Ս., ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ,
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Այվազյան Է.Ի., մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Իգոշին Վ.Ի., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ղազարյան Հ.Գ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Մկրտչյան Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Մկրտչյան Վ.Ս., տ.գ.դ., պրոֆեսոր, Ավստրալիա
Մովսիսյան Յու. Մ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր
Ղուշյան Ա. Խ., մ.գ.թ., պրոֆեսոր
Նոսկով Մ.Վ., ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ռոդիոնով Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ՌԴ
Ուրբան Մ.Ա., մ.գ.դ., պրոֆեսոր, Բելառուս
Իսախրյան Մ. Մ., մ.գ.թ., դոցենտ
Հակոբյան Ս. Է., փ.գ.թ., դոցենտ
Հայրապետյան Գ. Ս., մ.գ.թ., դոցենտ
Հարությունյան Հ. Հ., ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ
Հովհաննիսյան Բ.Ա., մ.գ.թ., դոցենտ,
պատասխանատու քարտուղար
Կուզնեցովա Ե.Պ., մ.գ.թ., դոցենտ, Բելառուս
Մկրտչյան Ա.Տ., մ.գ.թ., դոցենտ, գ. իս. տեղակալ
Ենոքյան Ա.Վ., մ.գ.թ., ասիստենտ
Նավասարդյան Հ.Ս., մ.գ.թ., ուսուցիչ
Այվազյան Ա.Հ., դասախոս
Ղազարյան Ն.Ա., ուսուցչուհի
Սեդրակյան Ն.Մ., ուսուցիչ, Ղազախստան

ՀՀ ԿԳՄՍ նախարարություն
RA Ministry of Education, Science, Culture, Sports
Министерство ОНКС РА
Խ. Արմյանի անվան հայկական պետական
մանկավարժական համալսարան
Armenian State Pedagogical University after Kh. Abovyan
Армянский государственный педагогический университет
имени Х. Абовяна
«Մաթեմատիկան դպրոցում»
Գիտամեթոդական ամսագիր
Հրատարակվում է 1998 թվականից
"Mathematics in school"
Scientific methodical journal
Published since 1998
«Математика в школе»
Научно-методический журнал
Издается с 1998 г.
Վկայական N01Ա044424, տրված է ՀՀ ԱՆ կողմից ,
16.02.1999թ.
Certificate N01A044424, issued by RA MJ, 16.02.1999.
Certificate N01A044424, issued by RA МЮ, 16.02.1999.-
Երևան, Խանջյան 5, սենյակ 314
Yerevan, Khanjyan 5, room 314
Ереван, Ханджян 5 / 314
Phon: +37493881707
E-mail: h.s.mikaelian@gmail.com
Interet:
Նկարիչ՝ Վ. Միքայելյան
Համակարգչային ձևավորում՝ Ա. Մկրտչյան

Թողարկման պատասխանատու՝
Հ.Ս. Միքայելյան

2024
№ 4 (117) 2024

Մայիս
May
Май

Математика в школе

Mathematics in school

Редколегия

Геворгян С.Р. д.пс.н., профессор, почетный председатель редколлегии
Микаелян Г. С., доктор педагогических наук, к.ф.м.н., профессор, главный редактор
Багдасарян Г.Э., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Газарян Э.М., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Геворгян Г.Г., академик НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Нагапетян Б.С., член-корреспондент НАН РА, д.ф.м.н., профессор
Айвазян Э.И., д.п.н., профессор
Газарян А.Г., д.ф.м.н., профессор
Гущян А. Х., к.п.н., профессор
Игошин В. И., д.п.н., профессор, РФ
Мкртчян М.А., д.п.н., профессор
Мкртчян В. С., д.т.н., профессор, Австралия
Мовсисян Ю. М., д.ф.м.н., профессор
Носков М.В., д.ф.м.н., профессор, РФ
Родионов М.А., д.п.н., профессор, РФ
Урбан М.А., д.п.н., профессор, Беларусь
Акопян С.Е., к.ф.н., доцент
Айрапетян Г.С., к.п.н., доцент
Арутюнян А.Х., к. ф.м.н., доцент
Испирян М. М., к.п.н., доцент
Кузнецова Е.П., к.п.н., доцент, Беларусь
Мкртчян А.Т., к.п.н., доцент, заместитель главного редактора
Ованнисян К.А., к.п.н., доцент, ответственный секретарь
Енокян А.В., к.п.н., Австрия
Навасардян А.С., к.п.н., преподаватель
Авагян А.Г., преподаватель
Казарян Н.А., преподаватель
Седракян Н.М., преподаватель, Казахстан

Editorial board

Gevorgyan S.R. d.pss., Professor, Honorary Chairman of the Board
Mikaelyan H.S., d.p.s., Professor, Editor-in-Chief
Baghdasaryan G.E., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Gazaryan E.M., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Gevorgyan G.G., Academ. of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Nagapetyan B.S., Corresponding Member of NAS RA, d.p.m.s., Professor
Ayvazyan E.I., d.p.s., Professor
Gazaryan H.G., d.p.m.s., Professor
Gushchyan A.Kh., Ph.D of pe., Professor
Igoshin V.I., d.p.m.s., Professor, RF
Mkrtchyan M.A., d.p.s., Professor
Mkrtchyan V.S., d.t.s., Professor, Australia
Movsisyan Yu.M., d.p.m.s., Professor
Noskov M.V., d.p.m.s., Professor, RF
Rodionov M.A., d.p.s., Professor, R.F.
Urban M.A. d.p.s., Professor, Belarus
Hakopyan S. E., Ph.D of ph., Associate Professor
Harutyunyan H.Kh., Ph.D of math, Associate Professor
Hayrapetyan G.S., Ph.D of pe., Associate Professor
Hovhannisyan K.A., Ph.D. of pe., Associate Professor, responsible secretary
Ispiryan M. M., Ph.D of pe., Associate Professor
Kuznetsova E.P., Ph.D of pe., Associate Professor, Belarus
Mkrtchyan A.T., Ph.D of pe., Associate Professor, Deputy Chief Editor
Enokyan A.V., Ph.D of pe, Austria
Navasardyan A.S., Ph.D of pe., Lecturer
Avagyan A.G., Lecturer
Kazaryan N.A., Lecturer
Sedrakyan N.M., teacher, Kazakhstan

Մաթեմատիկան

Դպրոցում

Բովանդակություն

ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա.Տ. Մկրտչյան

ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐՐԵՐԻ ՆԵՐԱՌՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽԵՂԻՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ-----7

Ա.Բ. Մինասյան

ԴԻՏԱՐԿՈՒՄՆԵՐ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ԱՌԱՋՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ-----28

ԳԻՏԱՄԵԹՈԴԱԿԱՆ

Վ.Ս. Մինասյան, Ե.Պ. Կուզնեցովա

ԿՈՄՊԼԵՔՍ ԹՎԵՐԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԵՎ ԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ՀԱՄԱՏԵՔՍԵՐԻ ՀԱՄԱԿՑՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ՆՐԱՆՑ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՖՈՐՄԱԼԻԶՄԸ ՀԱՂԱՀԱՐԵԼՈՒ ՏԵՍԱԿԱՆ ՀԻՄՔ-----50

ԱՐԺԵՀԱՄԱԿԱՐԳ

Մ.Ա. Արզախյան

ԳԻՏԵՆԱԼՈՒ ԵՎ ՀԱՄԱԿԱՆԱԼՈՒ ԻՄԱՑԱԿԱՆ ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ԽԵՂԻՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ-----64

ՄԻՋԱՌԱՐԿԱՅԱԿԱՆ

Է.Պ. Կուզնեցովա, Լ.Լ. Տուխոլկո

ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԾԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԻՐԱԿԱՆԱՑՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ԴՊՐՈՑՈՒՄ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՔ-----73

ԽՈՐԱՅՎԱԾ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄ

Ֆ.Ա. Կարապետյան

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԻՋՈՑԱՌՈՒՄՆԵՐԸ ՈՐՊԵՍ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՆԿԱՏՄԱՍԲ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՀԵՏԱՔՐՔՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿՏԻՎԱՑՄԱՆ ՄԻՋՈՑ-----84

Տ.Ա. Կոստանյան

ՈՍՏՆԱԿԱՅԻՆ ՔԱՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ-----92

ՀՈԳԵԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

Հ.Ս. Միքայելյան

ԶԶՎԱՆՔԸ ՈՐՊԵՍ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՎՐԱ ԱԶԴՈՂ ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՆ ԵՎ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՊԱՏՃԱՌՆԵՐԸ-----97

Mathematics

In Shcool

Contents

THE CONTENT OF EDUCATION

A.T. Mkrtchyan

THE ISSUE OF INCORPORATING ELEMENTS OF LOGIC INTO THE SCHOOL MATHEMATICS CURRICULUM-----7

A.I. Minasyan

OBSERVATIONS ABOUT THE CONTENT FEATURES OF STOCHASTIC MATERIAL IN A MATHEMATICS COURSE-----28

SCIENTIFIC METHODOICAL

V.S. Minalto, E.P. Kuzniatsova

COMBINATION OF ALGEBRAIC AND GEOMETRIC CONTEXTS OF COMPLEX NUMBERS AS A THEORETICAL BASIS FOR OVERCOMING FORMALISM IN TEACHING-----50

VALUE SYSTEM

M.A. Abgaryan

THE PROBLEM OF FORMING LEVELS OF KNOWLEDGE AND UNDERSTANDING IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS-----64

INTERDISCIPLINARY

E.P. Kuznetsova, L.L. Tukholko

IMPLEMENTATION OF THE CONNECTIONS BETWEEN GEOMETRY AND DRAWING AS THE BASIS FOR FORMING SKILLS IN GRAPHICAL MODELING OF STEREOMETRIC OBJECTS IN SCHOOL-----73

IN-DEPTH LERNING

F.A. Karapetyan

MATHEMATICAL EVENTS AS A WAY TO ACTIVATE STUDENTS' INTERESTS IN THE EDUCATIONAL PROCESS-----84

A.T. Kostanyan

ABOUT PEDAL QUADRANGLES -----92

MENTAL PHENOMENA

H.S. Mikaelian

DISGUST AS A FACTOR NEGATIVELY INFLUENCED ON THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS AND REASONS FOR THE APPEARANCE-----97

Математика

В школе

Содержание

СОДЕРЖАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

А.Т. Мкртчян

ПРОБЛЕМА ВКЛЮЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЛОГИКИ В ШКОЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ-----7

А.И. Минасян

НАБЛЮДЕНИЯ О СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЯХ СТОХАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ -----28

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ

В.С. Миналто, Е.П. Кузнецова

СОЧЕТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНТЕКСТОВ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ПРЕОДОЛЕНИЯ ФОРМАЛИЗМА В ИХ ИЗУЧЕНИИ-----50

СИСТЕМА ЦЕННОСТЕЙ

М.А. Абгарян

ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ УРОВНЕЙ ЗНАНИЯ И ПОНИМАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ-----64

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ

Е.П. Кузнецова, Л.Л. Тухолко

РЕАЛИЗАЦИЯ СВЯЗЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ЧЕРЧЕНИЯ КАК ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ШКОЛЕ -----73

УГЛУБЛЕННОЕ ОБУЧЕНИЕ

Ф.А. Карапетян

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕРОПРИЯТИЯ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА УЧАЩИХСЯ К УЧЕБНОМУ ПРОЦЕССУ-----84

А.Т. Костанян

О ПЕДАЛЬНЫХ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКАХ-----92

ПСИХИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Г.С. Микаелян

ОТВРАЩЕНИЕ КАК ФАКТОР, НЕГАТИВНО ВЛИЯЮЩЕЕ НА ПРОЦЕСС ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ, И ПРИЧИНЫ ЕГО ВОЗНИКНОВЕНИЯ-----97

ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ
СОДЕРЖАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
THE CONTENT OF EDUCATION

ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐԲԵՐԻ ՆԵՐԱՌՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐԸ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

ORCID:0000-0002-3345-7088

Մկրտչյան Արաքսյա Տիգրանի

Խ. Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ



Արաքսյա Մկրտչյան

մանկ. գիտ.թեկնածու, դոցենտ

**Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում տրամաբանության տարրերի
ներառման խնդիրը**

Տրամաբանությունը որպես գիտություն սկզբնավորվել է Հին Հունաստանում, ավելի քան երկու հազար տարի առաջ, փիլիսոփայության ընդերքում: Տրամաբանությանը հատկացվում էր յուրահատուկ տեղ՝ պայմանավորված հիմնականում այն հանգամանքով, որ այն կապված էր բանավիճելու արվեստի հետ, ինչը հին հունական քաղաք-պետություններում, իսկ հետագայում նաև Հին Հռոմում հասարակական կյանքի կազմակերպման առանձնահատկություններից էր: Այստեղ ստեղծվում էին դպրոցներ, որոնցում մարդիկ սովորում էին ճշմարիտը փնտրելու, բանավիճելու և դիմացինին իրենց տեսակետի մեջ համոզելու արվեստը: Նրանք սովորում էին բազմաթիվ փաստերից ընտրել ճշմարիտները, կառուցել դրանք իրար հետ կապող դատողությունների տրամաբանական շղթա, հանգել ճշմարիտ դատողությունների: Սկզբում ճշմարիտ մտածողության օրենքներն ու ձևերը սովորում էին հռետորական արվեստի շրջանակներում, որը համարվում էր մարդկանց մտածողության, համոզմունքների

ներգործության միջոցներից մեկը: Այդ ժամանակներից էլ ընդունված է, որ տրամաբանությունը գիտություն է ոչ միայն մտածողության, այլև օբյեկտիվ իրականության առարկաների մասին: Հետագայում տրամաբանությունը ուսումնասիրեցին Պարմենիդեսը, Զենոնը, Պրոտոգորասը, Գորգիասը, Դեմոկրիտեսը, Սոկրատեսը, Պլատոնը և այլոք:

Բայց որպես գիտություն տրամաբանության ստեղծողը հունական դասական փիլիսոփայության խոշորագույն ներկայացուցիչ *Արիստոտելը* է (մ.թ.ա. 384-322 թ.թ.), հին աշխարհի մեծագույն փիլիսոփան, որին անվանում են հունական փիլիսոփայության Ալեքսանդր Մակեդոնացի կամ հունական փիլիսոփայության «Զևս»: Նա մշակել է տրամաբանության ընդհանուր տեսությունը և հատուկ աշխատություններ է գրել տրամաբանություն գիտության առանձին բաժինների վերաբերյալ: Արիստոտելն է առաջին անգամ տվել տրամաբանության համակարգված շարադրանքը: Արիստոտելի տրամաբանությունը անվանում են «ավանդական» կամ ֆորմալ տրամաբանություն: Արիստոտելը, վերլուծության ենթարկելով մարդկային մտածողության այնպիսի ձևերը, ինչպիսիք են հասկացությունը, դատողությունը և մտահանգումը, ցույց տվեց, որ իրենց բովանդակությամբ միմյանցից միանգամայն տարբեր դատողությունները կարող են իրար նման լինել ըստ իրենց ձևական կառուցվածքի: Այսպիսով, հնարավոր է դառնում դատողության և մտահանգման կառուցվածքի ուսումնասիրման գործընթացում բոլոր կոնկրետ հասկացությունները փոխարինել բովանդակությունից միանգամայն գուրկ սխմվոլներով: Սխմվոլներն այստեղ հանդես են գալիս որպես փոփոխականներ, որոնց փոխարեն կարելի է տեղադրել տարբեր բովանդակությամբ օժտված հասկացություններ: Զևսական տրամաբանությունը ներառում էր այնպիսի բաժիններ, ինչպիսիք են *հասկացությունը, դատողությունը, ճշմարիտ մտածողության (սկզբունքները) օրենքները, մտահանգումները (դեդուկտիվ, ինդուկտիվ, անալոգիայով), փաստարկման տեսության տրամաբանական հիմունքները, հիպոթեզը*: Չնայած Արիստոտելը տրամաբանության գիտության հիմնադիրն է, սակայն նա տրամաբանությունը առանձին գիտություն չէր դիտում, ընդունելով, որ դա ճշմարտության բացահայտման գործիք է, զենք, մեթոդ կամ մեթոդաբանություն [19]:

Միջնադարյան կրթության համակարգում, սկսած 5-րդ դարից, տրամաբանությանը հատկացվում էր հատուկ տեղ: Տեսական գիտությունները կազմում էին այսպես կոչված *«յոթ ազատ արվեստները»*: Դրանք բաժանվում էին երկու մասի: Առաջին հերթին ուսումնասիրվում էին քերականությունը, հոետորությունը և դիալեկտիկան, որոնք կազմում էին «եռյակ» արվեստները (տրիվիում): Այնուհետև գալիս էին «չափի մասին գիտությունները»՝ թվաբանությունը, երկրաչափությունը, աստղագիտությունը և երաժշտությունը, որոնք կազմում էին «քառյակը» արվեստները (քվադրիում): «Յոթնյակի» ուսումնասիրությունից հետո միայն ուսուցանվում էին «գործնական գիտությունները»՝ տոմարագիտությունը, բժշկագիտությունը և այլն: Իսկ, տրամաբանությունը՝ որպես մտածողության գործիք, մտահանգման և ապացուցման միջոց, համարվում էր ուսման նախադուռը [3, 256]:

Մինչև 14-րդ դարը եվրոպական միջնադարյան գիտության՝ դպրոցային փիլիսոփայության կամ սխոլաստիկայի շրջանակներում, սկզբնական շրջանում վերլուծվում էին հասկացությունների տեսության (սահմանման, բաժանման) հարցերը, իսկ հետագայում սկսեցին մանրամասնորեն վերլուծել դեդուկտիվ մտահանգումների, ապացուցումների և հերքումների, տրամաբանական սխալների յուրահատկությունները:

Գիտության պատմական զարգացման ընթացքում, հատկապես 17-րդ դարից հետո կոնկրետ գիտությունների, իսկ առաջին հերթին *մաթեմատիկայի և տրամաբանության ուսումնասիրման խնդիրներն սկսում են ավելի մերձենալ միմյանց*: Հիմքեր են ստեղծվում մաթեմատիկական տրամաբանության սաղմնավորման համար, և այդ գործում մեծ դեր ունեն հատկապես գերմանացի ականավոր գիտնական Գ. Վ. Լայբնիցի (1646-1716 թ.թ.) և ապա անգլիացի նշանավոր մաթեմատիկոս Զ. Բոլի (1815-1864 թ.թ.) աշխատանքները: Դրանք նվիրված են այն գաղափարի իրականացմանը, ըստ որի՝ տրամաբանության նկատմամբ կիրառվում են հանրահաշվի օրենքները, և տրամաբանական մտահանգումները ներկայացվում են որպես հանրահաշվական բանաձևերի ձևափոխությունների արդյունքներ [1, 12-20]:

Այն բանի շնորհիվ, որ մտածողության օրենքները, կշռադատության ձևերն ու ընթացքը նույնպես դարձան մաթեմատիկական մեթոդներով ուսումնասիրության առարկա, զգալիորեն ընդլայնվեց տրամաբանության հետազոտությունների շրջանակը: Եթե մինչ այդ հնարավոր էր տրամաբանությանը վերաբերող գիտելիքների համակարգն ամբողջությամբ դարձնել ժամանակի առաջավոր դպրոցներում սովորողների համար ուսումնառության նյութ, ապա 19-րդ դարի կեսից հետո տրամաբանության բնագավառն արդեն այնքան էր ընդլայնվել ու խորացել, որ չէր կարող լրիվությամբ ընդգրկվել ուսումնական գործընթացում: Այդ առումով ծագում էին մանկավարժական լուրջ հիմնահարցեր՝ կապված ինչպես կրթության բովանդակության մեջ տրամաբանության բաղադրիչի հստակեցման, այնպես էլ ուսուցման կազմակերպման եղանակների ու մեթոդների հետ:

Դպրոցական ծրագրերում և մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման խնդիրը մինչանկախացման շրջանի կրթական համակարգերում

19-րդ և 20-րդ հարյուրամյակների սահմանագծին առաջադեմ մաթեմատիկական և մանկավարժական միտքը միտված էր բարեփոխելու մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը այնպես, որ այն համապատասխաներ տվյալ ժամանակի պահանջներին: Այդ առումով ուշագրավ է Ս. Կ. Վլասովի հետևյալ տեսակետը. «Միջնակարգ դպրոցի խնդիրը կայանում է նրանում, որ այն տա այնպիսի կրթություն, որը գրգռի մտքի աշխատանքը և գիտության տարբեր ոլորտներում գիտելիքի հանդեպ առաջացնի հետաքրքրություններ, որոնց արդյունքները կվերածվեն ընդհանուր սեփականության» [21, 43-44]: Վլասովի կարծիքով, տրամաբանորեն վերամշակված բովանդակությունը և դրա արդյունքում ձեռք

բերված կարողություններն ու հմտությունները մեծագույն արժեք են ներկայացնում ընդհանուր կրթության համար:

20-րդ դարի մաթեմատիկական կրթության բարեփոխման պատմության մեջ կարելի է առանձնացնել երեք փուլ: Առաջինը ներառում է հարյուրամյակի սկզբից մինչև 70-ական թվականները, երկրորդը վերաբերում է 70-ականներից մինչև 90-ականները, երրորդ փուլը սկսվում է 90-անների սկզբից:

Մաթեմատիկական կրթության բարեփոխման առաջին փուլը իրականացվում էր այնպիսի պայմաններում, երբ մաթեմատիկան դիտարկվում էր որպես իրական աշխարհի քանակական հարաբերություններն ու տարածական ձևերը ուսումնասիրող գիտություն: Այս փուլում մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի ուսումնասիրությունները տարվում էին դիդակտիկական այնպիսի եղանակների փնտրման ուղղությամբ, որոնք կնպաստեյին գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների որակյալ յուրացմանը:

40-ական թվականներին ի հայտ եկան ԷՀՄ-ները, կիբեռնետիկան, և ըստ այդմ, նկատվեց առաջխաղացում դեպի դիսկրետ մաթեմատիկան, ինչը բերեց մաթեմատիկայի այնպիսի բաժինների զարգացմանը, ինչպիսիք էին մաթեմատիկական տրամաբանությունը, հավանականությունների տեսությունը, կոմբինատորիկան, խաղերի և կոդավորման տեսությունները: Մաթեմատիկան ակտիվորեն ներառվեց բոլոր գիտությունների մեջ:

Պատերազմները կրթության բարեփոխումների դադարեցման պատճառ հանդիսացան, ինչի արդյունքում ի թիվս բազմաթիվ այլ սահմանափակումների, մասնավորապես ԽՍՀՄ-ում վերացվեց տրամաբանություն առարկայի ուսուցումը ինչպես հանրակրթական, այնպես էլ բուհական համակարգերում: Սակայն *50-ականներին* խորհրդային միջնակարգ դպրոցը նորից անդրադարձավ տրամաբանությանը, և սկսվեց դասավանդվել առանձին «Տրամաբանություն» առարկան [18], ինչին դեմ էր կրթությանն առնչվող գործիչների, այդ թվում նաև գիտնականների մի զգալի մասը:

70-ական թվականներից սկսվում է մաթեմատիկական կրթության բարեփոխման նոր փուլ: Նշենք ևս մի դրություն, որը նշանակալից ազդեցություն ունեցավ բարեփոխման գաղափարախոսության վրա: Ժ. Պիաժեն, ուսումնասիրելով երեխաների մտավոր զարգացումը, հանգեց հետևյալ եզրակացությանը. «Տարրական մաթեմատիկական յուրաքանչյուր ստրուկտուրայի (հանրահաշվական, կարգային և տոպոլոգիական) պետք է համապատասխանի մտածողության կառուցվածքին: Մաթեմատիկական մտածողությունը նրա կողմից դիտարկվում էր որպես մտածողության տարրական կառուցվածքների կոմպոզիցիա, և այդ պատճառով մտածողության ձևավորման կարևոր պայման է դառնում մաթեմատիկական ստրուկտուրաների ուսումնասիրությունը: Այլ խոսքերով՝ սովորողների մաթեմատիկական մտածողության զարգացման համար ամենամեծ արդյունավետությունն ունի մաթեմատիկայի այնպիսի դասավանդումը, որը հենվում է բազմությունների տեսության և մաթեմատիկական տրամաբանության տարրերի վրա (այսինքն, այնպիսի հասկացություններ, որոնք ավելի վերացական են և

ընդհանրական)»: Ահա այս կերպ մաթեմատիկայի վերաբերյալ ստրուկտուրալ պատկերացումները իրենց ազդեցություններն ունեցան նշված շրջանի մաթեմատիկայի դպրոցական ծրագրերի և դասագրքերի վրա [21, 44]:

Այդ շրջանում մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի ծայրահեղ մոդեռնիստական շարադրման հետ զուգահեռ, որոշ երկրներում կատարվում էր դրա չափավոր արդիականացում: Դա վերաբերում էր այնպիսի երկրներին, ինչպիսիք էին ԽՍՀՄ-ը, Լեհաստանը, Գերմանիան, Չեխոսլովակիան, Ռումինիան, ԱՄՆ-ն, Անգլիան և այլն: Մի շարք ծրագրերում ներմուծվեցին վիճակագրության և հավանականությունների տեսությունների, մաթեմատիկական տրամաբանության տարրերը, գործողության, խմբի, ստրուկտուրայի հասկացությունները:

ԽՍՀՄ-ում մաթեմատիկական կրթության բարեփոխման աշխատանքները ղեկավարում էր ակադեմիկոս *Ա. Ն. Կոլմոգորովը*: Կարևոր են նրա դիտարկումները մաթեմատիկայի տեսական և պրակտիկ ուսուցման մեջ տրամաբանության դերի հստակեցման վերաբերյալ: Բերենք միայն նման մեկ օրինակ. «Այստեղ հատկապես մեծ է մաթեմատիկական դասավանդողների պատասխանատվությունը, քանի որ առանձին «Տրամաբանություն» առարկա դպրոցում չկա, և տրամաբանության տարրերի հետ դպրոցականների ծանոթացումը գործնականորեն հիմնականում կատարվում է մաթեմատիկայի դասի ընթացքում» [21, 29]:

Սակայն պարզվեց, որ Կոլմոգորովի մոտեցմամբ գրված հանրահաշվի և երկրաչափության դպրոցական դասագրքերը շատ բարդ են սովորողների համար և, ի վերջո, մասնագետներին բերեց այն համոզման, որ պետք է հրաժարվել դրանցից: Դպրոցը նորից անցավ այնպիսի դասագրքերի, որոնց գաղափարախոսությունը շատ քիչ էր տարբերվում 50-60-ականների դասագրքերի գաղափարախոսությունից, և դրանցում բացակայում էին ինչպես բազմատեսաբանական լեզուն, այնպես էլ տրամաբանության տարրերը: Եվ այս միտումը շարունակվեց մինչև ԽՍՀՄ անկումը:

Հետխորհրդային շրջանում տրամաբանության դասավանդման փորձը տարբեր է ինչպես ԽՍՀՄ փորձից, այնպես էլ ըստ առանձին երկրների: Մեր կողմից կատարվել է հետխորհրդային մի քանի պետությունների մաթեմատիկայի հանրակրթական առարկայական ծրագրերի, չափորոշիչների ու կրթական հայեցակարգերի համեմատական վերլուծություն՝ պարզելու համար, թե ինչպես է այս հիմնահարցը լուծում գտնում այնտեղ [15]:

Կատարված վերլուծությունները ցույց են տալիս, որ ուսումնասիրված հետխորհրդային երկրների կրթական համակարգներում մեծ նշանակություն է տրվում տրամաբանության տարրերի իմացությանը, ընդ որում՝ արդի պայմաններում մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տրամաբանության անբացահայտ և տարերային գործառույթը բավարար չի համարվում սովորողների մտավոր կարողությունների պատշաճ մակարդակ ապահովելու համար, և անհրաժեշտ է համարվում միջին և ավագ դպրոցների ծրագրերում բացորոշ ձևով ներառել տրամաբանության հիմունքներից ընտրված այնպիսի գիտելիքներ, որոնք համընդհանուր

կիրառություններ ունեն ինչպես մաթեմատիկայում, այնպես էլ մյուս ուսումնական բնագավառներում:

**Դպրցական ծրագրերում և մաթեմատիկայի դասընթացում
տրամաբանության տարրերի ներառման խնդիրը անկախության շրջանի ՀՀ կրթական
համակարգերում**

Անկախացումից հետո ՀՀ հանրակրթության մաթեմատիկայի առարկայական բնագավառի արդիականացման ուղղությամբ տարվող աշխատանքները առաջին փուլում (մինչև 2004 թվականը) կրում էին տարրերային բնույթ: Դրանք կատարվում էին մեկուսի՝ մաթեմատիկական կրթության սահմաններում և չէին ներառվում հանրակրթական ընդհանուր բարեփոխումների շրջանակներում (նման հարց չէր էլ դիտարկվում): Անկախության առաջին տարիներին դեռևս շարունակում էին գործածության մեջ մնալ ԽՍՀՄ-ի օրոք ստեղծված ծրագրերն ու դասագրքերը: Ծրագրերի վերանայման աշխատանքներն սկսվեցին 1996-ին, երբ կրթության պետական կառավարման լիազորված մարմնի հանձարարությամբ հեղինակային խումբը մշակեց մաթեմատիկայի առարկայախմբի ծրագիրը, որը հիմնականում հենվում էր խորհրդային շրջանում կիրառված համապատասխան ծրագրի վրա և շատ քիչ էր տարբերվում նրանից, իսկ տրամաբանության տարրերի ներառման ուղղությամբ որևէ էական առաջընթաց նրանում բացակայում էր: Սակայն մասնագետների շրջանում հասունանում էր ազգային կրթության հայեցակարգի ստեղծման, մաթեմատիկայի ուսուցման առանձնահատկությունների, կրթության կազմակերպման ավտորիտար հարացույցից հրաժարվելու, կրթությունը հումանիստական խնդիրների իրականացմանը նպաստակառողղելու և նմանատիպ այլ հիմնախնդիրների լուծման անհրաժեշտությունը:

Հիմնախնդիրներից մեկը կապված էր տրամաբանության տարրերը մաթեմատիկայի դասընթացում ներառելու հարցի հետ: Այդ կապակցությամբ Հ. Մ. Միքայելյանը նշում է. «Այնպես, ինչպես մայրենի լեզվի խորը իմացությունը հնարավոր է դառնում միայն քերականության համակարգված ուսուցման շնորհիվ, այդպես էլ մտածողության օրինաչափությունների իմացությունը ճիշտ դատելու հնարավորություն է տալիս: Կատարված բազմաթիվ գիտափորձերը ցույց են տալիս, որ առանց տրամաբանության տարրերի ուսուցման, սովորողները ճշգրիտ դատողություններ չեն կարողանում կատարել անգամ պարզ իրավիճակներում: Եվ հանրահաշվի դասընթացում տրամաբանության որոշ թեմաների ներառումը հնարավորություն է տալիս հստակեցնելու սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության հիմքում ընկած կարևորագույն հասկացություններ և ավելի խորացնելու հայոց լեզվի ու հանրահաշվի լեզվի միջև զուգահեռների անցկացումը: Այստեղ խոսքը առաջին հերթին վերաբերում է ասույթների տրամաբանությանը, մասնավորապես՝ տրամաբանական շաղկապների ուսուցմանը: Այս ոչ դեդուկտիվ մոտեցումը հնարավորություն է տալիս սովորողներին՝ հասկանալու մաթեմատիկական մոտեցման հիմնական առանձնահատկությունը, այն է՝

առաջադրվող հարցերի հստակ, երկակի իմաստներ չպարունակող պատասխանների առկայություն» [14, 87-88]: Այս մոտեցման հիման վրա նրա կողմից առաջարկվեց հանրահաշվի ծրագիր, որում միջին դպրոցի համար հարցերի նշված շրջանակում որոշակիորեն լուծվում էր նաև մեզ հետաքրքրող հիմնախնդիրը: Ներկայացված ծրագրային առաջարկի վերաբերյալ մասնագետների շրջանում և ԿԳ նախարարությունում անցկացվեցին քննարկումներ և նախարարության նախաձեռնությամբ 1998-ին կազմակերպվեց մաթեմատիկայի առարկայական ծրագրերին նվիրված մասնագիտական համաժողով: Համաժողովում, ի թիվս հայեցակարգային այլ հարցերի, բարձրացվեց և կարևորվեց մաթեմատիկայի ուսուցումը տեխնիկավարժանքային հագեցվածությունից դեպի սովորողների գաղափարական և մտածողության զարգացման դաշտ նպատակաուղղելու խնդիրը: Արդյունքում՝ ԿԳ նախարարությունը ընդունեց միջին դպրոցի հանրահաշվի նոր ծրագիր, որում ներառված էին նաև տրամաբանության տարրերը: Այնուհետև հայտարարվեց դասագրքերի մրցույթ, և միջին դպրոցի հանրահաշվի դասագրքերի մրցույթը կազմակերպվեց այդ նոր ծրագրին համապատասխան:

Ծրագիրը նախատեսում է տրամաբանական նյութի շարադրանքը *«Տրամաբանության հանրահաշիվը»* ընդհանուր թեմայի շրջանակներում և ներառում է հետևյալ նյութերը. *հավասարումներ, հավասարման արմատները և լուծումները, անհավասարումներ, անհայտի թույլատրելի արժեքների բազմությունը, նույնություններ, նույնական հավասարումներ, նույնաբար ճշմարիտ անհավասարումներ, ասույթ, ասույթի ճշմարտային արժեքները, բանաձևերի համախումբը կամ տրամաբանական գումարը, ոչ խիստ անհավասարություններ, ոչ խիստ անհավասարումներ, բանաձևերի համակարգը կամ տրամաբանական արտադրյալը, կրկնակի անհավասարումներ, միջակայքեր, բանաձևի ժխտումը, բանաձևերի համարժեքությունը, համարժեքության օրենքները, բանաձևերի համախմբերի և համակարգերի համարժեքության օրենքները, բանաձևերի ժխտման հատկությունները, պարզ բանաձևերի կապը, նույնական բանաձևեր:*

Ինչպես տեսնում ենք, այստեղ ներկայացվում են ասույթների տրամաբանության տարրերը և պրեդիկատների տրամաբանության վերաբերյալ պարզագույն հասկացություններ: Նոր ծրագրում տեղ գտած այդ թեմաները արտացոլվեցին ՀՀ հանրակրթական միջին դպրոցի Հ.Ս. Միքայելյանի հեղինակած հանրահաշվի դասագրքերում [10], [11], [12]:

Կրթական բարեփոխումների համար շրջադարձային էր հատկապես 2004 թվականը, երբ ընդունվեց ՀՀ պետական Կրթակարգը, որը ներառում էր կրթական քաղաքականության հիմնական դրույթները, դաստիարակության, ուսուցման, ուսումնառության և գնահատման ընդհանուր սկզբունքները [4, 5-18]: Կրթակարգի հիման վրա ստեղծվեց միջնակարգ կրթության պետական չափորոշիչը: Ճիշտ է, դեռևս 1998-ից կազմվել էր Հանրակրթության պետական չափորոշիչի նախագիծը և 2000 թվականից մտել էր գործածության մեջ, սակայն կարճ ժամանակից հետո կարիք ուներ վերանայումների,

քանի որ այն նախատեսված էր 10-ամյա միջնակարգ դպրոցի համար, այնինչ 2001 թվականին «Կրթության մասին» ՀՀ օրենքում կատարվեցին փոփոխություններ, և անցում կատարվեց 11-ամյա միջնակարգ կրթության: Նրա ազդեցությունը առանձնապես մեծ չէր կարող լինել հետագայում կազմված միջնակարգ կրթության պետական չափորոշիչի վրա, քանի որ վերջինս նախատեսված էր արդեն 12-ամյա կրթության համար: Այդ բոլորով հանդերձ՝ 2000 թվականից գործածության համար նախատեսված պետական չափորոշիչը մաթեմատիկային վերաբերող մասով ուներ որոշակի առաջխաղացում, քանի որ նրանում, մասնավորապես հիմնական դպրոցի ուսուցման խնդիրների ցանկում շեշտվում էր *սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության, ապացուցողական ունակությունների, փաստարկված և հիմնավորված հաջորդական մտային քայլեր կատարելու կարողությունների ձևավորումն ու զարգացումը*: Ավելին, այդ չափորոշիչի հիման վրա 2001 թվականին մշակված մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշչում որոշակիացված էին ուսուցման հենքային բովանդակությունը և սովորողների պատրաստվածությանը ներկայացվող պահանջները, որոնց մեջ հստակ նշված էին նաև տրամաբանության տարրերին վերաբերող հարցերը: Մասնավորապես 6-8-րդ դասարանների հանրահաշվի ուսուցման բովանդակության մեջ ներառված էին ասույթները, բանաձևի ճշմարտային արժեքները, բանաձևերի համախումբը և համակարգը, բանաձևերի համարժեքությունն ու համարժեքության հիմնական օրենքները, նույնությունն ու նույնական ձևափոխությունները: Իսկ սովորողներից պահանջվում էր իմանալ ասույթների հետ կատարվող պարզագույն գործողությունների իմաստը, դրանց կիրառությունները լեզվում, կարողանալ ասույթների հետ կատարվող գործողությունները կիրառել հավասարումների և անհավասարումների համակարգերի և համախմբերի լուծման հասկացությունը ըմբռնելու համար: Այս նոր մոտեցումները որոշակի արտացոլում էին գտել 12-ամյա դպրոցի միջնակարգ կրթության պետական չափորոշչում, որում տրամաբանության տարրերին վերաբերող բովանդակային գիծը «Մաթեմատիկա» ուսումնական բնագավառում տարածվում էր ինչպես դեպի ներքև (ցածր դասարաններ), այնպես էլ դեպի վերև (բարձր դասարաններ):

2004-2005 թվականներին մշակվեցին մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչները և ծրագրերը, որոնք փորձարկումներից և լրամշակումներից հետո դրվեցին գործողության մեջ, և դրանց հիման վրա 2006 և 2009 թվականներին կատարվեց համապատասխանաբար միջին և ավագ դպրոցների մաթեմատիկայի դասագրքերի մրցույթ:

Ամփոփելով ՀՀ հանրակրթական գործող ծրագրերում (մաթեմատիկայի առարկայական չափորոշիչներում, ծրագրերում և դասագրքերում) տրամաբանության տարրերի ընդգրկմանը վերաբերող վերլուծությունը, նկատում ենք, որ առկա է հետևյալ պատկերը.

ա) Վերջին տասնամյակում կրթական բոլոր աստիճաններում «Մաթեմատիկա» ուսումնական բնագավառի համար գործածության երաշխավորված առարկայական ծրագրերում, չափորոշիչներում և դասագրքերում որոշակի համամասնությամբ, որպես

բովանդակային գիծ, ներառվել են տրամաբանության տարրեր, որոնց ուսուցումն իրականացվել է ինչպես ինքնուրույն, այնպես էլ մաթեմատիկական նյութի հետ շաղկապված թեմաներով:

բ) Տրամաբանության տարրերի ուսուցման բովանդակային այդ գծի մեջ ակնհայտ խզում են առաջացրել 2011 թ. գործածության մեջ մտած 7-9-րդ դասարանների հանրահաշվի [16], [17] դասագրքերը և դրանց հարմարեցված առարկայական ծրագիրը, որոնցում տրամաբանության տարրերին վերաբերող թեմաներ իսպառ բացակայում են: Այդ նույն մոտեցումն է ցուցաբերված նաև համապատասխան ուսուցչի ձեռնարկում: Արդյունքում ստեղծվել է մի իրավիճակ, երբ 1-6-րդ դասարաններում տրամաբանության տարրերի ուսուցման համար անհրաժեշտ հիմքերը հետևողականորեն ձևավորվում են, այնուհետև 7-9-րդ դասարաններում բովանդակային այդ բաղադրիչը հանրահաշվի դասընթացում ընդհատվում է և շարունակվում է միայն 10-12-րդ դասարաններում:

Միջին դպրոցում տրամաբանության տարրերի ուսուցման նկատմամբ ցուցաբերված այդ մոտեցումը ամենևին չի համապատասխանում Հանրակրթության պետական չափորոշչում ամրագրված պահանջներին: Հիմնարար նշանակություն ունեցող այդ նորմատիվ փաստաթղթում միջին դպրոցի համար որպես կրթության հիմնական նպատակ է նշվում *սովորողների բարձրակարգ, քննադատական մտածողության զարգացումը, լեզվամտածողության և մաթեմատիկական տրամաբանության հիմքերի ամրապնդումը* [4, կետ 27]: Դրան համապատասխան, ըստ այդ նույն փաստաթղթի, միջին դպրոցում «Մաթեմատիկա» ուսումնական բնագավառը պետք է նպատակաուղղված լինի սովորողների կողմից ինքնուրույն կշռադատություններ անելու, մտքի ճշգրտությունը կարևորելու ունակությունների, հիմնավոր դատողություններ կատարելու համար անհրաժեշտ գիտելիքների, կարողությունների և հմտությունների զարգացմանը [4, կետ 32]: Ներկայացված այդ պահանջների բավարարման արդյունավետ ուղին միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում տրամաբանական բաղադրիչի վերականգնումն է, հաշվի առնելով այդ բնագավառում վերջին տարիներին արդեն կուտակված բավականաչափ հարուստ հայրենական փորձը:

Տրամաբանության տարրերը ՀՀ մաթեմատիկայի վերջին չափորոշիչներում

Վերլուծելով մաթեմատիկայի նոր չափորոշիչներն ու առարկայական ծրագրերը՝ նկատում ենք, որ *«Մաթեմատիկա» առարկայի 1-4 դասարանների* ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքներում մաթեմատիկական տրամաբանությունից նախատեսվում են հետևյալ վերջնարդյունքը [5].

- Նկատի, մեկնաբանի, շարունակի օրինաչափությունները տվյալների հաջորդականություններում, աղյուսակներում:

«Մաթեմատիկա» առարկայի 5-6 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները.

- Գտնի օրինաչափություն տրված հաջորդականության տարրերի միջև և այդ

օրինաչափությամբ ավելացնի նոր տարրեր:

- Տարբերի ասույթը ոչ ասույթից և հիմնավորի ասույթի ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը:

«Հանրահաշիվ» առարկայի 7-9 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները.

Այստեղ մաթեմատիկական տրամաբանությունից ոչ մի վերջնարդյունք չի ներկայացվում:

«Երկրաչափություն» առարկայի 7-9 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները

- Տարբերի սահմանումը, աքսիոմը, թեորեմը:
- Գաղափար ունենա՝ ինչ է ապացույցը, հերքումը:
- Լուծի ապացուցման խնդիրներ, կիրառի ապացուցման տարբեր եղանակներ:

«Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» առարկայի 10-12 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները (խորացված)

Մաթեմատիկական տրամաբանությունից ոչ մի վերջնարդյունք չի ներկայացվում:

«Երկրաչափություն» առարկայի 10-12 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները (խորացված)

Մաթեմատիկական տրամաբանությունից ոչ մի վերջնարդյունք չի ներկայացվում:
Սակայն սովորողներից պահանջվում է կատարել երկրաչափության տեսական նյութի թեորեմների ապացուցումները:

«Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» առարկայի 10-12 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները (հենքային)

- Սահմանի ասույթը: Հիմնավորի ասույթի ճշմարիտ կամ կեղծ լինելը:
- Տարբերի սահմանումը, պնդումը, աքսիոմը, թեորեմը, ապացույցը և հերքումը:
- Ձևակերպի տրված պնդման ժխտումը, բերի հակաօրինակ:
- Որոշի «և» կապով, «կամ» կապով ասույթների, պնդումների ճիշտ կամ սխալ լինելը:

• Ձևակերպի «և» կապով, «կամ» կապով ասույթների, պնդումների ժխտումները:
• Ձևակերպի պնդման անհրաժեշտ պայմանի օրինակներ, բավարար պայմանի օրինակներ, անհրաժեշտ և բավարար պայմանի օրինակներ:

- Անի հետևություններ՝ ըստ տրված պայմանների:
- Բերի պնդման օրինակ, որն անհրաժեշտ է, բայց ոչ բավարար, և հակառակը:

«Երկրաչափություն» առարկայի 10-12 դասարանների ուսումնառության ակնկալվող վերջնարդյունքները (հենքային)

Մաթեմատիկական տրամաբանությունից ոչ մի վերջնարդյունք չի ներկայացվում:
Չի պահանջվում ապացուցման կարողությունների զարգացմանն ուղղված որևէ վերջնարդյունք:

Նոր չափորոշիչների վերոնշյալ վերջնարդյունքների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ տրամաբանության տարրերի ներառման տեսանկյունից չափորոշչում առկա են

թերացումներ, ինչը կարող է հանգեցնել տրամաբանական թերկրթվածության և սերտողական ուսուցման ուժեղացման: Մասնավորաբար՝ հանրահաշվի 7-9-րդ դասարանների դասընթացում բացակայում են տրամաբանության տարրերին նվիրված նյութերը, իսկ երկրաչափության 7-9-րդ դասարանների վերջնադրյունքներում չի ակնկալվում ոչ մի թեորեմի ապացուցմանը վերաբերվող պահանջ: Սակայն սովորողներից պահանջվում է, որ սովորողը տարրերի սահմանումը, աքսիոմը, թեորեմը, գաղափար ունենա՝ ինչ է ապացուցումը, հերքումը, լուծի ապացուցման խնդիրներ, կիրառի ապացուցման տարբեր եղանակներ: Այս ամենը ուսուցչին կանգնեցնում է մեթոդական լուրջ, հաճախ նաև անհաղթահարելի խնդիրների առջև:

Անհասկանալի մոտեցում է ցուցաբերված նաև ավագ դպրոցի դասընթացներում:

«Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» առարկայի 10-12 հենքային հոսքերում հստակ ներառված են մաթեմատիկական տրամաբանությունից թեմաներ, սակայն նույն հոսքի երկրաչափության դասընթացում սովորողից չի պահանջվում կատարել որևէ թեորեմի ապացուցում: Եվ ընդհակառակը՝ խորացված հոսքի «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» առարկայի բովանդակության մեջ չեն ներառվում նման թեմաներ, սակայն երկրաչափության դասընթացում պահանջվում է բոլոր թեորեմների ապացուցումների կատարում: Սա և՛ սովորողների, և՛ ուսուցիչների, և՛ դասագրքաստեղծ հեղինակների շրջանում հանգեցնելու է բազմաթիվ մեթոդական խնդիրների:

Բնականաբան այս բացթողումները տանելու են որոշ թեմաների սերտման, չի ձևավորվելու սովորողների՝ տրամաբանական մտածողության ձևավորման ակնկալվող մակարդակը:

Բացի դա, կարծում ենք, որ տրամաբանության տարրերի թերի ուսուցման և մասնավորաբար առանց ապացուցումների ուսուցման, հայեցակարգային շատ պահանջներ հնարավոր չէ իրականացնել:

Տրամաբանության տարրերի ուսումնական նշանակությունը

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում տրամաբանության տարրերի ներառումը պայմանավորված է ոչ միայն մաթեմատիկական մտքերի տրամաբանական կառուցվածքով: Տրամաբանության տարրերը, նրանում օգտագործվող հասկացություններն ու գործողությունները, իրենց հերթին, արտահայտվում են հանրահաշվական բանաձևերի տեսքով: Այդ պատճառով բնական էր, ինչպես որ պատմականորեն ձևավորվել է գիտության մեջ, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ևս տրամաբանության տարրերը դիտարկել նախ և առաջ հանրահաշվի դասընթացում: Այդ ուղղությամբ մեզանում առկա է հարուստ փորձ: Դրա վկայություններն են, մասնավորապես, Հ.Ս. Միքայելյանի «Հանրահաշիվ» 8-րդ [13] և Գևորգյան Գ.Գ., Սահակյան Ա.Ա. «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» 11-րդ դասարանների [2] դասագրքերը, որոնցում ընդգրկված տրամաբանության

տարրերը կազմում են «Տրամաբանության հանրահաշիվ» առանձին բովանդակային գիծ: Հանրահաշվի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման շնորհիվ նոր հնարավորություններ են ստեղծվում կրթության բովանդակության ճանաչողական և կիրառական գործառույթները միասնաբար իրականացնելու համար: Դրա արդյունքում, մի կողմից, արդյունավետ լուծում են ստանում ներառարկայական ուսումնական մի շարք խնդիրներ, որոնք կապված են բուն մաթեմատիկական նյութի հիմնավոր յուրացման՝ մինչ այդ հանդիպող դժվարությունների հաղթահարման հետ, մյուս կողմից, նպաստավոր պայմաններ են ստեղծվում նաև սովորողների արժեքային համակարգի և արժեքային կողմնորոշման ձևավորման ու զարգացման համար:

Նշենք ևս մեկ հանգամանք, որը կարևոր է կրթական ծրագրերում տրամաբանական նյութի ներառման «տեղը» որոշելու առումով: Տրամաբանության տարրերի՝ մաթեմատիկական հենքից կտրված շարադրանքը չի ընկալվում սովորողների կողմից [20, 221-238]: Այդ տեսակետից էլ հանրահաշվի դասընթացում նշված նյութի շարադրանքը խարսխված է մաթեմատիկական նյութի վրա: Նման մոտեցումը մի կողմից իրականացնում է տրամաբանության տարրերի հստակ և խորը ընկալում, մյուս կողմից նպաստում է մաթեմատիկական մի շարք առանցքային հասկացությունների տիրապետմանը: Այս շարքում կարելի է առանձնացնել հավասարման և անհավասարման լուծման, անհավասարության, $\pm$ նշանի, միջակայքերի, համակարգերի և համախմբերի, հետևության և համարժեքության, ժխտման և այլ հասկացություններ:

Հանրահաշվի դասընթացում տրամաբանության որոշ թեմաների ներառումը հնարավորություն է տալիս հստակեցնելու սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության հիմքում ընկած մի շարք կարևոր հասկացություններ և ավելի խորացնելու հայոց լեզվի ու հանրահաշվի լեզվի միջև գույքահեռների անցկացումը: Ինչպես հայոց լեզվում, հանրահաշվում նույնպես պարզ նախադասություններից «և», «կամ», «ոչ» և այլ շաղկապների օգնությամբ ստացվում են բարդ նախադասությունները: Նույն կերպ է կատարվում հանրահաշվական նախադասությունների՝ բանաձևերի ստացումը պարզ նախադասություններից՝ տրամաբանական կապերի միջոցով» [14, 32]: Այդ կապակցությամբ կարևոր է առօրյա կյանքին վերաբերող օրինակների զուգորդումը մաթեմատիկական բնույթի օրինակների հետ, հավասարություն-հավասարում և անհավասարություն-անհավասարում գույքահեռների անցկացումը, տրամաբանական գումարին նվիրված դասը անցկացնելիս $\pm a$ գրության վրա հաստուկ ուշադրություն դարձնելը (անհրաժեշտ է հաշվի առնել, որ մաթեմատիկայում մեծ տարածում ունեցող այս գրառումը սովորողների ճնշող մեծամասնությունը չի հասկանում: Մինչդեռ տրամաբանական գումարի գաղափարի դիտարկման շնորհիվ լիովին հասկանալի է դառնում այն) [14, 19]: Ասվածը վերաբերում է նաև ոչ խիստ անհավասարություններին և ոչ խիստ անհավասարումներին: $a \leq b$ կարևորագույն բանաձևի իմաստը շատ աշակերտներ չեն յուրացնում: Նախ անհրաժեշտ է սովորողին հասկացնել, որ նշված բանաձևը ներմուծվում է «մեծ չէ» հարաբերությունը հանրահաշվորեն գրառելու համար: Այնուհետև՝ պետք է կատարել բանաձևի ճշմարիտ լինելու խնդրի պարզաբանումը:

Տրամաբանական գումարի գաղափարի առկայությունը հնարավորություն է տալիս հստակորեն իրականացնել այս խնդիրը: Հարկ է հիշել և հաշվի առնել նաև, որ այդ բանաձևի համար նախկինում գործածվող «անհավասարություն» անվանումն իր հերթին սովորողի մոտ առաջացնում է յուրացումն արգելակող հոգեբանական պատճեն². ինչու՞, օրինակ, $1 \leq 1$ բանաձևը անվանենք անհավասարություն, երբ այն $1=1$ հավասարության և $1 < 1$ բանաձևի տրամաբանական գումարն է: Իսկ բանաձևերի տրամաբանական արտադրյալի գաղափարի դիտարկումն օգնում է հասնելու նրան, որ սովորողները հստակ յուրացնեն թվային միջակայքերը, որոնք անհրաժեշտ են հավասարումների և անհավասարումների համակարգերի ու համախմբերի լուծումները պատկերավոր արտահայտելու համար:

Տրամաբանական գումարի և արտադրյալի ներմուծումը հնարավորություն է տալիս լուծելու հետևյալ կարևոր մանկավարժամեթոդական խնդիրները, որոնք փոխադարձաբանականորեն են իրարով և լուծվում են համալիր եղանակով:

ա. Նպաստում է մայրենի լեզվի իմացությանը:

բ. Թույլ է տալիս դիտարկելու և լուծելու կիրառական ոլորտի մի շարք խնդիրներ:

գ. Օգնում է ավանդական մաթեմատիկական հասկացությունների գիտակցական ըմբռնմանը:

Սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության հստակեցման մեջ շատ մեծ է տրամաբանական համարժեքության դերը: Միննույն փոփոխականը պարունակող երկու բանաձևեր անվանում են համարժեք, եթե նրանք ունեն միննույն լուծումները: Այս ընդհանուր ձևակերպման մեջ են մտնում ինչպես հավասարումների, այնպես էլ անհավասարումների ու դրանց համակարգերի և համախմբերի համարժեքության հասկացությունները: Համարժեքության անդրադարձելիության, համաչափության և փոխանցելիության հատկությունների կողքին մեծ նշանակություն ունի համակարգերի և համախմբերի համարժեքությունների դիտարկումը, որը մեծապես նպաստում է հանրահաշվական այդ կարևորագույն նյութի գիտակցական ըմբռնմանը: Ընդ որում՝ եթե նշված օրենքներն ունեն ինտուիտիվ ընկալման պարզություն և նրանց կիրառությունը շատ բնական է՝ անգամ առանց այդ օրենքների բացահայտ ձևակերպման, ապա նույնը չի կարելի ասել ճշմարիտ կամ կեղծ բաղադրիչներով համակարգերի և համախմբերի համար (սովորողների մեծ մասը գլուխ չի հանում նույնիսկ $(0 < 1$ և $x < 2)$, $(0 > 1$ և $x < 2)$ տիպի պարզագույն համակարգերից): Բանն այն է, որ բնական լեզվի միջոցները ոչ միշտ են բավարար մաթեմատիկական բանաձևերի բովանդակությունը ճշգրիտ արտահայտելու և միանշանակ ընկալելու համար: Բնական լեզվով արտահայտված մաթեմատիկական տեքստի ճշգրտությունն ապահովելու համար անհրաժեշտ է կատարել այդ տեքստի տրամաբանական կառուցվածքին համապատասխանող որոշակի ֆորմալացում: Դրա շնորհիվ տեքստն ստանում է, ինչպես ընդունված է ասել, հանրահաշվակերպ ձևակերպում, որի նկատմամբ արդեն կիրառելի են համարժեքության օրենքները, և այդ դեպքում խնդրի լուծումը հանգում է հիմնավոր և ճիշտ պատասխանի:

Ֆորմալացման միջոցով ոչ միայն պարզ և ընկալելի տեսք են ստանում «և», «կամ», «եթե...», «այս...» շաղկապներ պարունակող բարդ դատողությունների կառուցվածքները (դրանք ներկայացվում են $p \& q$, $p \vee q$, $p \rightarrow q$ տեսքի բանաձևերով), այլև, որ ավելի կարևոր է, հեշտությամբ են կանխվում դրանց ժխտումները կատարելու և ստացված բանաձևերի միջև համարժեքություններ հաստատելու գործողություններում թույլ տրվող սխալները: Իսկ այդպիսի գործողություններ կատարելու անհրաժեշտություն առաջանում է հաճախ, ինչպես օրինակ՝ տրված պնդման համար հակադիր և հակադարձ պնդումներ ձևակերպելիս, հակասող ենթադրությամբ ապացուցումներ կատարելիս և այլն: Առանց տրամաբանական որոշակի գիտելիքների, այդ գործողություններում թույլ տրվող սխալներն անհամեմատ շատ կլինեին, եթե գործ ենք ունենում փոփոխականներ պարունակող դատողությունների հետ, որոնցում առկա են գոյության կամ ընդհանրության քվանտորներ, իսկ խնդրի կամ թեորեմի ձևակերպման մեջ մասնակցում են «այն և միայն այն դեպքում» կամ «անհրաժեշտ է և բավարար» բառակապակցությունները: Այդ և նմանատիպ բազմաթիվ այլ խնդիրներ զգալիորեն հեշտ են լուծվում, երբ նախ ձևայնացվում է դատողությունների կառուցվածքը, և այնուհետև նրա նկատմամբ կիրառվում այս կամ այն կանոնը:

Այսպիսով, տրամաբանության տարրերի ուսուցումը կարևորվում է մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի, ներառարկայական մանկավարժական խնդիրներին արդյունավետ լուծումներ տալու տեսանկյունից: Եվ դա ծառայում է ավելի ընդգրկուն նպատակի՝ սովորողների լեզվական-տրամաբանական կարողությունների զարգացմանը, որը կարելի է դիտել որպես մաթեմատիկատրամաբանական կրթական մշակույթի կարևոր և անբաժան բաղադրիչ:

Տրամաբանության տարրերի ուսուցման դաստիարակչական նշանակությունը

Մաթեմատիկական կրթությունն ունի արժեքների ձևավորման մեծ ներուժ: Այդ ներուժը լայնորեն դրսևորվում է ինչպես մաթեմատիկայի համար ավանդական՝ ճշմարտական, հոգեկան և գեղագիտական, այնպես էլ ոչ ավանդական՝ բարոյական, ազգային, սոցիալական, համամարդկային արժեքների ձևավորման գործընթացներում: Մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներառումը լրացուցիչ լիցք է հաղորդում մաթեմատիկայի դասավանդման միջոցով արժեքների ձևավորման գործընթացին և այն դարձնում ամբողջական:

Բարոյական արժեքներ: Մեծ է մաթեմատիկայի կրթական ներուժը բարոյական արժեքների ձևավորման հարցում, որի հիմնավորումը կարելի է տեսնել Հ.Ս. Միքայելյանի «Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը» մենագրության մեջ [8]:

Հանրահայտ է, որ սովորողներին առանձնակի դժվարություն են հարուցում փոփոխական պարունակող դատողությունները: Դրանց հետ տրամաբանական գործողությունների՝ գումարման, բազմապատկման, ժխտման կատարումը հեշտությամբ

չի ընկալվում աշակերտների մի զգալի մասի կողմից: Այդ դժվարությունները հաջողությամբ կարելի է հաղթահարել առօրեական օրինակների և վարժությունների ներգրավման միջոցով: [13]-ում նման վարժությունները, որոնք խմբավորվում են «Կիրառական» բաժնում, ներառում են բարոյական ամենատարբեր արժեքներ: Միշտ արժեքի վերաբերյալ, օրինակ, բերվում են այսպիսի վարժություններ:

551. Նշեք փոփոխականի արժեք, որի դեպքում դատողությունը ճշմարիտ է, և փոփոխականի արժեք, որի դեպքում դատողությունը կեղծ է.

գ. Աղջիկը սիրում է իր մայրիկին:

ե. Նա սիրում է հայրենիքը:

ը. Նա իմ սիրելի գրողն է:

թ. Նա իմ սիրելի նկարիչն է:

Այստեղ գ և է խնդիրները պարունակում են մեկական փոփոխական. առաջինում փոփոխականը աղջիկն է, երկրորդում՝ նա-ն: Աշակերտները հեշտությամբ են բերում փոփոխականների այնպիսի օրինակներ, որոնց դեպքում դատողությունները ընդունում են ճշմարիտ արժեքներ: Մյուս երկու՝ ը և թ խնդիրները պարունակում են երկուական փոփոխականներ: Առաջինում, օրինակ, փոփոխականներն են նա-ն և գրողը: Բնականաբար, այստեղ այդ փոփոխականների արժեքները, որոնց դեպքում դատողությունը դառնում է ճշմարիտ կամ կեղծ, պայմանավորված են իրար հետ. աշակերտներից մեկը սիրում է գրողներից մեկին, մյուսը կարող է չսիրել և այլն:

Դիտարկենք հաջորդ վարժությունը, որն ավելի դժվար է. նրանում առաջադրված խնդիրները պարունակում են ընդհանրության և գոյության քվանտորներ:

555. Ճշմարիտ է, թե՞ կեղծ դատողությունը.

ա. Ցանկացած մարդ սիրում է իր ծնողներին,

ե. աշակերտը սիրում է իր ուսուցչին,

գ. կա աշակերտ, որը ասում է դպրոցը:

Այստեղ նշենք, որ ա և գ առաջադրանքներում քվանտորները մասնակցում են անմիջականորեն. առաջինում ընդհանրության քվանտորն է «ցանկացած» բառը, իսկ երկրորդում գոյության քվանտորն է «կա» բառը: Աշակերտներին պետք է սովորեցնել, որ նախադասության մեջ անորոշ ենթական ենթադրում է ընդհանրության քվանտորի առկայություն:

Նմանատիպ վարժություններ են բերվում նաև *բարու*, *հարգանքի* և բարոյական այլ արժեքների վերաբերյալ: Եթե ծրագրային նյութի մաթեմատիկական բաժինը համեմատաբար դժվար է ընկալվում և անհետաքրքիր ու ձանձրալի կարող է լինել աշակերտների համար, ապա բերված և բարոյական այլ արժեքներին նվիրված վարժությունները և դրանց լուծումները աշխուժացնում են դասը, կենդանի հետաքրքրություն առաջացնում նրա նկատմամբ: Միաժամանակ, դրանք ուսուցչին հնարավորություն են տալիս խոսակցություն վարել բարու և չարի, սիրո և ատելության, հարգանքի և արժանապատվության, ինչպես նաև բարոյական այլ արժեքների մասին: Նման բարոյական խոսակցությունները և զրույցները, որ հենված են դասագրքային նյութի

վրա, ունեն սովորողների կողմից բնական ընկալման առանձնահատկություն և չեն դիտվում որպես «իրենց գլխին կարդացվող քարոզներ»:

Հիշողության զարգացման խնդրին հաջողությամբ ծառայում է տրամաբանության տարրերի ուսուցումը: Սակայն վերջինս հնարավորություն է տալիս փաստերի հիշողությունը դարձնել ավելի արդյունավետ, որովհետև թույլ է տալիս դրանք դարձնել համակարգված, տրամաբանորեն մշակված, ինչը լրացուցիչ խթան է հիշողության համար:

Քննարկենք նաև *երջանկության* բարոյական արժեքի ձևավորման և զարգացման գործում մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման նշանակությունը: Երջանկության բարոյական արժեքի վերաբերյալ ընդունված մոտեցումներից մեկում երջանկության հոգևոր բաղադրիչներից մեկը համարվում է *հոգեկան առողջությունը* [9, 151-170]: Վերջինս առաջին հերթին նշանակում է առողջ, տրամաբանական մտածողության, տրամաբանված, հիմնավորված և փաստարկված խոսքի առկայություն, ինչը տալիս է հենց տրամաբանության օրենքների ներգրավումը խոսքի մեջ: Նման մտածողությունը և խոսքը մարդուն թույլ է տալիս մտածել հստակ, տրամաբանորեն, անել ընդհանրացումներ, մասնավորեցումներ, համեմատություններ, մտահանգումներ, կիրառել մտքի ճշմարտության հաստատման և հերքման, մտածողության այլ հնարքներ, չվախենալ բանավեճից, հաջողությամբ պաշտպանել սեփական տեսակետը, համոզել դիմացինին, խուսափել սխալներից, չխորացնել և ընդունել սեփական սխալը, հայտնաբերել սխալ տեղեկությունը և դատողությունը: Անտրամաբանական մտածողությունը հանգեցնում է ավելորդ լարման և ներվային արգելակումների:

Գեղագիտական արժեքներ: Գիտական գեղեցիկի կարևորագույն օբյեկտիվ հատկանիշներից մեկը *տրամաբանական խստությունն* է: Եթե հաշվի առնենք, որ առանց տրամաբանության տարրերի ներգրավման գրեթե անհնար է ապահովել մաթեմատիկական նյութի շարադրման տրամաբանական խստությունը, ապա պարզ է դառնում տրամաբանության հանրահաշվի դերը գիտական գեղեցիկի այս հատկանիշի ձևավորման խնդրում: Ավելացնենք նաև, որ ամերիկյան հայտնի մաթեմատիկոս և մանկավարժ Պոլ Լոկիարդը մաթեմատիկան անվանում է ապացուցումների արվեստ: Իսկ մաթեմատիկական ապացուցումը չի կարող խստորեն իրագործվել առանց տրամաբանական հիմնավորվածության: Հետևաբար, տրամաբանական խստությունը մաթեմատիկայի գեղագիտական էությունը արտահայտող ամենակարևոր հատկանիշն է, և նրա լիարժեք դրսևորման գործում անգնահատելի է տրամաբանության տարրերի կիրառությունը և, ուրեմն, ներառումը մաթեմատիկայի դասընթացում:

Մաթեմատիկական նյութի շարադրանքի մեջ տրամաբանության տարրերի ներառումը ընդգծում և մեծացնում է նաև գիտական գեղեցիկի այնպիսի օբյեկտիվ հատկանիշներ, ինչպիսիք են *հստակությունը, բազմազանությունների միասնությունը, ընդհանրականությունը* և այլն:

Ճշմարտական արժեք: Այստեղ առաջին հերթին խոսքը վերաբերում է բուն ճշմարիտի և նրա հետ կապված առարկաների և երևույթների ձևավորման և ըմբռնման խնդրին, ինչը անհնար է լիարժեք իրականացնել առանց տրամաբանության տարրերի կիրառության: Ճշմարտության որոնման ճանապարհը լուսավորվում է տրամաբանական մտածողությամբ, մտածողության գործընթացում տրամաբանության օրենքների, կանոնների, մոտեցումների ներգրավմամբ: Նման գործընթացը այսօր մաթեմատիկայում իրականացվում է մաթեմատիկական տրամաբանության օգնությամբ, իսկ հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում այն կարելի է իրականացնել նրանում տրամաբանության տարրերի ներառման միջոցով:

Տրամաբանության տարրերի ներմուծումը կարող է նպաստել նաև *ազգային արժեքների* ձևավորմանը: Թեև բուն մաթեմատիկատրամաբանական բանաձևերը, օրենքները, սկզբունքները և այլն որևէ ազգային արժեքի հետ անմիջական կապ չունեն, սակայն ուսուցման ընթացքում դրանց պարզաբանման ու կիրառության նպատակով բերված օրինակները, խնդիրները կամ առաջադրանքները կարող են վերաբերել այնպիսի իրադրությունների, որոնց շարադրանքում անուղղակի ձևով արտացոլվում են ազգային կյանքին և մշակույթին վերաբերող փաստեր, երևույթներ, իրադարձություններ: Բերենք [13, 126] դասագրքից այդ արժեքներին միտված վարժությունների օրինակներ:

550. Առանձնացրեք ասույթները և փոփոխական պարունակող դատողությունները.

ա. Տիգրան Պետրոսյանը եղել է աշխարհի չեմպիոն:

բ. Նա սիրում է Արամ Խաչատրյանի ջութակի կոնցերտը:

գ. Կոմիտասը իմ սիրած երգահանն է:

դ. Հայկը հաղթել է Բելին:

551. Նշեք փոփոխականի արժեք, որի դեպքում «Նա սիրում է հայրենիքը» դատողությունը ճշմարիտ է, և արժեք, որի դեպքում այն կեղծ է:

552. Կազմեք դատողության ժխտումը և որոշեք նրա ճշմարտային արժեքը.

գ. Ջորջ Բայրոնը սովորել է հայերեն:

դ. Վրացական այբուբենը ստեղծել է Մեսրոպ Մաշտոցը:

Ազգային արժեքների և ազգային արժանապատվության դերի գիտակցմանը նպաստող կարևոր գործոններից մեկն էլ այն է, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, ուսումնական նյութի շրջանակներում անդրադարձ է արվում նաև հայ տրամաբանական մտքի զարգացման պատմության այս կամ այն դրվագին, լուսաբանվում հայ ժողովրդի ավանդը գիտակրթական մշակույթի ասպարեզում:

Գրականության ցանկ

1. *Ավետիսյան Ս.Հ. (1969).* Մաթեմատիկական տրամաբանության հիմնական տարրեր, Եր., Լույս, 1969 թ., 302 էջ:
2. *Գևորգյան Գ.Գ., Սահակյան Ս.Ս. (2010).* Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 11-րդ դասարանի

(բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար), Եր., Տիգրան Մեծ, 2010 թ., 208 էջ:

3. **Գևորգյան Հ.Ա., Բաղդասարյան Վ.Խ. (1994).** Տրամաբանություն, Եր., Լույս 1994 թ., 264 էջ:
4. **Հանրակրթության պետական չափորոշիչ (2011).** //ՀՀ կառավարության 2011 թ. հուլիսի 28-ի N1088-Ն որոշման հավելված//www.aniedu.am.
5. **Հանրակրթության պետական չափորոշիչ (2021).** <https://lib.armedu.am/article/131>
6. **Հանրակրթական առարկայական չափորոշիչ (2023).** Հանրակրթական ուսումնական հաստատություններում «մաթեմատիկա» առարկայի 1-12-րդ դասարանների առարկայական չափորոշիչ, <https://www.arlis.am/DocumentView.aspx?docid=176064>
7. **Հարությունեանց Բ. (2000).** Համառոտ տրամաբանություն//Մաթեմատիկական դպրոցում, N1(10), Եր., 2000 թ., 27-32 էջեր:
8. **Միքայելյան Հ.Ս. (2011).** Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Եր., Էդիթ պրինտ, 2011 թ.:
9. **Միքայելյան Հ.Ս. (2015).** Գեղեցիկը, մաթեմատիկական և կրթությունը, մաս 2, Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Երևան 2015:
10. **Միքայելյան Հ.Ս. (1999).** Հանրահաշիվ 6. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 6-րդ դասարանի, Եր., Հայ Էդիթ, 1999 թ., 288 էջ:
11. **Միքայելյան Հ.Ս. (1999).** Հանրահաշիվ 7. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դասարանի, Եր., Հայ Էդիթ, 1999 թ., 288 էջ:
12. **Միքայելյան Հ.Ս. (1999).** Հանրահաշիվ 8. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 8-րդ դասարանի, Եր., Հայ Էդիթ, 1999 թ., 304 էջ:
13. **Միքայելյան Հ.Ս. (2007).** Հանրահաշիվ 8. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 8-րդ դասարանի, Եր., Էդիտ Պրինտ, 2007 թ., 305 էջ:
14. **Միքայելյան Հ.Ս. (2003).** Հանրահաշվի ուսուցման հիմնահարցերը, Եր., Էդիթ Պրինտ, 2003 թ.:
15. **Մկրտչյան Ա.Տ (2016).** Տրամաբանության տարրերի ուսուցման մեթոդիկայի հարցեր// Ուսումնամեթոդական ձեռնարկ մանկավարժական բուհերի մաթեմատիկական մասնագիտությամբ ուսանողների և մաթեմատիկայի ուսուցիչների համար, 2016թ.:
16. **Նիկողոսյի Ս.Ս. (2011).** Պոտապով և ուրիշներ, Հանրահաշիվ. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դասարանի, (թարգմանիչ և խմբագիր՝ Ռ. Ավետիսյան), Եր., Անտարես, 2011թ., 208 էջ:
17. **Նիկողոսյի Ս.Ս., Պոտապով Ս.Կ. (2012).** և ուրիշներ, Հանրահաշիվ. դասագիրք հանրակրթ. դպր. 8-րդ դասարանի, (թարգմանիչ և խմբագիր՝ Ռ. Ավետիսյան), Եր., Անտարես, 2012թ., 280 էջ:

18. *Виноградов С.Н., Кузьмин А.Ф. (1954).* Логика, Учебник для средней школы, Изд. 8, Москва, Учпедгиз, 1954 г., 176 с.
19. *Маковельский А.О. (2008).* История логики, Москва, Директ-Медиа, 2008 г., 136 с.
20. *Рыжик В.И. (2003).* 30000 уроков математики: Книга для учителя, М., Просвещение, 2003 г.
21. *Саранцев Г.И. (2002).* Методика обучения математике в средней школе, Москва, Просвещение, 2002 г., 226 с.
22. *Черкасов Р.С., Столяр А.А. (1985).* Методика преподавания математики в средней школе, Москва, Просвещение, 1985 г., 336 с.

**ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐԲԵՐԻ ՆԵՐԱՌՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ
ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ**
Մկրտչյան Արաքսյա Տիգրանի

Ամփոփում: Աշխատանքում դիտարկվում է հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման հինախնդիրը: Ներկայացվում են տրամաբանության առաջացման և ուսուցման պատմությունը. դպրոցական ծրագրերում և մաթեմատիկայի դասընթացում տրամաբանության տարրերի ներառման խնդիրը մինչանկախացման և անկախացման շրջանի ՀՀ կրթական համակարգերում: Ցույց է տրվում տրամաբանության տարրերի ուսումնական նշանակությունը մաթեմատիկայի ներառարկայական կապերի ապահովման, սովորողների լեզվատրամաբանական մտածողության զարգացման, թեմաների հիմնավոր յուրացման և սերտողական ուսուցման բացառման տեսանկյուններից: Ներկայացվում է նաև տրամաբանության տարրերի ուսուցման դաստիարակչական ներուժը, նշանակությունը ճշմարտական, բարոյական, գեղագիտական, ազգային, համամարդկային և այլ արժեքների ձևավորման ուղղությամբ և մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում տրամաբանության տարրերի ուսուցման հայրենական հարուստ փորձը: Դիտարկվում է նաև հանրակրթության նոր չափորոշիչների ընձեռած հնարավորությունները հիմնախնդրի լուծման ուղղությամբ, վեր է հանվում իրականացված չափորոշիչային փոփոխությունների ազդեցությունը սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացման և ուսումնական գործընթացի վրա հնարավոր այլ նեգատիվ ազդեցությունների տեսանկյունից: Այդ տեսակետից հատուկ քննարկվում է մաթեմատիկայի չափորոշիչում ապացուցման պահանջի ակնհայտ թուլացումը, դրա բացասական ազդեցությունը սովորողների տրամաբանական մտածողության և փաստարկման մշակույթի ձևավորման վրա:

Բանալի բառեր: Մաթեմատիկական կրթություն, տրամաբանության տարրեր, լեզվամտածողության զարգացում, արժեքների ձևավորում:

ПРОБЛЕМА ВКЛЮЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЛОГИКИ В ШКОЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ

Мкртчян Аракся Тиграновна

Резюме. В статье рассматривается проблема включения элементов логики в курс математики общеобразовательной школы. Представляется история происхождения и преподавания логики: проблема включения элементов логики в школьные программы и курсы математики в образовательных системах РА до- и постнезависимого периода. Демонстрируется воспитательная значимость элементов логики с позиций обеспечения внутрипредметных связей математики, развития лингвологического мышления учащихся, прочного усвоения тем, исключения механического заучивания. Также демонстрируется воспитательный потенциал обучения элементам логики, его значение в направлении формирования истинных, нравственных, эстетических, национальных, общечеловеческих и других ценностей и богатый отечественный опыт преподавания элементов логики в школьном курсе математики. Также рассматриваются возможности, предоставляемые новыми стандартами общего образования в направлении решения проблемы, выделяются влияния от реализованных изменений стандартов с точки зрения развития логического мышления учащихся и других возможных негативных последствий для учебного процесса. С этой точки зрения специально обсуждается очевидное ослабление требования доказательства в стандарте по математике, его негативное влияние на логическое мышление учащихся и формирование культуры аргументации.

Ключевые слова. Математическое образование, элементы логики, развитие лингвологического мышления, формирование ценностей.

THE ISSUE OF INCORPORATING ELEMENTS OF LOGIC INTO THE SCHOOL MATHEMATICS CURRICULUM

Mkrtchyan Araksia Tigran

Summary. This article addresses the problem of integrating elements of logic into the curriculum of mathematics in general education schools. It presents the history of the origin and teaching of logic, discusses the problem of incorporating elements of logic into school programs and mathematics courses in the educational systems of the Republic of Armenia during pre- and post-independence periods. The educational significance of logical elements is demonstrated in terms of ensuring interdisciplinary connections in mathematics, fostering linguistic-logical thinking among students, ensuring solid comprehension of topics, and eliminating mechanical memorization. The educational potential of teaching logical elements is also highlighted, emphasizing its role in shaping true, moral, aesthetic, national, universal, and other values,

drawing on the rich domestic experience of teaching logical elements in the school mathematics curriculum. Additionally, the article examines the opportunities provided by new general education standards to address the problem, identifies the impacts of implemented changes in standards on the development of students' logical thinking, and discusses potential negative consequences for the educational process. From this perspective, the article specifically discusses the apparent relaxation of proof requirements in the mathematics standard, its adverse effects on students' logical thinking, and the formation of argumentation culture.

Key words: mathematical education, elements of logic, development of linguistic-logical thinking, formation of values.

ԴԻՏԱՐԿՈՒՄՆԵՐ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ
ՍՏՈՒԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

ORCID 0009-0008-7911-7610

Մինասյան Անժելա Իսրայելի

Խ. Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ, ՀՀ



Մինասյան Ա. Ի.

մանկ. գիտ. թեկնածու, դասախոս

Ներածություն

Անցած դարում գիտության մեջ հայտնվեցին ստոխաստիկական (հավանականությունների տեսություն, մաթեմատիկական վիճակագրություն, կոմբինատորիկա և պատահական գործընթացներ) գաղափարների, մեթոդների կիրառություններ, որոնք թույլ են տալիս հասկանալ և բացատրել ստոխաստիկական օրինաչափությունների բազմազանությունը, շրջակա աշխարհի բազմաթիվ երևույթների պատահական բնույթը, բնական և հասարակական բազմաբնույթ գործընթացներում ստոխաստիկական մոդելների կիրառման հնարավորությունները: Ներկայումս հավանականային հայեցակարգերը և պատկերացումները թափանցելով մարդկային գործունեության ամենատարբեր ոլորտներ՝ դարձել են ընդհանուր մաթեմատիկական մշակույթի անբաժանելի մասը [10, էջ 82]: Հավանականային-վիճակագրական պատկերացումները դարձել են ժամանակակից գիտության հիմքը ձևավորող հիմնական և ինտեգրող գաղափարներից [15]: Ստոխաստիկական աշխարհաճանաչողության, աշխարհընկալման հատուկ ձև է, բնության և այն ուսումնասիրող գիտությունների համար հետազոտման օրինաչափությունների ստացման, հաստատման և հավաստման միջոց:

Ստոխաստիկական գրագիտության, մշակույթի դերին և նշանակությանն անդրադարձել են մի շարք անվանի գիտնականներ. Ա. Ն. Կոլմոգորով, Ա. Յա. Խինչին, Բ. Վ. Գնեդենկո, Ս. Պ. Վինոգրադով, Ի. Մ. Յագլով, Ի. Ի. Կիկոյին, Դ. Կ. Կրանիչ, Գ. Լ.

Լուկանկին, Ա. Ի. Մարկուշնիչ, Վ. Վ. Ֆիրսով, Ջ. Մ. Ուոթսոն և այլք:

Հաշվի առնելով ստոխաստիկայի ողջ կարևորությունը և հնարավորությունները՝ կրթական բարեփոխումների մեր օրերում ընդգծվում է ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում, մաթեմատիկական կրթության բովանդակության մեջ, դպրոցական կրթական համակարգում պատահականության հայեցակարգերի ներառման անհրաժեշտությունը և ընդլայնման կարևորությունը: Այդպիսի մոտեցման համար հիմք է ծառայում այն վիթխարի ներուժը, որն ունի ստոխաստիկան՝ որպես ճանաչողական և կիրառական լայն գործառնություններ ունեցող գիտություն:

Ներկայումս ՀՀ-ում տեղի է ունենում դպրոցական ծրագրերում ստոխաստիկայի տարրերի ընդլայնման գործընթացը: Ըստ կրթական նոր չափորոշիչների՝ հանրակրթության մեջ ստոխաստիկայի տարրերն արդեն իսկ իրենց ուրույն տեղն ունեն: Սակայն, հակառակ բազմաթիվ գիտական մշակումների, հարուստ ու բազմաբնույթ միջազգային փորձի՝ մեր դպրոցներում ստոխաստիկայի ուսուցման մեթոդների, ձևերի հետ կապված զանգվածային քննարկումներ դեռևս չեն իրականացվել: Ուստի, չափազանց կարևորում ենք ստոխաստիկայի ուսուցման մակարդակի և որակի բարձրացման հարցը:

Վստահությամբ կարելի է ասել, որ հավանականային-վիճակագրական գծի ներառումը դպրոցական ծրագրեր պատահականություն չէ, այլ բնական ու սոցիալ-տնտեսական բարդ երևույթների ուսումնասիրության անհրաժեշտության ինքնատիպ պատասխան է, ինչի վերաբերյալ նախորդ մաթեմատիկական ապարատն ու մեթոդները բավարար արդյունք չեն տվել՝ միայն մասամբ արտացոլելով բնական և սոցիալական բարդ երևույթների օբյեկտիվ օրինաչափությունները: Ստոխաստիկան, լինելով գիտահետազոտական գործունեության համար կարևորագույն գործիքներից մեկը, պետք է բացահայտվի սովորողների համար: Հավանականային-վիճակագրական պատկերացումները պետք է դառնան սովորողների աշխարհայացքի ձևավորման անբաժանելի բաղադրիչը և ապահովեն, որ նրանք հասկանան ստոխաստիկական օրինաչափությունների բազմազանությունը, բնության և հասարակության մեջ բազմաբնույթ գործընթացներում ստոխաստիկական մոդելների կիրառման հնարավորությունները:

Ինչպես նշում է Բ. Վ. Գնեդենկոն. «Դպրոցն ավարտելով՝ շրջանավարտները պետք է հստակ գիտակցեն, որ բնության մեջ և հասարակական կյանքում ոչ բոլոր գործընթացներն են կրում զուտ դետերմինիստական բնույթ, որ նման մոտեցումն իրականության առաջնային և պարզագույն մոտարկումն է: Ճանաչողության հաջորդ քայլը դա վիճակագրական մոտեցումն է: Դրանում է կայանում հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդաբանական նշանակությունը: Մենք իրավունք չունենք մեր սովորողներին զրկել կյանքի, բնության, տեխնիկայի, հումանիտար հետազոտությունների նկատմամբ այս առավել լայն հայացքներից՝ թողնելով նրանց 18-րդ դարի մեթոդաբանական պատկերացումների մակարդակում» [5, էջ 4]:

Հավանականությունների տեսությանը և մաթեմատիկական վիճակագրությանը

նվիրված նյութերն աչքի են ընկնում ինքնատիպությամբ, հավանականային մտածողության ձևավորման ու զարգացման եզակի հնարավորություններով, գեղագիտական յուրօրինակ գրավչությամբ և մի շարք այլ առանձնահատկություններով, որոնց բացահայտումն ու հաշվառումը առանձնահատուկ դեր կարող են ունենալ ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացի և ընդհանրապես, դպրոցական մաթեմատիկական կրթության որակի բարձրացման և կատարելագործման հարցում: Մեր փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկական նյութի բովանդակային առանձնահատկությունները նպաստում են սովորողների հետաքրքրության և ակտիվության մեծացմանը, ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը:

Անշուշտ, չափազանց կարևոր է ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում տեսության խիստ տրամաբանական շարադրումը: Սակայն մանկավարժական փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկական նյութի ներկայացման միայն ձևական-տրամաբանական կողմը բավարար չէ այն ընկալելու համար: Ընկալման գործընթացի վրա ազդում են նաև մի շարք հոգեբանամանկավարժական գործոններ: Հետևաբար, ուսուցման գործընթացում պետք է հաշվի առնել ինչպես ստոխաստիկայի (հասկացություններ, թեորեմներ և այլն), այնպես էլ սովորողների հոգեբանական և անհատական առանձնահատկությունները (բնավորությունը, մտային գործունեության առանձնահատկությունները, հույզերը, զգացողությունները և այն ամենը ինչն ազդում է դրա վրա): Ուսուցման գործընթացում շեշտը պետք է դնել ոչ թե ինչպիսի՞ն պետք է լինի սովորողը, ի՞նչ պետք է իմանա, ի՞նչ պետք է հիշի, այլ մենք պետք է մեր առջև տեսնենք կենդանի էակի, իր գիտելիքներով, հիշողությամբ, հետաքրքրություններով ու հնարավորություններով: Պարզվում է, որ իրականում հավանականային-վիճակագրական նյութի ընկալման վրա հենց այդ հոգեկան գործոններն են որոշիչ կերպով ազդում:

Մտածողության արդյունավետ զարգացումը կախված է առաջին հերթին սովորողի պահանջմունքադրդապատճառային ոլորտից: Փորձով հաստատված է, որ ինքնուրույն որոնման արդյունքում ձեռք բերված գիտելիքներն առավել արագ են ընկալվում և առավել լավ են հիշվում, քան գիտակցության մեջ պարտադրաբար ներմուծված գիտելիքները: Դրա հետ մեկտեղ միևնույն մարդը դատում է ճիշտ կամ սխալ, արագ կամ դանդաղ, տրամաբանորեն կամ ոչ տրամաբանորեն. կախված է ոչ միայն նրա ընդունակություններից, այլ նաև այն բանից, թե նա ինչպես է տրամադրված, հանգիստ է, թե անհանգիստ, վստահ է իր ուժերի նկատմամբ, թե ոչ և այլն: Այսպիսով, կարելի է ասել, որ մարդու ուսումնական հնարավորությունները, նրա տրամաբանական մտածողության մակարդակն անընդհատ փոփոխվում են և կախված են հենց նշված զուտ հոգեբանական գործոններից: Եվ, ուրեմն, մաթեմատիկական գիտելիքների արդյունավետ ուսուցմանը և դրանց արդյունավետ յուրացմանը միտված ստոխաստիկայի դասավանդման գործընթացը կազմակերպելիս պետք է հաշվի առնել այդ գործոնները, քանի որ դրանցից է կախված սովորողների մտածական գործունեությունը և մտածողության զարգացումը: Եվ, հետևաբար, հանրակրթության մաթեմատիկայի դասընթացի ստոխաստիկական նյութի ընկալման հոգեբանամանկավարժական տեսանկյունից չափազանց կարևոր է

ապահովել սովորողների դրդապատճառային ոլորտի խթանումը:

Կարծում ենք, որ վերոնշյալ խնդիրների հաղթահարման հարցում կարևոր դեր կարող է խաղալ ստոխաստիկայի, դրա ուսուցման ձևերի և տեխնոլոգիաների, ուսումնական նյութի՝ հասկացությունների, թեորեմների, խնդիրների ու դրանց լուծման առանձնահատկությունների բացահայտումն ու հաշվառումը:

Ստոխաստիկական նյութը և սովորողների ստոխաստիկական մտածողությունը

Հավանականությունների տեսությանը և մաթեմատիկական վիճակագրությանը նվիրված նյութերն աչքի են ընկնում հավանականային մտածողության ձևավորման ու զարգացման բացառիկ ու եզակի հնարավորություններով: Հավանականային մոդելների հետ աշխատանքի, ստոխաստիկական խնդիրների և հիմնախնդիրների ըմբռնման ու գիտակցման արդյունքում ձևավորվում և զարգանում է սովորողների հավանականային մտածողությունը, ինչը թույլ է տալիս հասկանալ շրջապատող աշխարհի հավանականային բնույթը, զարգացնում է նրանց անհատականությունը:

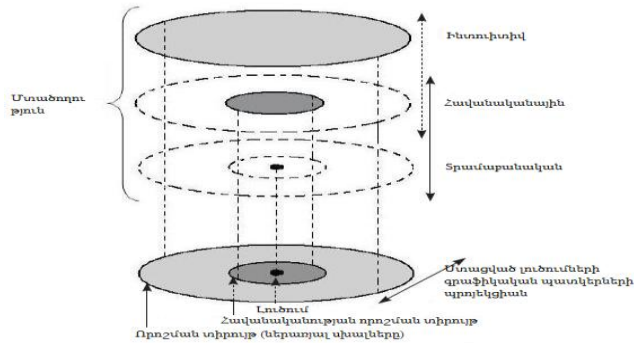
Կ. Կ. Պլատոնովը նկատում է, որ «Հավանականային մտածողություն» տերմինը և հասկացությունը 1945 թ. ներմուծել է խորհրդային հոգեբան Բ. Մ. Տեպլով: Այն մտածողության տեսակ է, որի կառուցվածքի մեջ են մտնում սպասվելիք իրադարձությունների հավանականության աստիճանի մասին դատողություններ [9]:

Մանկավարժական և հոգեբանական գրականության մեջ օգտագործում են նաև նշված հասկացության հոմանիշները՝ «հավանականային-վիճակագրական», «վիճակագրական», «ստոխաստիկական» մտածողություն:

Հիմնվելով հավանականային մտածողության Բ.Մ. Տեպլովի կողմից առաջարկված սահմանման վրա և հաշվի առնելով ստոխաստիկայի ուսուցման հետ սերտորեն կապված մտածողության քննադատական բնույթը՝ Ս. Վ. Շերբատիխը հետազայում տվել է հավանականային մտածողության հետևյալ սահմանումը. «Ստոխաստիկական մտածողությունը մտածողության հատուկ տեսակ է, որը թույլ է տալիս դատողություններ անել և եզրահանգումներ կատարել այս կամ այն իրադարձության տեղի ունենալու հնարավորության, դրանց հավանականության մասին, քննադատաբար գնահատել պատահականության աշխարհով ծնված իրավիճակը, դրանցից դուրս գալու էլքեր գտնել և կանխատեսել սեփական վարքն ապագայում» [12, էջ 149]:

Հավանականային մտածողության նկարագրման մեկ այլ մոտեցում է առաջարկել Ս. Ն. Դվորյատկինան: Հեղինակը, տարբերակելով մտածողության տրամաբանական և ինտուիտիվ տեսակները, ենթադրում է, որ հավանականային մտածողությունը միջանկյալ տեղ է զբաղեցնում վերջիններիս միջև: Ըստ Ս. Ն. Դվորյատկինայի՝ հավանականային մտածողությունը առանձնահատուկ հոգեբանական գործընթաց է, որը միավորում է մտածողության ինչպես տրամաբանական, այնպես էլ ինտուիտիվ բաղադրիչները՝ միա-

Ժամանակ ձեռք բերելով նոր որակներ և իրականացվելով այլ հոգեբանական մեխանիզմներով: Գործելով տրամաբանության և ինտուիցիայի հիման վրա ստեղծված պատկերացումներով՝ հավանականային մտածողությունը գնահատում է դրանց հավանականությունը և թույլ է տալիս ավելի ճիշտ որոշումներ կայացնել [7, էջ 19]: Դվորյատկինայի այդ մոտեցումը հստակ երևում է նկար 1-ում, որտեղ ներկայացված է տրամաբանական և ինտուիտիվ մտածողությունների համեմատության մեջ հավանականային մտածողության մոդելը:



Նկ. 1. Տրամաբանական, ինտուիտիվ և հավանականային մտածողությունների համեմատության մոդել ըստ Ս. Ն. Դվորյատկինայի

Տարբեր աղբյուրներում հավանականային մտածողությանը վերագրվում է ինչպես մտածողության ոճ, այնպես էլ՝ տեսակ: Մտածողության հավանականային ոճում որպես մտածողության հիմնական որակներ առանձնացվում են համեմատումը, ընդհանրացումը և վերացարկումը [14]:

Առանձնացվում են հավանականային մտածողության երեք հիմնական բաղադրիչներ՝ *տրամաբանական, կոմբինատորային և հավանականային-վիճակագրական:*

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հավանականային-վիճակագրական ուղղվածությունը կոչված է ձևավորել ներկայիս հարափոփոխ աշխարհում մտածող և գործող անհատ: Բացի այդ, ինչպես նկատում է Վ. Դ. Սեյդուտինը, նշված առանձնահատկությունն առաջադրում է դասավանդման առանձնահատուկ մեթոդիկայի կիրառում՝ ուղղված ոչ դետերմինացված պատկերացումների ձևավորմանը և հավանականային-վիճակագրական մտածողության զարգացմանը [8]:

Սովորողների հավանականային մտածողության ձևավորման հարցում ստոխաստիկայի դերին և նշանակությանը անդրադարձել են այնպիսի անվանի գիտնականներ, ինչպիսիք են Ա. Ն. Կոլմոգորովը, Բ. Վ. Գնեդենկոն, Ա. Յա. Խինչինը, Ի. Ս. Յագլոմը, Վ. Դ. Սեյդուտինը Դ. Վ. Մանսիչը, Ս. Վ. Շերբատիխը, Գ. Ս. Եվդոկիմովան, Է. Ֆիշերինը, Ժ. Պիաժեն, Բ. Բնեդեկերը, Ն. Մ. Սիլը, Ջ. Մ. Շոգենսին, Ռ. Բիլերը և այլք: Նրանց հետազոտությունների արդյունքները վկայում են, որ սովորողների հավանականային մտածողության, որն անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր մարդու, ով ապրում է ժամանակակից

բարդ ու հարափոփոխ հասարակությունում, ձևավորման միջոցը ստոխաստիկական խնդիրների համակարգն է: Ընդ որում, Դ. Վ. Մաննիչն առաջարկում է վերջինիս ձևավորման հիմնախնդիրը դնել հետևյալ կերպ. հանրակրթական դպրոցի յուրաքանչյուր սովորողի անհրաժեշտ է տիրապետել ոչ միայն ստոխաստիկական գիտելիքների որոշակի ծավալի, այլև կարողանալ կիրառել այդ գիտելիքները այն դեպքերում, երբ մարդը հանդիպում է ինչ-որ երևույթների հաճախության: Նման դեպքերում աշակերտը պետք է կարողանա ստացված տեղեկատվությունից ինդուկտիվ եզրահանգումներ կատարել:

Հոգեբանների (Ա. Վ. Բրուշլինսկի, Բ. Ինհելդեր, Ժ. Պիաժե, Ե. Ֆիշբեյն, Ի. Ս. Ֆեինգենբերգ և այլք)՝ հետազոտությունները վկայում են, որ մարդն ի սկզբանե պրակտիկորեն ունակ չէ տալ հավանական գնահատական կամ գիտակցել և ճիշտ մեկնաբանել ստոխաստիկական բնույթի տեղեկատվությունը:

Մանկավարժական պրակտիկան ցույց է տալիս, որ հավանականային-վիճակագրական խնդիրների լուծման գործընթացը սովորողների մոտ մեծ դժվարություններ է առաջացնում: Դա առաջին հերթին պայմանավորված է նրանով, որ իրենց բնույթով այս խնդիրները տարբերվում են մաթեմատիկական մյուս խնդիրներից, խնդիրներում հանդիպող հավանականային վիճակագրական հասկացությունները ազատորեն չեն օգտագործվում սովորողների մտածողության մեջ, ավելին, մաթեմատիկական խնդիրների լուծման իրենց հայտնի մեթոդները, որպես կանոն, գրեթե պիտանի չեն հավանականային-վիճակագրական խնդիրների լուծման համար:

Ինչպես նկատում է Ե. Ա. Բունիմովիչը՝ նույնիսկ մաթեմատիկայի այլ բաժինների լավ իմացությունն ու ըմբռնումը չի ապահովում սովորողների հավանականային մտածողության զարգացումը [3, էջ 53]:

Հավանականային մտածողության ձևավորման արդյունավետ ճանապարհներ որոնելու ուղղությամբ կատարված հետազոտությունների շարքում նշանակալի են Վ. Դ. Սելյուտինի հետազոտությունները [8]: Ըստ հեղինակի՝ հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների մեթոդաբանական հիմքը պատահականի և անհրաժեշտի դիալեկտիկական միասնության մասին ուսմունքն է: Նա հավանականային մտածողության ձևավորման հիմքում դնում է նախնական հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների ձևավորումը՝ գտնելով, որ հավանականությունների տեսության և վիճակագրության նախնական հասկացությունների հաջող յուրացման համար անհրաժեշտ է շրջապատող աշխարհի հավանականային պատկերի մասին պատկերացումների պաշար՝ *նախնական վիճակագրական պատկերացումներ*:

Իսկ այն հարցին, թե ինչպե՞ս է իրականացվում այդ նախնական պատկերացումների ձևավորման գործընթացը. այն բնական գործընթաց է, թե՞ հատուկ կազմակերպված ուսուցման արդյունք, իրենց հետազոտություններում փորձել են պատասխանել մի շարք հոգեբաններ, մեթոդիստ-մանկավարժներ:

Հավանականային մտածողության զարգացման հիմնախնդիրը դիտարկելով կոգնիտիվ զարգացման ընդհանուր համատեքստում, որտեղ գերակշռող դիրք ունեն Ժ.

Պիաժեի և Լ. Վիգոտսկու իրար փոխընդհանուր տեսությունները, հեղինակներից շատերը գալիս են այն եզրահանգման, որ պատկերացումների ձևավորումը տեղի է ունենում ոչ թե բնականորեն, այլ որոշակի գործունեության գործընթացում:

Ուսուցման և զարգացման հարաբերակցության խնդրի հետ կապված ռուս հոգեբան Լ. Վիգոտսկու տեսության էությունն արտահայտվում է նրանով, որ ուսուցման մեջ առաջնահերթությունը տրվում է զարգացմանը: Նման մոտեցումը երեխային նպատակաուղղում է ոչ թե այս կամ այն հասկացության յուրացմանը, այլ նրա մտածողության մակարդակի «բարձրացմանը»՝ գիտական հասկացությունների համակարգի հատուկ կառուցված ուսուցման օգնությամբ: Բայց այս մոտեցմամբ հասկացությունների յուրացումը մի շարք դեպքերում իրագործվում է ձևականորեն:

Իր հերթին շվեյցարացի հոգեբան Ժ. Պիաժեն, չհամաձայնվելով Լ. Վիգոտսկու տեսակետի հետ՝ այն կարծիքին է, որ կարևոր նշանակություն ունի հենց երեխայի սեփական ակտիվությունը: Նա պնդում է, որ զարգացող ուսուցման դերը երեխայի արդեն իսկ ունեցած ճանաչողական կառույցների խթանումն է:

Այս համատեքստում Վ. Դ. Մեյլուտինը նշում է, որ նախնական հավանականային-վիճակագրական պատկերացումները ձևավորվում են պատահականության մասին աշակերտների առօրյա, չհամակարգված պատկերացումների հիման վրա: Հավանականային-վիճակագրական նյութի հատուկ կազմակերպված ուսուցումը կոչված է ընդհանրացնելու, համակարգելու սովորողների արդեն իսկ ունեցած թերի, կցկտուր, ինտուիտիվ պատկերացումները [8, էջ 30-31]:

Վ. Ա. Բոլտոյուկն ընդգծում է, որ օբյեկտիվ իրականության առանձնահատկություններին համապատասխան հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների ձևավորումը տեղի է ունենում ոչ տարերայնորեն, այլ նպատակաուղղված ուսուցման արդյունքում, որի հիմքերը ձևավորում են ուսուցման հոգեբանական հայեցակարգերը:

Այսպիսով՝ այս ուղղությամբ կատարված հետազոտությունների արդյունքները հիմք է տալիս ասելու, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների, հավանականային մտածողության ձևավորումն ու զարգացումն իրականացվում է ստոխաստիկայի փուլ առ փուլ, նպատակաուղղված, համակարգված, երկարատև, սովորողների տարիքային առանձնահատկություններին համապատասխան ուսուցման արդյունքում՝ ոչ միայն տեսական, այլ նաև գործնական առումով:

Ստոխաստիկական նյութը կիրառական միջավայրում

Ստոխաստիկական նյութի կարևորագույն առանձնահատկություններից մեկն էլ դրա կիրառական բնույթն է: Ստոխաստիկական հայեցակարգերն արմատապես կապված են բնագիտության և տեխնիկայի զարգացման հիմնախնդիրների հետ: Աշխարհի փիլիսոփայական ընկալումը, դրա ընդհանուր օրինաչափություններն ու գիտական հայեցակարգն անհնար է պատկերացնել առանց ստոխաստիկայի: Նշվում է, որ

պատահականության գոյության հերքումը բերում է մեր աշխարհընկալման սահմանափակմանը: Դեռևս 1896 թ. Ա. Պուանկարեն գրել է. «Հավանականության հաշվումը, ընդհանուր առմամբ, մեզ սովորեցնում է մի բան. իմանալ, որ մենք ոչինչ չգիտենք» [11, էջ 127]:

Հավանականային-վիճակագրական հասկացությունները սերտ կապված են շրջապատող աշխարհի հետ: Ստոխաստիկայի տեսական գաղափարները, մեթոդներն ու արդյունքները կիրառվում են տնտեսագիտության, արտադրության կազմակերպման, բժշկության, սոցիոլոգիայի, հոգեբանության, լեզվաբանության, կապի մեջ, արտակարգ իրավիճակներում, բնագիտական ու տեխնիկական գիտություններում: Եվ, ուրեմն, ստոխաստիկական նյութը շարադրելիս՝ անհրաժեշտ է անընդհատ լուսաբանել հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդների և գաղափարների դերը, լայն կիրառությունները ողջ բնագիտական և սոցիալ-տնտեսական բնագավառներում: Դրանով իսկ կապահովենք, որ դպրոցականները, ովքեր ուղղակիորեն չեն հետաքրքրվում ծրագրային նյութով, հասկանան դասի ժամանակ ուսումնասիրվող երևույթների գործնական նշանակությունը, ինչը, ըստ էության, շատ կարևոր է հումանիտար մտածողությամբ սովորողների համար: Փորձով հաստատված է, որ սովորողների ուշադրությունը ակամայից կենտրոնանում է առարկայի վրա այն դեպքում, երբ խոսքը ստացված գիտելիքները պրակտիկայում կիրառելու մասին է:

Մեր օրերում հավանականությունների տեսությունը կիրառական գիտությունների շարքում օգտագործման տեսանկյունից առաջատարներից է. «չկա ոչ մի բնական գիտություն, որում այս կամ այն կերպ չեն օգտագործվում հավանականությունների տեսության մեթոդները» [4, էջ 17]:

Մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդներն այսօր արդեն լայն կիրառություն ունեն տնտեսագիտության, սոցիոլոգիայի, հոգեբանության, բժշկության, քիմիայի, կենսաբանության, ֆիզիկայի մեջ և բազմաթիվ այլ բնագավառներում: Հավանականությունների տեսությունն ու մաթեմատիկական վիճակագրությունը կարևորագույն դեր ունեն նաև արտակարգ իրավիճակների հետ կապված խնդիրներում:

Ժամանակակից քիմիայի շատ հասկացություններ պահանջում են հավանականային-վիճակագրական պատկերացումներ: Օրինակ՝ դինամիկական հավասարակշռության, քիմիական ռեակցիաների բնույթն անհնար է հասկանալ առանց վիճակագրական պատկերացումների:

Ողջ տեսական գենետիկան հիմնված է հավանականային-վիճակագրական օրենքների վրա: Այսպես, օրինակ, ավստրիացի գիտնական Գ. Մենդելը կենսաբանական մի շարք փաստերը կարողացավ հիմնավորել մաթեմատիկական օրինաչափություններով: Նա կարողացավ բացատրել բույսերի ժառանգական հատկանիշների փոփոխության և փոխանցման օրինաչափությունները: Ժամանակակից գենետիկայի հիմքում ընկած Մենդելի երեք հիմնական օրենքներն իմաստավորվում են հավանականությունների տեսության հիմնական դրույթների և ընդհանրապես, ստոխաստիկական քննարկումների օգնությամբ [6]: Բ. Գնեդենկոն նշում է, որ

կենսաբանական այնպիսի հիմնախնդիրների ուսուցումը, ինչպիսիք են, օրինակ, բնաշխարհում կենդանիների բնակեցումը, ժառանգական հատկությունների փոխանցումը, գիշատչի և որսի փոխհարաբերությունները, գրգռվածության, հուզմունքի փոխանցումը պահանջում են հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության լավ իմացություն [5, էջ 3]: Այսօր արդեն հավանականությունների տեսության մեթոդները դարձել են գենետիկական հաշվարկների հիմքը: Դրանք օգտագործվում են նաև կենսաբանական պոպուլյացիաների զարգացման վերահսկման ու ուսումնասիրման գործում: Իսկ ահա ընդհանուր կենսաբանության այնպիսի հարցեր, ինչպիսիք են բնական ընտրության ճանապարհով էվոլյուցիայի, ընտրության ձևերի, բնակչության գենետիկայի հարցերը չեն կարող հասկանալի լինել առանց վիճակագրական օրինաչափությունների մասին պատկերացումների [5]:

Աստղագիտությունն իր տարբեր ոլորտներում լայնորեն օգտագործում է հավանականային-վիճակագրական ապարատն ու պատկերացումները: Տարածության մեջ նյութի բաշխման հետազոտությունները, տիեզերական մասնիկների խմբերի ուսումնասիրությունները և շատ այլ հարցեր ստոխաստիկական պատկերացումների համակարգված օգտագործման կարիքն ունեն [5, էջ 3]:

Համանման միտում է դիտվում նաև հումանիտար գիտություններում:

Հետազոտության հավանականային-վիճակագրական մեթոդները ներգրավվել են պատմական հետազոտությունների մեջ, հատկապես, հնագիտության մեջ:

Ներկայումս լեզվաբանական հաշվարկներ կատարելու համար լայնորեն կիրառվում են հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդները: Գրառումների կոդավորումը և վերծանումը, բառերի և տառերի հաճախությունների ուսումնասիրությունը հիմնված են լեզվի վիճակագրական օրինաչափությունների օգտագործման վրա: Այս մեթոդները վաղուց արդեն օգտագործվում են գրական կեղծիքները պարզելու և հեղինակային իրավունքները պաշտպանելու համար [5, էջ 3-4]:

Հանրահայտ է տնտեսագիտության և մաթեմատիկական վիճակագրության խորը կապը: Առանց բազմակողմանի վիճակագրական հետազոտությունների հնարավոր չէ հուսալիորեն պլանավորել տնտեսական գործունեությունը: Ցանկացած արտադրություն պլանավորելիս՝ ուղղակիորեն գործ ենք ունենում զանգվածային պահանջարկի պատահական փոփոխությունների հետ, որոնք հնարավոր է կանխատեսել անցյալի փորձով: Պետական եկամուտների ավելացման և միաժամանակ քաղաքացիների կենսամակարդակի բարձրացման, բնակչության թվի, նրա կարիքների, զբաղվածության փոփոխությունների կանխատեսման հարցերի դիտարկումը պահանջում է մանրակրկիտ վիճակագրական վերլուծությունների իրականացում և դրա հիման վրա ճիշտ եզրակացությունների կատարում [5, էջ 4]:

Ներկայումս ոչ մի փորձարարական աշխատանք (կենսաբանական, քիմիական, սոցիոլոգիական, հոգեբանական, մանկավարժական, տնտեսագիտական և այլն) լուրջ չի համարվում, եթե վիճակագրորեն հիմնավորված չէ կատարված գիտափորձերի ծավալը և

բերված չէ ստացված արդյունքների վստահելի գնահատական:

Հոգեբանների և մանկավարժ-գիտնականների հետազոտությունների արդյունքների համաձայն՝ ներկայումս ուսուցման գործընթացի նկատմամբ, ընդհանուր առմամբ, դիտվում է հետաքրքրության անկում: Մաթեմատիկայի առումով նկատենք, որ աշակերտի մոտ դպրոցական դասընթացում ուսումնասիրվող օբյեկտների և շրջապատող աշխարհի միջև անթափանց պատնեշի տպավորություն է ստեղծվում: Ավելին, ավագ դպրոցում հումանիտար հոսքերի աշակերտները, ըստ էության, անտեսում են մաթեմատիկա առարկան: Կարծում ենք, որ այդ խնդիրների հաղթահարման հիմնական ճանապարհներից մեկը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը դեպի գործնական-կիրառական դաշտ նպատակաուղղելն է: Մեր խորին համոզմամբ, ստոխաստիկայի դերը ուսուցման գործընթացի մոտիվացիայի հարցում առանձնակի կարևոր է: Ստոխաստիկական նյութը, որի ուսուցումն անհնար է առանց իրական աշխարհում դիտվող գործընթացների, առանց աշակերտի իրական կյանքի փորձի վրա հենվելու, թույլ կտա հաշվի առնել սովորողների հետաքրքրությունները, ինչը կնպաստի մաթեմատիկայի նկատմամբ վերաբերմունքի բարելավմանը, մաթեմատիկայից չառաջադիմող աշակերտների մոտ առարկայի հանդեպ հետաքրքրություն ձևավորմանը, միևնույն ժամանակ կընդլայնի ձեռք բերած գիտելիքները կիրառելու հնարավորությունները:

Վ.Վ. Ֆիրսովն իր թեկնածուական ատենախոսությունում առաջ է քաշում և ապացուցում է վարկածն առ այն, որ դպրոցում հավանականությունների տեսության դասընթացի հենց կիրառական ուղղվածություն է հանդես գալիս որպես ուսուցման նպատակներին հասնելու անհրաժեշտ պայման [10, էջ 13]: Վ.Դ. Մեյլուտինը ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում որպես ուսուցիչների մեթոդական պատրաստվածության հիմնական բաղադրիչ առանձնացնում է կիրառականը՝ ուղղված իրական աշխարհի հետ հավանականային մոդելների սերտ կապի ստեղծմանը, մոդելների կառուցման և մեկնաբանման գործընթացի կազմակերպմանը՝ որպես գործունեության առաջատար ձև [8, էջ 65]:

Այսպիսով՝ ուսուցման գործընթացում շատ կարևոր և անհրաժեշտ է առավելագույնս օգտագործել ստոխաստիկայի կիրառական բնույթը՝ ընդլայնելով երեխայի մտահորիզոնը մաթեմատիկայի և նրա օգտակար լինելու մասին:

Ստոխաստիկական նյութի ներուժը միջառարկայական կապերի ոլորտում

Մյուս կարևոր առանձնահատկությունն այն է, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հավանականային-վիճակագրական գիծը լայնամասշտաբ կապեր ունի դպրոցական այլ դասընթացների հետ: *Այն առանձնահատուկ է իր ներառարկայական և միջառարկայական կապերի ուժով:* Ստոխաստիկական կարող է հանդես գալ որպես հանրակրթական դպրոցի մի շարք առարկաներն ինտեգրող՝ կիրառությունների համատեքստում: Ինտեգրման շրջանակի մեջ ներառելով ֆիզիկան, կենսաբանությունը, քիմիան, աշխարհագրությունը, լեզվաբանությունը և այլ ուսումնական բնագավառներ:

Ստոխաստիկայի ամենաբազմազան կիրառություններն այնքան ընդարձակ են, որ կրթական յուրաքանչյուր աստիճանի համար կարելի է գտնել նշված բոլոր ոլորտների ինտեգրման համար համապատասխան նյութ:

Նշված առանձնահատկությունը չի կարելի հաշվի չառնել դասավանդման գործընթացում: Վերջինիս կիրառական բնույթը թույլ է տալիս ամրապնդել մաթեմատիկայի և այլ բնագավառների տարբեր բաժինների գիտելիքները:

Ներկայումս անժխտելի է այն փաստը, որ հավանականային-վիճակագրական գրագիտությունը բավարար հիմք է ժամանակակից մակարդակով բնագիտական և սոցիալ-տնտեսական առարկաների ուսումնասիրության համար: Ստոխաստիկայի միջառարկայական կապերը գիտության այլ բնագավառների հետ կարելի է իրականացնել են մի շարք խնդիրների միջոցով, որոնք ունեն համապատասխան հենք, ուղղվածություն և պրոբլեմատիկա: Այսպես օրինակ, վիճակագրության ուսուցման գործընթացում ներգրավելով տնտեսական, ժողովրդագրական, սոցիալական բնույթի իրական վիճակագրական տվյալներ, հավանականային նյութերը և խնդիրները համաձայնեցնելով կենսաբանության, քիմիայի, ֆիզիկայի, երկրաչափության, հումանիտար գիտությունների դասընթացների հետ՝ լայն հնարավորություններ են ստեղծվում միջառարկայական կապերի ապահովման համար: Նկատենք նաև, որ սովորողների ծանոթացումը ստոխաստիկայի տարրերի հետ նպաստում է ֆիզիկայի, կենսաբանության և քիմիայի հայտնի օրենքների գիտակցված ըմբռնմանը, ցույց է տալիս մաթեմատիկական օրենքների կապը նշված բնագավառների հետ՝ դրանով իսկ ամրապնդելով միջառարկայական կապերը:

Նման միջառարկայական կապերի ապահովումը մեծ հնարավորություններ է ստեղծում ցույց տալու համար մաթեմատիկայի նշանակությունը կիրառական խնդիրների լուծման մեջ: Նշվում է, որ ավանդական մաթեմատիկայի հետ ստոխաստիկայի համաձայնեցմանը խանգարող հիմնական խնդիրներից մեկը ներառարկայական կապերի ոչ բավարար չափով զարգացումն է: Դասընթացի շրջանակներում սովորողներին պետք է ցույց տալ, որ մաթեմատիկան միասնական է:

Լ. Ա Տերեխովան արդարացիորեն նշում է, որ ստոխաստիկական ավանդական մաթեմատիկայում «օտարականի» կարգավիճակում է: Համաձայնելով նրա հետ՝ մենք ևս գտնում ենք, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հավանականային-վիճակագրական գիծը ներկայացնելով ոչ թե մեկուսի, այլ օրգանապես ինտեգրելով ընդհանուր դասընթացին՝ կվերացնենք վերջինիս «օտարականի» կարգավիճակը և կապահովենք արդյունավետ ուսումնական գործընթաց: Ստոխաստիկական հասկացությունների և օրենքների կիրառումը նպաստում է մաթեմատիկայի ավանդական թեմաների, ուսուցանվող նյութի ամրապնդմանը:

Այսպիսով՝ մաթեմատիկայի դասաժամերի շրջանակներում ստոխաստիկայի ողջ բովանդակությունն ապահովվելով ներառարկայական և միջառարկայական կապերով՝ պրակտիկորեն բացահայտում ենք մաթեմատիկայի կիրառական կողմը:

Ստոխաստիկական նյութն առանձնահատուկ են նաև նրանով, որ դրա

դասավանդման գործընթացում պահանջված են դառնում ուսուցման տարբեր մեթոդների և հնարների, ուսումնական գործունեության տարբեր տեսակների համադրումը, նոր մեթոդական-տեխնոլոգիական ապահովվածության օգտագործումը, մասնավորապես, աշակերտների տարիքային հետաքրքրություններին համապատասխան ուսուցման ուսումնական և արտաուսումնական ձևերը, փոխներգործուն մեթոդները, դիդակտիկ խաղերն ու իրական տվյալներով փորձերը, այդ թվում նաև նպատակային գործունեությանը միտված կենդանի դիտարկումները, ինչպես նաև միջառարկայական կապեր արտացոլող գործնական ու կիրառական խնդիրները:

Հավանականությունների տեսության ու մաթեմատիկական վիճակագրության այն առանձնահատկությունը, որ դրանք հենվում է փորձարարական հետազոտությունների վրա, պետք է իր համապատասխան արտացոլումը գտնի ստոխաստիկայի ուսուցման բովանդակության և մեթոդների մեջ: Այլ կերպ ասած՝ ուսումնական գործընթացը պետք է կառուցվի փորձարարական հետազոտությունների հիման վրա: Նշված առանձնահատկությունը ուսուցչին կողմնորոշում է դեպի այն, որ համապատասխան հարցերի դասավանդումն իրականացվի հետազոտության տեսքով, երբ սովորողը դեռևս փոքր տարիքից հանդես է գալիս հետազոտողի դերում՝ պատասխանելով իրեն շրջապատող աշխարհի մասին իր մոտ ծագած հարցերին՝ հավաքելով, մշակելով և վերլուծելով անհրաժեշտ տեղեկատվությունը: Դասավանդման գործընթացն ամբողջությամբ կառուցելով կյանքի տարբեր իրավիճակներ նկարագրող նյութի հիման վրա՝ ապահովում ենք սովորողների առօրյա կյանքում մաթեմատիկայի նշանակության գիտակցումը:

Ստոխաստիկական նյութի գեղագիտական գրավչությունը

Ստոխաստիկայի կարևորագույն առանձնահատկություններից մեկն էլ նյութի գեղագիտական յուրօրինակ գրավչությունն է: Եվ, հետևաբար, չափազանց կարևոր է նաև հանրակրթության մաթեմատիկայի դասընթացի հավանականային-վիճակագրական նյութի գեղագիտական գրավչության բացահայտման և ուսուցման գործընթացում դրա օգտագործման խնդիրը, ինչը դուրս է մնացել հետազոտողների ուշադրությունից:

Ստոխաստիկական բովանդակային նյութն աչքի են ընկնում իր ինքնատիպությամբ, ունի գեղագիտական արժեքների ձևավորման, գեղագիտական դաստիարակության մեծ ներուժ, ինչն անհրաժեշտ է օգտագործել ինչպես բուն ստոխաստիկական նյութի յուրացման հետագա հաջողությունն ապահովելու, այնպես էլ գեղագիտական արժեքների ձևավորման համար: Ընդ որում, խոսքը վերաբերում է ոչ միայն և ոչ այնքան բուն ստոխաստիկայի միջոցով գեղագիտական արժեքների ձևավորման լրացուցիչ հնարավորությունների ստեղծմանը, որքան ստոխաստիկայի տարրերի ներգրավման միջոցով մաթեմատիկական ողջ նյութի շարադրման գեղագիտական գրավչության

մեծացմանը:

Այդ ներուժն, առաջին հերթին, արտահայտվում է նրա բովանդակային կառույցի լեզվի, կիրառությունների գրավչությամբ, դրանց մեջ գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշների և ուսուցման գործընթացում գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշների ամենալայն դրսևորումներով, նրա ներառարկայական և միջառարկայական կապերի ուժով, ներքին և արտաքին գեղագիտությամբ [2]:

Ստոխաստիկական նյութը և գործնական՝ վարժությունների և խնդիրների համակարգը հնարավորություն են տալիս ուսումնական գործընթացի մեջ ներգրավել գիտական գեղեցիկի այնպիսի հատկանիշներ, ինչպիսիք են կիրառելիությունը, օգտակարությունը, անսպասելիությունը, անկանխատեսելիությունը, ինտելեկտուալ որոնումը, հայտնագործելը, նպատակաուղղված բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարումը և այլն:

Բնականաբար, ինչպես բուն ստոխաստիկայի տարրերի ուսուցման, այնպես էլ հատկապես նրանում գեղագիտական տարրի բացահայտումը պահանջում են մանկավարժական և մեթոդական մեծ վարպետություն, որոնցով օժտված կադրերի պատրաստումը բարձրագույն դպրոցի առջև կանգնած լուրջ մանկավարժական խնդիր է:

Պետք է նշենք նաև, որ ուսուցման գործընթացով, դասավանդման մեթոդներով, սովորողների տարիքային առանձնահատկություններով և մի շարք այլ գործոններով պայմանավորված՝ այդ հատկանիշները ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում ունեն իրենց յուրահատկությունները:

Նկատենք, որ հանրակրթության մաթեմատիկայի դասընթացում ստոխաստիկայի տարրերի ներառումը շոշափելիորեն մեծացնում է մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով գեղագիտական արժեքների ձևավորման հնարավորությունները: Այստեղ ընդգրկվում են հիմնականում մաթեմատիկայի կիրառությունների հետ կապված նոր օբյեկտներ, ինչն իր հերթին, նոր երանգներ է հաղորդում մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշներին:

Այսպես օրինակ, ստոխաստիկայի տեսական նյութն ամբողջությամբ՝ իր կիրառական ուղղվածության, խնդիրների համակարգի ընձեռնած հնարավորությունների շնորհիվ, գիտական գեղեցիկի *կիրառելիության* օբյեկտիվ հատկանիշի դրսևորման լայն հնարավորություն ունի:

Ստոխաստիկայի կիրառական ոլորտը ներառում է այնպիսի գիտելիքներ ու կարողություններ, որոնք կազմում մարդու ֆունկցիոնալ գրագիտության անբաժան մասը: Ասվածը վերաբերում է ինչպես կյանքում ստոխաստիկայի ամենալայն կիրառություններին, այնպես էլ սովորողի աշխարհընթերցմանը և աշխարհայացքի ձևավորմանը:

Ստոխաստիկական նյութի ուսուցումը ենթադրում է մաթեմատիկական նպատակաուղղել դեպի իրականության երևույթների ուսումնասիրություն,

պատահական երևույթների օրինաչափությունների գիտակցում և բացահայտում, կիրառական ուղղվածություն, կյանքի և գիտության այլ բնագավառներում առաջացած խնդիրների մոդելավորում և գործնական վարժությունների ու խնդիրների լուծում: Այստեղ գեղագիտական տարրն ավելի ակտիվ է դրսևորվում մաթեմատիկական մոդելավորման ընթացքում: Պատահական երևույթներում դրսևորվում են մաթեմատիկական գեղեցիկի զանազան հատկանիշներ, ինչի պատճառով դրանց գիտակցումը, բացահայտումը և ուսուցումը կարելի է համարել նաև գեղագիտական գործունեություն: Այն կոչված է ստեղծելու աշակերտների ընդունակությունների և ստեղծագործական կարողությունների զարգացման հնարավորություններ, ենթադրում է սովորողի մոտ ձևավորել երևույթների կանխատեսման ունակություններ, առաջադրել վարկածներ, գտնել այլընտրանքային լուծումներ, գնահատել դրանք: Մինևույն ժամանակ, նշված գործընթացները ենթադրում են ինտելեկտուալ որոնում, և դրա արդյունքում գտնելու, հայտնագործելու գործառնության իրականացում, ինչը մաթեմատիկական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշ է:

Ուսուցման գործընթացում ստոխաստիկական նյութի շարադրանքն ուղեկցելով նրա բազմազան կիրառություններով և արժեքների ձևավորմամբ ապահովում ենք նաև *օգտակարության* գեղագիտական հատկանիշի դրսևորումը, որը ծառայում է նաև որպես ուսուցման մոտիվացիայի աղբյուր:

Օրինակ, դասական «հանդիպման խնդիրը» [4] ունի արտահայտված կիրառական բնույթ: Մասնավորաբար դիտարկենք հետևյալ տարբերակը.

Խնդիր: Երկու նավ պետք է մոտենան մինևույն կառանատեղին: Այդ նավերի՝ նավահանգստին հասնելու պահերը տվյալ օրվա ընթացքում իրարից անկախ են և հավասարահնարավոր: Հայտնի է, որ առաջին նավի կանգառը կառանատեղում տևում է 1 ժամ, իսկ երկրորդինը՝ 2 ժամ: Գտնել նավերից մեկի՝ կառանատեղի ազատմանը ստիպված սպասելու հավանականությունը:

Նման խնդիրների և դրանց լուծման հավանականային հաշվումների միջոցով լուծվում են կյանքի տարբեր իրավիճակներ նկարագրող բազմաթիվ կիրառական խնդիրներ: Այս խնդրի գեղագիտական գրավչությունը առաջին հերթին պայմանավորված է գիտական գեղեցիկի կիրառելիության հատկանիշով:

Այսպիսով՝ ստոխաստիկայի յուրաքանչյուր թեմայի ուսուցման առաջին քայլերից սկսած գիտական գեղեցիկի կիրառելիության հատկանիշի բացահայտումը ոչ միայն թույլ է տալիս ավելի արդյունավետ դարձնել բուն մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը, այլև՝ ապահովում է սովորողների մոտիվացիայի հարցը, և, հետևաբար, ուսուցման արդյունավետությունը:

Ինչպես արդեն նշել ենք, ստոխաստիկայի առանձնահատկությունների մեկն էլ այն էր, որ նրանում առկա բազմաթիվ փորձարկումների և փաստարկների հետ մեկտեղ քիչ են բանաձևերի քանակը, բացակայում են խրթին հաշվարկները, ինչը լայն շրջանակ է բացում աշակերտների ստեղծագործական գործունեության համար: Իսկ աշակերտների

ստեղծագործական գործունեությունն անմիջապես զուգորդվում է գեղագիտական զգացողությունների հետ:

Այսպիսով՝ ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում ստեղծագործական տարրի ներառումը զգալիորեն մեծացնում է ուսուցման գործընթացի գեղագիտական գրավչությունը, որտեղ կարող են դրսևորվել մաթեմատիկական գեղեցիկի ինչպես օբյեկտիվ, այնպես էլ սուբյեկտիվ հատկանիշներ:

Ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացի կարևոր բաղադրիչներից մեկը ստոխաստիկական խնդիրն է, որը ունի նաև սովորողի գեղագիտական որակների ձևավորման և զարգացման լայն հնարավորություններ: Ստոխաստիկական խնդիրների գեղեցկության բնութագրման հայտանիշ կարելի է համարել դրանց և դրանց լուծման *ինքնատիպությունը, անսպասելիությունը, անկանխատեսելիությունը, կիրառելիությունը, օգտակարությունը, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարումը:*

Խնդրի բովանդակության մեջ ներառելով մաթեմատիկական գեղեցիկի արտահայտման տարբեր դրսևորումներ և խնդրի լուծման ընթացքը լցնելով գեղագիտական գրավչությամբ ապահովում ենք սովորողների մի շարք գեղագիտական որակների զարգացումը:

Ստոխաստիկական հասկացությունների ուսուցումը և խնդիրների լուծումը նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին քայլերի իրականացում ենթադրող գործընթացներ են: Միևնույն ժամանակ, այստեղ ենթադրվում է սովորողի առօրյա կենսագործունեության հետ անմիջական կապ ունեցող խոչընդոտների հաղթահարում, ինչը աշակերտին կարող է ոգևորել և ներքաշել ուսումնական գործընթացի մեջ: Արդյունքում՝ նույնիսկ առաջադրվող ամենապարզ խոչընդոտի հաջող հաղթահարումը աշակերտին կարող է մոտիվացնել և պարգևել բազմաբնույթ գեղագիտական զգացողություններ: Հետևապես, ստոխաստիկայի ուսուցումը պատշաճ ձևով կազմակերպելու դեպքում պետք է, որ այն ընթանա գեղագիտական որոշակի գրավչությամբ, ուղեկցվի գեղագիտական հույզերի, զգացմունքների դրսևորումներով:

Փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկական խնդիրների լուծման որոնումը սովորողների մոտ մեծ դժվարություններ է առաջացնում, մասնավորապես խնդիրների լուծման մոտեցումների ընտրության դեպքում: Բայց դրա հետ մեկտեղ, ստոխաստիկայում բազմաթիվ են հետաքրքրաշարժ և ինքնատիպ խնդիրները, որոնց հետաքրքիր ֆաբուլան, հասկանալու և լուծելու համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական բանաձևերի նվազագույն պահանջը սովորողներին ակտիվորեն ներգրավում են խնդրի լուծման գործընթացի մեջ և ծառայում են որպես ուսուցման մոտիվացիայի միջոց: Իհարկե, դրանք պահանջում են ինքնատիպ մոտեցում, ենթադրում են մտքի լարում և ճկունություն, մտածողության տրամաբանություն, վերլուծելու և որոշումներ կայացնելու կարողություններ, ինտելեկտի, նրա դրական հատկանիշների (հետաքրքրասիրություն, քննադատականություն, խորաթափանցություն և այլն) զարգացվածություն:

Ստոխաստիկական խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը մեծամասամբ

պայմանավորված է դրանց ուսուցման կազմակերպումից, որի ընթացքում դրսևորվում են մաթեմատիկական գեղեցիկի մի շարք հատկանիշներ: Այստեղ, առաջին հերթին, պետք է նկատի ունենալ, որ գեղագիտական տարրն առավելագույնս դրսևորվում է, երբ սովորողն ինքն է գտնում խնդրի լուծումը: Նշված հարցում մեծ դեր ունի իհարկե, ուսուցչի մոտեցումը: Ստոխաստիկայի յուրաքանչյուր թեմայի և այդ թեմայի հետ առնչվող խնդիրների ուսուցման գործընթացում ուսուցիչը համապատասխան հարցադրումների միջոցով, վարկածների առաջաջմամբ աշակերտներին հանգեցնելով հայտնագործության, խնդրի լուծման գտնելուն՝ կապահովի ուսուցման արդյունավետությունը: Հարկ է, որ ուսուցիչը նշի նաև խնդրի գեղագիտական գրավչության այնպիսի որակներ, որոնք տեսանելի չեն սովորողին՝ խնդրի անկանխատեսելիությունը, անսպասելիությունը և այլն [2, էջ 403]:

Ստոխաստիկական, ավելի քան մաթեմատիկայի այլ բաժին, լայն հնարավորություններ է ստեղծում որոնելու, գտնելու, հայտնագործելու, ինտելեկտի, նրա դրական հատկանիշների (հետաքրքրասիրություն, քննադատականություն, խորաթափանցություն և այլն) ձևավորման և զարգացման համար: Եվ, ուրեմն, ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացը պետք է հագեցած լինի ինտելեկտուալ որոնման, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտների հաղթահարման, գտնելու, հայտնագործելու գործողություններով, որոնք մաթեմատիկական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշներ են:

Ինչ վերաբերում է հայտնագործություններին, ապա նկատենք, որ փորձառու ուսուցիչը կարող է արդեն հայտնի փաստերի ուսուցումն այնպես կազմակերպել, որ դրանք «հայտնագործվեն» աշակերտների կողմից՝ նկատի ունենալով դրանց անսպասելիությունը: Ընդ որում, հայտնագործումը հնարավոր է իրագործել ինչպես էվրիստիկական, այնպես էլ էմպիրիկ ճանապարհով՝ տարբեր փորձերի, վիճակագրական հետազոտությունների ընթացքում [2]:

Ստոխաստիկական նյութը օրինաչափությունների և կապերի անսպասելիության և անկանխատեսելիության դրսևորման լայն հնարավորություններ ունի, դրսևորվում է հայտնագործության պահը: Իսկապես, ստոխաստիկական երբեմն առաջ է քաշում փաստեր, որոնց առաջին հայացքից դժվար է հավատալ, բայց այնուամենայնիվ դրանք հաստատված են գիտության կողմից: Այս համապատասխան գեղագիտական հատկանիշների ներգրավումը ուսումնական գործընթացին գեղագիտական գրավչություն են հաղորդում:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման տեսակետից ուշագրավ են պարադոքսները, որոնք անսպասելիության և անկանխատեսելիության լավագույն օրինակներ են. դրանց պայմաններից եզրակացության ստացումը զարմացնում է և գեղագիտական մեծ հաճույք է պատճառում, մեկնաբանման գործընթացը լրացուցիչ հուզական լիցք է հաղորդում աշխատանքին:

Անկանխատեսելիությունը հանդես է գալիս, երբ մարդն ի գորու չէ կռահելու խնդրի եզրակացությունը, իսկ անսպասելիությունը՝ երբ խնդրի պայմանները չեն թելադրում նրա եզրակացությունը: Նման դեպքերում դժվար է լինում հավատալ խնդրում

առաջադրված պահանջի ճշմարտացիությանը [2, էջ 397-398]:

Որպես անսպասելիության գեղագիտական հատկանիշի դրսևորման օրինակ դիտարկենք աշակերտների համար անսպասելի և հետաքրքիր «տարեդարձի պարադոքսը»:

Եթե խմբում կա 23 (կամ ավել շատ թվով) մարդ, ապա հավանականությունը, որ նրանցից առնվազն երկու հոգի ծնվել են նույն ամսի նույն օրը գերազանցում է 50%-ը:

Նման պնդումը պարադոքս է համարվում միայն այն պատճառով, որ հակասում է մարդկանց ինտուիտիվ ընկալմանը: Պարադոքսի ձևակերպման մեջ խոսքը գնում է խմբի ինչ-որ երկու անդամների ծննդյան օրերի համընկնման մասին: Մոլորություններից մեկն այն է, որ խմբից ընտրում են մեկ մարդ և գնահատում են հավանականությունն այն բանի, որ խմբի ինչ-որ այլ անդամների ծննդյան օրերը համընկնում են ընտրված մարդու ծննդյան օրվա հետ: Տվյալ դեպքում համընկնման հավանականությունը նշանակալիորեն փոքր է: Իրականում 23 մարդկանցից բաղկացած խմբում երկու մարդու ծննդյան օրերի համընկնման հավանականությունը մեծանում է, քանի որ դիտարկվում է խմբի ցանկացած երկու մարդու ծննդյան օրերի համընկնման հավանականությունը: Այդ հավանականությունը որոշվում է մարդկանց զույգերի քանակով, որոնք հնարավոր է կազմել 23 մարդկանցից: Քանի որ զույգերում մարդկանց կարգը նշանակություն չունի, ապա նման զույգերի ընդհանուր թիվը հավասար է $C_{23}^2 = 253$:

Հաշվենք հավանականությունը, որ ո թվով մարդկանցից կազմված խմբում առնվազն երկուսի ծննդյան օրերը համընկնում են:

Դիցուք ծննդյան օրերը բաշխված են հավասարաչափ, այսինքն ընդունենք, որ տարին ունի 365 օր (նահանջ տարի չկա), խմբում չկան երկվորյակներ, ծնելիությունը կախված չէ շաբաթվա օրերից կամ այլ գործոններից (ոչ հավասարաչափ բաշխումը միայն մեծացնում է ծննդյան օրերի համընկնման հավանականությունը): Նախ հաշվենք հավանականությունը, որ խմբի բոլոր անդամների ծննդյան օրերը տարբեր են. երբ $n > 365$, ապա Դիրիխլեի սկզբունքի համաձայն այդ հավանականությունը հավասար է զրոյի, երբ $n \leq 365$, ապա կվարվենք հետևյալ կերպ. պատահականորեն խմբից ընտրենք մեկին և հիշենք նրա ծննդյան օրը: Այնուհետև պատահականորեն ընտրենք երկրորդին և հավանականությունը այն բանի, որ նրա ծննդյան օրը չի համընկնի առաջինի ծննդյան օրվա հետ կլինի՝ $1 - \frac{1}{365} = \frac{364}{365}$: Պատահականորեն ընտրված երրորդ մարդու համար այդ հավանականությունը կլինի՝ $1 - \frac{2}{365} = \frac{363}{365}$: Համանման ձևով (n-1)-րդ մարդու համար այդ հավանականությունը կլինի՝ $1 - \frac{n-1}{365}$:

Բազմապատկելով այս բոլոր հավանականությունները՝ կստանաք հավանականությունն այն բանի, որ խմբի բոլոր n մարդկանց ծննդյան օրերը տարբեր են՝

$$\left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{2}{365}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{365}\right) = \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365-n+1)}{365^n} = \frac{365!}{365^n (365-n)!}.$$

Այդ դեպքում հավանականությունը, որ խմբի առնվազն երկու անդամի տարեդարձերը համընկնում են կլինի՝

$$P = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - n + 1)}{365^n};$$

Երբ $n = 23$, ապա համընկնման հավանականությունը լինում է 50,7 %:

Բերված թվերն այնքան անսպասելի են, որ դրա փորձական ստուգումը կարող է հիանալի զբաղմունք լինել աշակերտների համար:

Այստեղ գեղագիտական տարրն արտահայտում է պնդման կիրառության անսպասելիությունը:

Փորձը ցույց է տալիս, որ այս տեսակ հանձնարարությունները հետաքրքրում են նաև ցածր առաջադիմությամբ սովորողներին, քանի որ այստեղ նրանք կարողանում են ասվածը ստուգել փորձի միջոցով: Այսպիսի աշխատանքների միջոցով աշակերտներն առավելագույնս ներգրավվում են ուսուցման գործընթացում [1]:

Պարադոքսները նաև պատմություններ են իրենց ժամանակի նշանավոր մարդկանց և իրադարձությունների մասին, որոնց իմացությունը գիտական գեղեցիկի լրացուցիչ երանգներ է հաղորդում խնդրին: Նկատենք նաև, որ վերջիններիս դիտարկումն ընդլայնում է սովորողների մտահորիզոնը, նպաստում են նրանց ինտուիցիայի զարգացմանը: Դրանք հետաքրքիր և կրթող են:

Այսպիսով, հավանականային մոտեցումը մաթեմատիկայի գեղագիտական էությունն արտահայտող կարևորագույն ճանապարհներից մեկն է, և դրա լիարժեք դրսևորման գործում անգնահատելի է ստոխաստիկայի տարրերի դերը: Սովորողներին ներգրավելով ստոխաստիկական իրավիճակների ու գործընթացների ակտիվ ուսումնասիրության ու հետազոտության մեջ (նման ուսումնասիրության առարկան շատ ծավալուն է), նրանց համար բացահայտելով նյութի գեղագիտական մեծ ներուժը՝ ապահովում ենք նրանց մոտիվացիայի հարցը ոչ միայն ստոխաստիկայի բաղադրիչի ուսուցման, այլև՝ մաթեմատիկայի այլ բաժինների այլ հասկացությունների նկատմամբ, և, հետևաբար, ուսուցման արդյունավետությունը [1]:

Աշակերտների և ապագա ուսուցիչների հետ աշխատելու մեր փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկայի դասընթացի և հատկապես գործնական պարապմունքների կազմակերպման գործընթացը շատ ավելի արդյունավետ է լինում, երբ մենք փորձում ենք բացահայտել ուսուցանվող նյութի կամ խնդիրների գեղագիտական կողմը [1]:

Ավելացնենք նաև, որ աշխարհի ճանաչումը չի կարող խստորեն իրագործվել առանց հավանականային հիմնավորվածության: Հետևաբար, մաթեմատիկայի դասընթացի ստոխաստիկական բաղադրիչն առանցքային նշանակություն ունի մաթեմատիկական կրթության կազմակերպման համար: Եվ դա, իր հերթին, օգնում է սովորողների մոտ հետաքրքրություն առաջացնել գիտելիքի ձեռքբերման նկատմամբ, զարգացնել նրանց ճանաչողական ունակությունները, ստեղծագործական հմտությունները:

Այսպիսով՝ հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության վերոնշյալ առանձնահատկություններն առաջադրում են հանրակրթական դպրոցներում ստոխաստիկայի տարրերի բովանդակությունը, մեթոդաբանությունը և դասավանդման մեթոդները ընտրելիս նորովի և առանձնահատուկ մոտեցումներ,

միաժամանակ, թելադրում են, որ աշակերտների գործունեությունը պետք է չսահմանափակվի միայն պատրաստի հավանականային մոդելների ուսուցմամբ: Հավանականային-վիճակագրական մեթոդներն ու հասկացություններն աշակերտների կողմից ճիշտ և գիտակցված կրնկալվեն, եթե դրանք ներկայացվեն ոչ թե որպես պատրաստի արդյունք, այլ որպես ձևավորման գործընթաց (սովորողը պետք է մասնակցի գիտելիքների բացահայտման գործընթացին): Հավանականային մոդելների կառուցման և մեկնաբանման գործընթացը պետք է դիտվի որպես աշակերտների գործունեության առաջատար ձև: Ուսուցիչը կոչված է ուղղորդելու նման գործունեությանը: Ուսուցման գործընթացում խաղային, իրական բովանդակությամբ, ինչպես նաև միջառարկայական և ներառարկայական կապեր իրականացնող գործնական ու կիրառական նշանակություն ունեցող խնդիրների և օրինակների դիտարկումը թույլ կտա մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը դարձնել հետաքրքիր և բովանդակալից: Անհրաժեշտ է ստոխաստիկական դիտել ոչ միայն որպես հասկացությունների, փաստերի և պնդումների համակարգ, այլ որպես, իրենց փոխկապակցվածության համատեքստում, հավանականային և վիճակագրական մտահանգումներ ընդգրկող առանձնահատուկ մեթոդաբանություն:

Գրականության ցանկ

1. *Մինասյան Ս.Բ. (2020),* Հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության տարրերի դասավանդման առանձնահատկությունները հանրակրթական դպրոցում, Թեկնածուական ատենախոսություն, Երևան, 191 էջ:
2. *Միքայելյան Հ.Ս. (2015),* Գեղեցիկը, մաթեմատիկական և կրթությունը, մաս II, Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Եր., Էդիտ Պրինտ, 2015 թ., 440 էջ:
3. *Бунимович Е.А. (2002),* Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики/ Математика в школе, 2002. №4. С. 52- 58.
4. *Вентцель Е.С. (1969).* Теория вероятностей. Изд. 4-е, стереотипное. М.: Наука, 1969. 577 с.
5. *Гнеденко Б.В. (1999)* Статистическое мышление и школьное математическое образование// Математика в школе. 1999. №6. С. 2-6.
6. *Гольдфайн И.И. (2009).*_ Статистические законы и понятия в современной школьной программе. // Математика в школе. 2009. № 7. С. 59-64.

7. *Дворяткина С.Н. (2010).*_ Вероятностное мышление и его роль в учебной деятельности студентов //Вестник Российского университета дружбы народов. 2010. №3. С. 16-21.
8. *Селютин В.Д. (2002).*_ Научные основы методической готовности учителя к обучению школьников стохастике. Монография. Орёл: ОГУ, 2002. 200 с.
9. *Теплов Б.М. (1985).*_ Избранные труды. Т. 1. М.: Педагогика, 1985. 328 с.
10. *Фирсов В.В. (1974).*_ Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине: дис. ... канд. пед. наук. М., 1974. 161с.
11. *Фройденталь Г. (1983).*_ Математика как педагогическая задача: книга для учителя/ Под общ. ред. П. Я. Виленкина. М.: Просвещение, 1983. Ч.2. 192 с.
12. *Щербатых С.В. (2013).*_ Актуализация проблемы формирования стохастического мышления у старшеклассников//Вестник Брянского государственного университета. Брянск: РИО БГУ, 2013. №1. С. 148-150.
13. *Ben-Zvi D. & Garfield J. (2011).*_ The Meaning of Statistical Thinking and Learning [in Korean]. Seoul, Korea: Kyung Moon Publishers. (Translation of the book The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking to Korean). 2011. 494 p.
14. *Biehler R.& Meletiou-Mavrotheris M. (2007).*_ Developing Stochastic Thinking – A Working Group Report of CERME-5. 2007. pp. 686-692.
15. *Agazzi E. (1988).*_ Probability in the Sciences. Dordrecht. 1988. P. VII.

**ԴԻՏԱՐԿՈՒՄՆԵՐ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՅՈՒՄ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԻ
ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ**

Մինասյան Անժելա Իսրայելի

Ամփոփում: Աշխատանքը նվիրված է դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացում ընդգրկված ստոխաստիկական նյութի բովանդակության առանձնահատկություններին: Այդ առանձնահատկություններից առաջին հերթին դիտարկվում են հավանականությունների տեսությանը և մաթեմատիկական վիճակագրությանը նվիրված նյութերի բացառիկ ու եզակի հնարավորությունները սովորողների հավանականային մտածողության ձևավորման ու զարգացման գործում: Դիտարկվող հաջորդ

առանձնահատկությունը ստոխաստիկայի կիրառական միջավայրն է. դրա ընդարձակությունը, ինչը հիմք է ստեղծում նաև հանրակրթության շրջանակներում միջառարկայական լայն կապեր հաստատել ինչպես բնագիտական, այնպես էլ հումանիտար առարկաների հետ: Հավանականությունների տեսության ու մաթեմատիկական վիճակագրության բովանդակության կարևոր տարր են հանդիսանում փորձարարական հետազոտությունները, ինչը նույնպես դիտվում է որպես կարևոր առանձնահատկություն, վիճակագրական մտահանգումների հաստատման կարևոր դասական մաթեմատիկայում ընդունված ճանապարհից տարբեր, ճանապարհ: Ստոխաստիկայի կարևորագույն առանձնահատկություններից մեկն էլ նյութի գեղագիտական յուրօրինակ գրավչությունն է, գիտական գեղեցիկի հայտանիշների հետ դրանց կապը, հավանականային երևույթների անսպասելիությունը, մաթեմատիկական բանաձևերի սակավությունը և այլն:

Ցույց է տրվում, որ ստոխաստիկական նյութի առանձնահատկություններից յուրաքանչյուրի համար առկա է յուրովի մոտեցում. դրանց նկատմամբ սովորողների հետաքրքրությունների ակտիվացման, ուսուցման արդյունավետության բարձրացման և կրթական այլ խնդիրների արդյունավետ լուծման հարցերում:

Բանալի բաներ: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթաց, ստոխաստիկա, բովանդակություն, առանձնահատկություններ, հետաքրքրություն, արդյունավետություն, հավանականային մտածողություն, գեղագիտական գրավչություն:

OBSERVATIONS ABOUT THE CONTENT FEATURES OF STOCHASTIC MATERIAL IN A MATHEMATICS COURSE

Minasyan Anzhela Israyel

Summary. The work is devoted to the peculiarities of the content of stochastic material included in the school course of mathematics. Among these features, the exceptional and unique potential of materials on probability theory and mathematical statistics in shaping and developing students' probabilistic thinking is first and foremost considered. The next feature to be taken into account is the applied orientation of stochastics: its extensiveness, which creates the basis for establishing broad interdisciplinary links with both natural science and humanities subjects within the framework of general education. An important element of the content of probability theory and mathematical statistics is experimental research, which is also seen as an important feature, an important way of confirming statistical representations, different from the way adopted in classical mathematics. One of the most important features of stochasticity is the unique aesthetic appeal of the material, its association with signs of scientific beauty, the unexpectedness of probabilistic phenomena, the paucity of mathematical formulas, and so on.

It is shown that there is a unique approach for each feature of stochastic material: in terms of activating students' interest in them, increasing learning efficiency and effectively solving other educational tasks.

Key words. The process of teaching mathematics, Key words. Mathematics learning process, stochastic, content, features, interest, effectiveness, probabilistic thinking, aesthetic appeal.

НАБЛЮДЕНИЯ О СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЯХ СТОХАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Минасян Анжела Израеловна

Резюме. Работа посвящена особенностям содержания стохастического материала, входящего в школьный курс математики. Среди этих особенностей прежде всего рассматриваются исключительные и уникальные возможности материалов, посвященных теории вероятностей и математической статистике, в формировании и развитии вероятностного мышления учащихся. Следующая особенность, которую следует учитывать, —прикладная направленность стохастики: ее обширность, что создает основу для установления широких межпредметных связей как с естественнонаучными, так и с гуманитарными предметами в рамках общего образования. Важным элементом содержания теории вероятностей и математической статистики являются экспериментальные исследования, которое также рассматривается как важная особенность, важный способ подтверждения статистических представлений, отличающийся от способа, принятого в классической математике. Одной из важнейших особенностей стохастики является уникальная эстетическая привлекательность материала, его связь с признаками научной красоты, неожиданность вероятностных явлений, скудость математических формул и т. д.

Показано, что для каждой особенности стохастического материала существует уникальный подход: с точки зрения активизации интереса учащихся к ним, повышения эффективности обучения и эффективного решения других образовательных задач.

Ключевые слова. Процесс обучения математике, стохастика, содержание, особенности, интерес, эффективность, вероятностное мышление, эстетическая привлекательность.

**СОЧЕТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ
КОНТЕКСТОВ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
ОСНОВА ПРЕОДОЛЕНИЯ ФОРМАЛИЗМА В ИХ ИЗУЧЕНИИ**

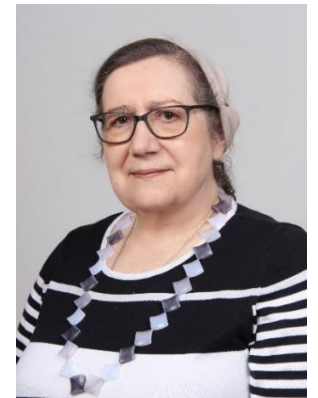
Миналто Вадим Сергеевич¹, Кузнецова Елена Павловна²

^{1,2}БГПУ, Минск, Беларусь

²ORCID 0000-0003-2295-3067



Миналто В.С., магистрант



Кузнецова Е.П., к. п. н., доцент

Комплексные числа длительное время присутствовали в гимназическом образовании Российской империи, а затем – в программах общеобразовательных школ СССР; они до сих пор присутствуют в современном школьном математическом образовании некоторых стран постсоветского пространства. Качество изложения этого материала в учебниках и учебных

пособиях, как и качество усвоения сведений о комплексных числах учащимися, практически всегда подвергались критике из-за обвинений в формализме. Рассмотрим подробнее историю этой проблемы и поиск путей её решения, в частности, при разработке содержания факультативных занятий для школ Республики Беларусь.

Во второй половине XX века в ходе реформы школьного математического образования Советского Союза, возглавляемой А. Н. Колмогоровым (1903–1987), материал о комплексных числах (из-за формального стиля его изложения) был перенесен из общеобразовательной учебной программы в программы факультативных курсов. Авторы новой программы 1967 года по математике для школ СССР пояснили свою позицию: «Сохранение темы «Комплексные числа» в том сокращенном объеме, в котором она представлена в программе (без геометрической интерпретации умножения, формулы Муавра и применения её к извлечению корней), мало целесообразно» [10, с. 7].

О формализме¹ изложения материала о комплексных числах в школьном курсе алгебры и, соответственно, поверхностном характере усвоения его обучающимися задолго (более 13 лет) до «колмогоровской реформы» математического образования писал, в частности, В. М. Брадис (1890–1975):

«В мнимых числах они видят только математические символы, лишённые реального содержания» [5, с. 273]. Формальная подача информации порождала непонимание учащимися сути особенностей комплексного числа, делала невозможным осознанное восприятие ими глубоких математических идей, связанных с множеством комплексных чисел, и мешала формированию научного мировоззрения школьников.

В 90-ые годы XX века после развала Советского Союза тему «Комплексные числа» вернули в школьные программы по математике стран постсоветского пространства, но далеко не всех. В Республике Беларусь в те годы тема «Комплексные числа» входила в учебные программы для XI классов с углублённым уровнем изучения математики. Содержание этой темы из учебного пособия [2] К. О. Ананченко и Г. Н. Петровского позже было перенесено в экспериментальное учебное пособие [3] того же коллектива авторов для XII класса с углублённым уровнем изучения математики.

Эксперимент Национального института образования Республики Беларусь (НИО РБ) по апробации учебных пособий для школ с 12-летним сроком обучения длился с 1998 года по 2007 год. После выступления в 2008 году академика А. Н. Рубинова (на совещании по проекту декрета «Об отдельных вопросах общего среднего образования») было принято решение по возврату в школы Беларуси 11-летнего срока обучения. При этом был утверждён отказ от профильных классов и от классов с углублённым уровнем изучения отдельных предметов, но сохранены факультативные занятия по предметам. Выбор тематики факультативов до сих пор отчасти определяется вкусами учителей, но существенно ограничивается программами и материалами, предлагаемыми на сайте НИО РБ по рекомендациям Министерства образования (МО). С 2015 года в школы Беларуси официально вернулись профильные классы. Однако в современных учебных программах по

¹ Традиционное понимание понятия «формализм» связано с происхождением логики Аристотеля (384–322 гг. до н. э.) и работами И. Канта (1724–1804), который назвал такой вид логики «формальной». Тем самым он подчеркнул её ведущую особенность, поскольку логика Аристотеля «занимается анализом структуры высказываний и доказательств, обращая основное внимание на форму в отвлечении от содержания» [19, стр. 937].

математике тема «Комплексные числа» не появилась ни для базового уровня обучения в общеобразовательной школе, ни для повышенного – в профильных классах; нет такой темы и среди программ факультативных занятий, рекомендуемых НИО МО РБ.

В некоторых других странах постсоветского пространства (Азербайджан, Армения, Молдова, Россия, Туркменистан, Узбекистан) также произошел переход от включения темы «Комплексные числа» в общеобразовательную программу по математике (период советской школы) к адресации ее содержания только учащимся классов с повышенным или углублённым уровнем изучения предмета. Это объясняется признанием психолого-педагогических трудностей восприятия учащимися абстрактных понятий, связанных с комплексными числами, что и проявляется в формализме их усвоения многими обучающимися. Советские ученые-методисты, например, Г. В. Дорофеев [7], И. С. Соминский и Д. К. Фадеев [18], А. Я. Хинчин [20] обоснованно полагали, что осознанное овладение содержанием темы «Комплексные числа» доступно только учащимся с развитым мышлением и с достаточно высоким уровнем способности к абстрагированию. Эти ученые поддерживали мотивацию введения комплексных чисел в алгебраическом контексте через разъяснение проблемы разрешимости уравнения вида $x^2 + 1 = 0$, ссылаясь на возрастные особенности старшеклассников. Однако В. Н. Гордеенко, делаясь опытом изучения темы «Комплексные числа и многочлены» на факультативных занятиях, пишет о том, что при обсуждении проблем, возникающих с решением такого уравнения «ученики не чувствуют необходимости во введении комплексных чисел. Отсутствие корней в уравнении $x^2 + 1 = 0$ воспринимается учениками так же, как и отсутствие корня у уравнения $x + 3 = x + 4$ » [6, с. 34].

Проблема преодоления формализма при изложении содержания темы «Комплексные числа» является достаточно сложной и нерешенной до сих пор. Так П. Ю. Германович полагает, что «полностью преодолеть формальный характер изложения комплексных чисел в школе невозможно, так как связь новых чисел с конкретной действительностью не может быть вскрыта перед учащимися с той же простотой и убедительностью, как это было сделано на предшествующих этапах расширения понятия числа. Но всё же существенно ослабить чрезмерный формализм, присущий традиционному изучению комплексных чисел в школе, вполне возможно» [14, с. 42].

Несомненно, результативность и смысл присутствия темы «Комплексные числа» в учебных программах школьного курса математики или в программах факультативных занятий неразрывно связаны с поиском методических путей для преодоления формализма при обучении этому материалу (в частности, при его изложении) и создания условий для осознанного усвоения содержания темы современными школьниками.

Под формализмом в обучении будем понимать механическое заучивание учащимися материала темы, то есть усвоение лишь формы нового знания **без понимания его содержания**. Запоминание терминов, символов, формул, схем, графических изображений и других форм, в которых математические знания передаются обучающимся, при отсутствии проникновения в их суть, не может стать основой научного мировоззрения молодых людей и не способствует развитию их продуктивного мышления. В качестве основных причин формализма в обучении М. Н. Скаткин (1900–1991) называет: ● абстрактность изложения учебного материала вне связи с жизнью и практикой; ● недостаточную степень реализации дидактических принципов наглядности, сознательности и активности обучающихся [17].

В современной школе **предупреждение и преодоление формализма** в отдельных традиционных темах курса математики достигаются научно обоснованными методиками и продуманной системой дидактических подходов и приёмов, сложившихся в длительной практике обучения. Но в ряде довольно абстрактных тем, к которым относятся и «Комплексные числа», такие методики в теории и практике обучения школьников ещё не сложились.

При поиске теоретической основы реализации неформального обучения программному материалу проблемных тем по математике и для разработки критериев оценки эффективности методики обучения и дидактических средств по качеству его усвоения целесообразно использовать международный опыт тестирования школьников. Так, например, в аналитическом обосновании Международной программы по оценке образовательных достижений учащихся, известной по аббревиатуре PISA (*англ.* Programme for International Student Assessment), указано, что в оценке образовательных достижений конкретного учащегося по результатам изучения им курса школьной математики проверяется «способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах» [1, с. 65]. Соответственно, полагаем актуальным создание и применение специальных контекстов для понятия комплексного числа. При формировании и рассмотрении контекстов будем следовать определению, данному О. Н. Карневич: «Контекст объекта исследования – это среда, включающая этот объект и способствующая выявлению его свойств и отношений с другими объектами» [9, с. 79].

В современной дидактике обучение трактуется как взаимодействие того, кто учит, и того, кто учится. Использование в обучении деятельностного подхода предполагает направленность всех педагогических мер на организацию интенсивной, постоянно усложняющейся деятельности учащихся [8]. При её планировании учителю необходимо искать продуктивные подходы и средства обучения, в том числе разрабатывать дидактический материал, который будет способствовать неформальному усвоению сути новых объектов. Поэтому при изучении нового математического понятия, в частности комплексного числа, для лучшего понимания его природы учитель может и должен создавать соответствующую дидактическую среду для организации такой деятельности, например, в виде подготовительных предметных контекстов – алгебраического и/или геометрического содержания. Актуализируя связи комплексного числа (нового математического объекта) с известными учащимся понятиями алгебры и геометрии, можно сформировать полезное для его введения понятийное окружение. Активно действуя со старыми объектами в знакомой учебной среде, школьники смогут осознанно (неформально) воспринять и содержание нового объекта.

В статье [15] было обосновано, что одним из условий преодоления формализма при обучении новому понятию комплексного числа является возможность рассматривать наибольшее количество его связей с ранее изученными понятиями как внутри предмета, так и за его пределами. В этом направлении для неформального изложения материала темы «Комплексные числа» перспективно сочетание в нем многообразных контекстов алгебры и геометрии.

Какие же контексты нового понятия комплексного числа помогут учащимся неформально усваивать различные аспекты темы «Комплексные числа», свойства множества $\mathbb{C}$ всех комплексных чисел, алгебраическую форму записи комплексного числа и его геометрическую интерпретацию? В этой статье из множества алгебраических контекстов комплексного числа выделим тот, который связан с рассмотрением свойств числовых

множеств, а из возможных геометрических контекстов – связанные с формированием понятия комплексной плоскости. Перед использованием этих контекстов учителю необходимо дать определение числа i , то есть привести историческую справку об обозначении числового выражения $\sqrt{-1}$ символом i , который называется мнимой единицей, причём $i^2 = -1$.

В 1545 г. итальянским математиком Дж. Кардано (1501–1576) при решении одной из задач были получены новые числа вида $a + \sqrt{-b}$ ($b > 0$). Он посчитал их бесполезными и старался не употреблять в своих работах, полагая, что они не выражают результат измерения реального объекта. Споры о пользе «воображаемых» чисел, их трактовках и подходящей терминологии велись математиками разных стран на протяжении почти трех столетий.

Принятое и сейчас обозначение мнимой единицы в 1777 году предложил использовать швейцарский, немецкий и российский математик Л. Эйлер (1707–1783), взявший для этого первую букву латинского слова «*imaginarius*» – мнимый. Он опирался на введённый в 1637 году французским учёным Р. Декартом (1596–1650) термин «мнимые числа», которым называли выражения вида $a + b\sqrt{-1}$, где a, b – действительные числа. Немецкий математик К. Ф. Гаусс (1777–1855) в своих работах не разделял идею введения этого названия, как и всех предшествующих ему со времен Дж. Кардано терминов – «невозможные», «софистические», «воображаемые» числа (величины, количества). С психологических позиций К. Ф. Гаусс считал, что смыслы этих названий создают впечатление отсутствия таких чисел и приводят к мысли, что несуществующими числами нет смысла оперировать. Он полагал, что было бы более удачным, если бы числа 1, -1 и $\sqrt{-1}$ назывались «прямой», «обратной» и «побочной» единицами, тогда никакой мистики вокруг таких чисел не было бы. Фактически та же мысль о новых числах (задолго до К. Ф. Гаусса) звучит в словах другого немецкого математика Г. Лейбница (1646–1716): «Хотя их и называют мнимыми, но от этого они не перестают быть полезными и даже необходимыми для аналитического выражения реальных величин» [4, с. 3].

Современное название «комплексное число» (от латинского слова «*complexus*» – связь, сочетание) К. Ф. Гаусс ввёл в 1831 года в связи с созданием геометрической интерпретации необычных чисел. Новым термином он согласовал этимологический² смысл понятия мнимого числа с его природой, что в дальнейшем позволило избежать терминологических разногласий среди математиков.

Учитель может (после определения числа i и ознакомления с записью комплексного числа в виде $a + bi$) мотивировать рассмотрение контекстов нового понятия комплексного числа, используя приём «дидактический конфликт». Для этого можно «разбить аудиторию на разные группы по результатам ответа на один и тот же вопрос (проблему) с учётом возникающего в ходе обсуждения плюрализма мнений, то есть множества мнений. Естественно, учитель не должен сначала каким-либо образом выделять правильный ответ, он должен уметь держать интригу» [12, с. 77]. Продемонстрируем конкретное математического содержание для реализации этого приёма перед включением понятия комплексного числа в его алгебраические и геометрические контексты.

² «Этимологический» означает связанный с происхождением слова (термина) и установлением способа его образования от соответствующей производящей основы – какого-либо слова некоторого языка.

Учащимся сначала можно напомнить (сообщить) формулировки определения пифагоровой тройки чисел и теоремы, обратной теореме Пифагора, например, в следующем виде.

Определение. Пифагоровыми числами (пифагоровой тройкой) называется набор из трёх натуральных³ чисел x, y, z удовлетворяющих соотношению Пифагора: $x^2 + y^2 = z^2$.

Теорема (обратная теореме Пифагора). Если квадрат длины одной стороны треугольника равен сумме квадратов длин двух других его сторон, то этот треугольник прямоугольный.

Затем учащимся можно предложить ответить на следующие два вопроса, выбрав вариант ответа (а или б) на каждый из них. В случае выбора ответа б) попросить школьников дать объяснение своей позиции.

Вопрос 1. Верно ли, что тройку чисел $i, 2\sqrt{2}, 3$ можно назвать пифагоровой тройкой чисел?

Вопрос 2. Верно ли, что тройка чисел $i, 2\sqrt{2}, 3$ удовлетворяет условию теоремы, обратной теореме Пифагора?

Варианты ответа на вопросы 1 и 2:

а) да, так как $i^2 + 3^2 = (2\sqrt{2})^2$ – верное числовое равенство; б) нет.

Предлагаем читателям этой статьи также выбрать свой вариант ответа на оба эти вопроса и, при необходимости, дать пояснения.

Создание алгебраических контекстов понятия комплексного числа при рассмотрении свойств числовых множеств учитель может реализовать, если предварительно систематизирует материал о свойствах множеств натуральных, целых, рациональных и действительных чисел, акцентируя и вводя идею последовательного расширения числовых множеств. Затем полезно рассмотреть таблицу 1, где в готовом виде отмечено наличие или отсутствие свойств нового числового множества $\mathbb{C}$ в сравнении со свойствами множества $\mathbb{R}$, и обсудить с учащимися новые факты, поясняя их в рамках идеи последовательного расширения числовых множеств и модификации их свойств.

Таблица 1 – Свойства числовых множеств $\mathbb{R}, \mathbb{C}$

Название свойства числового множества	Наличие свойства для числового множества	
	Действительных чисел ($\mathbb{R}$)	Комплексных чисел ($\mathbb{C}$)
Упорядоченность	+	–
Дискретность	–	–
Плотность	+	–
Полнота (непрерывность)	+	+
Изображение числа в виде точки	+	+
Место размещения точки, соответствующей числу	Координатная прямая Ox	Координатная плоскость Oxy

По таблице 1 видно, что одно из отличий рассматриваемых множеств состоит в том, что множество $\mathbb{R}$ упорядочено, а множество $\mathbb{C}$ всех комплексных чисел не обладает свойством

³ Пифагоровы числа могут определяться и как тройки целых чисел (см., например, <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/5357>)

упорядоченности. Доказательство этого факта (от противного) возможно на примере сравнения пары чисел i и 0 .

Из определения числа i через равенство $i^2 = -1$ очевидно, что $i \neq 0$.

Если допустить, что $i > 0$, то будет верным и соотношение $i \cdot i > 0$, значит, верно утверждение $-1 > 0$. Получено противоречие с известным отношением элементов из множества действительных чисел ($-1 < 0$), следовательно, допущение неверно.

Если же принять $i < 0$, то также будет верным соотношение $i \cdot i > 0$, которое снова приводит к неверному числовому неравенству $-1 > 0$, то есть к противоречию с известным фактом и, соответственно, к отрицанию принятого допущения.

Итак, мы доказали, что мнимую единицу нельзя сравнивать с нулём, то есть число i не больше и не меньше числа 0 . Демонстрации конкретного примера нарушения свойства достаточно (метод контрпримера) для обоснования невыполнимости свойства в общем случае. Действительно, поскольку из-за допущения упорядоченности двух элементов i и 0 нового множества $\mathbb{C}$ следует нарушение известного числового неравенства между элементами множества $\mathbb{R}$, то можно утверждать отсутствие свойства упорядоченности для всех комплексных чисел, то есть для всех элементов множества $\mathbb{C}$.

Отсутствие таких свойств множества $\mathbb{C}$, как плотность и дискретность, аргументируется уже как следствие, поскольку их наличие невозможно без свойства упорядоченности. Именно с отсутствием упорядоченности множества $\mathbb{C}$ связан тот факт, что в математике не рассматриваются неравенства с комплексными переменными.

Вернёмся теперь к пояснению правильных ответов на вопросы 1 и 2, которые, конечно, оба отрицательные.

Легко пояснить ответ «нет» на вопрос 1, поскольку два числа из трёх заданных не являются элементами множества натуральных чисел, значит, по определению они не могут образовать пифагорову тройку.

Труднее обычно обосновать ответ «нет» на вопрос 2. Не все обращают внимание на то, что по формулировке теоремы заданные числа должны выражать длины отрезков (сторон треугольника), а значит, они могут быть положительными действительными числами, то есть быть больше нуля. Но уже было доказано существование между числами i и 0 единственного верного соотношения: $i \neq 0$.

При желании учитель может расширить таблицу 1, добавив в неё свойство замкнутости (незамкнутости) числовых множеств относительно результатов выполнения некоторой алгебраической операции. Подробные методические рекомендации по обсуждению этих (и других) свойств с учащимися на факультативных занятиях изложены в статье [15].

Создание геометрических контекстов понятия комплексного числа учитель также может начать реализовывать, рассматривая таблицу 1.

Учащимся перед формированием понятия комплексной плоскости, кроме определения мнимой единицы, следует сообщить сведения, необходимые для создания геометрических контекстов: 1) комплексное число принято обозначать строчной буквой z латинского алфавита; 2) конструктивное определение комплексного числа как суммы действительного числа и чисто мнимого числа. Таким образом, комплексное число имеет вид $z = a + bi$, где a – действительное число, bi – чисто мнимое число.

По информации, полученной из таблицы 1, у учащихся могут возникнуть вопросы, касающиеся наглядной интерпретации новых чисел в виде точек: «Почему для изображения

комплексных чисел точками необходима координатная плоскость?», «Почему для этого недостаточно точек одной координатной прямой?».

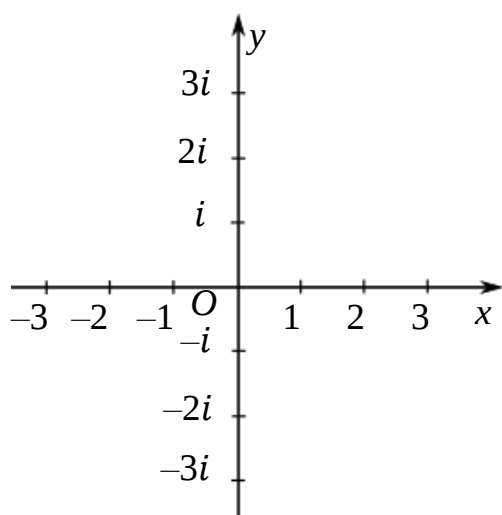


Рис. 1. Изображение комплексной плоскости

Учитель может пояснить по рисунку 1, что изображают комплексную плоскость так же, как и координатную плоскость Oxy с помощью пересекающихся координатных прямых Ox и Oy . Все комплексные числа нельзя изобразить точками одной координатной прямой Ox , ведь она уже занята точками, соответствующими изображению действительных чисел, которые являются частным случаем комплексных, то есть образуют подмножество множества комплексных чисел. В таблице 1 отмечено, что множество $\mathbb{R}$ обладает свойством полноты (непрерывности) и для, например, чисто мнимых чисел, образно говоря, на координатной прямой Ox уже нет мест (точек). Возникает необходимость ввести, кроме числовой оси для множества действительных чисел $\mathbb{R}$

(действительной оси), изображаемой координатной прямой Ox , еще одну числовую ось – для множества чисто мнимых чисел вида bi . Это множество изображают (рис. 1) точками координатной прямой Oy , которую называют мнимой осью или множеством всех чисто мнимых чисел (оно равномощно множеству $\mathbb{R}$). В совокупности две числовые оси – действительная и мнимая – определяют комплексную плоскость.

Через геометрическую интерпретацию множества всех комплексных чисел на изображении комплексной плоскости Oxy учащимся зрительно становится понятнее неупорядоченность множества $\mathbb{C}$, то есть отсутствие для комплексных чисел отношений «меньше», «больше» (которые для действительных чисел связаны с расположениями «левее» и «правее» точек координатной прямой Ox).

Однако учителю сразу необходимо пресечь возникающую у учащихся аналогию действительной оси с мнимой, изображаемых соответственно координатными осями Ox и Oy . Для точек мнимой координатной прямой Oy нельзя, например, сказать: «Так как точка мнимой оси, соответствующая числу $3i$, расположена на её изображении выше точки, соответствующей числу $2i$, то имеем неравенство $3i > 2i$ ». Полученное неравенство равносильно утверждению $3i - 2i > 0$, то есть $i > 0$. Последнее утверждение неверно, поскольку было обосновано, что мнимую единицу нельзя сравнивать с числом нуль. Её нельзя сравнивать и ни с каким другим числом, поскольку для элементов множества $\mathbb{C}$ не выполняется свойство упорядоченности⁴.

⁴ Однако, если воспринимать комплексные числа как просто записи, то их можно упорядочивать лексикографически (от греческих слов *lexikon* - словарь, и *grapho* - пишу), наподобие установления порядка в последовательности слов в словаре (по алфавиту). Такой лексикографический порядок используется, например, в программировании, когда требуется упорядочить массив комплексных чисел. При расположении комплексных чисел в некоторую последовательность, например, полагают, если $a < c$, то число $a + bi$ надо записывать до числа $c + di$. В случае, если $a = c$ и $b < d$, то число $a + bi$ также надо поставить перед числом $c + di$.

Опыт советских педагогов-практиков, а также исследования Ю. В. Котовой [11], Э. А. Лаудыни [12] и О. П. Шаровой [21] подтвердили, что обоснование введения понятия комплексного числа становится доступнее, когда учитель использует не только некоторый алгебраический контекст, например, сведения о разрешимости уравнений, но и различные геометрические представления учащихся. Рассмотрение геометрической интерпретации комплексного числа в общеобразовательной учебной программе по математике для советской школы долгое время не было предусмотрено, а в современных учебных пособиях её использование явно недостаточно. Представляется актуальным поиск и/или конструирование методических подходов к введению комплексных чисел именно в геометрических контекстах, как наглядных и дающих возможности формирования более полных представлений учащихся о множестве комплексных чисел.

Опишем суть двух этапов реализации в обучении одного из возможных геометрических подходов при мотивации введения понятия комплексного числа.

Этап 1 (подготовительный) подразумевает, что до введения понятия комплексного числа учащиеся должны:

- усвоить взаимно однозначное соответствие между множеством всех действительных чисел (числовой прямой, то есть элементами множества $\mathbb{R}$) и множеством всех точек некоторой координатной прямой (например, координатной прямой Ox , то есть всеми точками оси абсцисс);

- понимать, видеть и уметь интерпретировать любое действительное число t как алгебраический (арифметический, аналитический) эквивалент его геометрического образа – точки координатной прямой с координатой t , расстояние от которой до начала отсчёта точки O (0) равно $|t|$, и наоборот.

Этап 2 (мотивационный) подразумевает сначала использование знания учащихся о том, что геометрическому образу – каждой точке координатной плоскости – соответствует единственный алгебраический эквивалент – упорядоченная пара чисел, которая определяет положение точки, – и наоборот. То есть фиксируется взаимно однозначное соответствие между множеством алгебраических объектов в виде всех упорядоченных пар действительных чисел и множеством геометрических объектов в виде всех точек координатной плоскости Oxy .

Затем учитель подводит учащихся к ответу на вопрос: «Есть ли такой математический (но не геометрический) объект, с помощью которого можно было бы, не изображая точки и систему координат на плоскости, иметь возможность производить какие-то математические действия (операции) над точками?». В качестве ответа учителем предлагается алгебраическая форма записи комплексного числа. Из истории математики известно, что Л. Эйлер [16] сразу переходил от геометрического образа – точки с координатами $(a; b)$ – к комплексному числу, записанному в виде $z = a + bi$.

Как вариант еще одного геометрического контекста для рассмотрения действий над комплексными числами могут быть векторы. Интерпретация комплексного числа $z = a + bi$ как радиус-вектора с координатами $(a; b)$ дает возможность реализации внутрипредметных связей с действиями над векторами, а также многих межпредметных связей, например, с физикой и информатикой.

В диссертации Ю. В. Котовой [11] описан педагогический эксперимент по апробации методики изучения геометрических приложений комплексных чисел в классах с углублённым уровнем изучения математики. Результаты её экспериментальной работы подтвердили необходимость целенаправленного выявления геометрического смысла всех понятий в

процессе изучения комплексных чисел. Чтобы у учащихся к концу изучения соответствующей теории было сформировано умение переводить математические факты с геометрического языка на язык двух алгебраических форм записи комплексных чисел (с учётом тригонометрической) и обратно, требуется систематическое выполнение соответствующих упражнений. Иными словами, нужны задания, связанные с «переводом» фактов с одного математического языка на другой. Для реализации сочетания алгебраического и геометрического контекстов при формировании понятия комплексного числа в практических заданиях должны быть максимально использованы действия над комплексными числами в разных формах записи (алгебраической и тригонометрической), а также знания их трактовок на «геометрическом языке». В этом случае в ходе обучения перед учащимися будут раскрываться все сущностные характеристики понятия комплексного числа.

В 1799 году датско-норвежский математик К. Вессель (1745–1818) ввёл в связи с комплексным числом понятие направляющего отрезка (в современной терминологии – радиус-вектора), один конец которого точка O – начало системы координат, а другой – точка комплексной плоскости, соответствующая данному комплексному числу. Он же доказал, что умножение числа i на комплексное число поворачивает соответствующий ему направляющий отрезок на 90° против часовой стрелки вокруг начала координат [16].

Приведем рассуждение, поясняющее алгебраическую форму записи комплексного числа и основанное на трактовке действий над комплексными числами при переводе на «геометрический язык».

Результатом алгебраической операции умножения действительного числа b на мнимую единицу i является мнимое число bi ; на рисунке 2 этот факт геометрически интерпретирован как результат поворота на $+90^\circ$ вокруг точки O радиус-вектора $\vec{b}$ с началом в точке O .

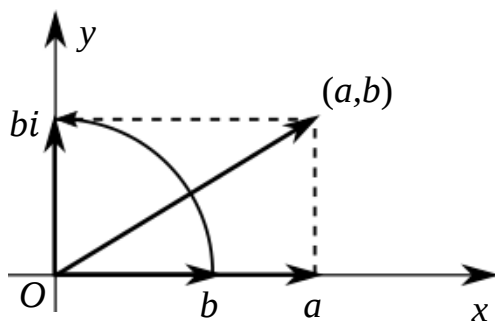


Рис. 2. Мнимое число bi на оси Oy как результат поворота; изображение комплексных чисел a , b , bi , $a + bi$ радиус-векторами комплексной плоскости Oxy

При сложении двух чисел (действительного и чисто мнимого), а именно a и bi , появляется алгебраическая форма записи комплексного числа $a + bi$, которая в геометрическом контексте (рис. 2) связана с диагональю прямоугольника или с суммой двух радиус-векторов на осях комплексной плоскости Oxy .

Итак, в статье указаны алгебраические контексты понятия комплексного числа (свойства числового множества $\mathbb{C}$, разрешимость уравнений, тригонометрическая форма записи комплексного числа), а также некоторые его геометрические контексты (понятие комплексной плоскости, точки комплексной плоскости, радиус-векторы, геометрические преобразования). Отмечено влияние использования этих контекстов на качество усвоения учащимися знаний о комплексных числах. Введение понятий темы «Комплексные числа» через различные контексты алгебры и геометрии при обеспечении их разнообразных сочетаний имеет большой методический потенциал для разработки дидактических материалов, которые позволят создать условия для неформального усвоения содержания темы учащимися. Реализация контекстного изучения комплексных чисел в школе требует разработки научно обоснованной системы практических заданий и её апробации в учебном процессе.

Список литературы

1. *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, PISA. – Paris: OECD Publishing, 2016. – 199 с.
2. *Ананченко К.О. (1997)*. Алгебра и начала анализа : учеб. пособие / К. О. Ананченко, Г. Н. Петровский. – Минск : Нар. асвета, 1997. – 375 с.
3. *Ананченко К.О. (2005)*. Алгебра и начала анализа : эксперим. учеб. / К. О. Ананченко, Г. Н. Петровский. – Минск : Нар. асвета, 2005. – 350 с.
4. *Балк М.Б. (1988)*. Реальные применения мнимых чисел / М. Б. Балк, Г. Д. Балк, А. А. Полухин. — К. : Радянська школа, 1988. — 255 с.
5. *Брадис В.М. (1954)*. Методика преподавания математики в средней школе : учеб. пособие / В. М. Брадис ; ред. А. И. Маркушевича. – 3-е изд. – М. : Учпедгиз, 1954. – 504 с.
6. *Гордиенко В.Н. (1981)*. Об изучении темы «Комплексные числа и многочлены» на факультативных занятиях / В. Н. Гордиенко // Математика в shk. – 1981. – № 6. – С. 34.
7. *Дорофеев Г.В. (1999)*. Математика для каждого / Г. В. Дорофеев ; предисл. Л. Д. Кудрявцева. – М. : Аякс, 1999. – 292 с.
8. *Загвязинский В.И. (2001)*. Теория обучения : Современная интерпретация: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. – М. : Издательский центр «Академия», 2001. – 192 с.
9. *Карневич О.Н. (2021)*. Значимость контекста как общенаучного понятия / О. Н. Карневич // Математическое образование – 9 : сб. материалов Междунар. конф., Ереван, 7–8 окт. 2021 г. / Арм. гос. пед. ун-т ; редкол.: Г. С. Микаелян (отв. ред.) [и др.]. – Ереван, 2021. – С. 77–80.
10. *Колмогоров А.Н. (1967)*. Проект программы средней школы по математике / А. Н. Колмогоров, А. И. Маркушевич, И. М. Яглом // Математика в shk. – 1967. – № 1. – С. 4–23.
11. *Котова Ю.В. (1996)*. Методические особенности изучения геометрических приложений комплексных чисел в классах с углубленным изучением математики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ю. В. Котова. – М., 1996; 186 л..
12. *Кузнецова Е.П. (2021)*. Приём «дидактический конфликт» и формирование математических понятий / Е. П. Кузнецова // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 25–26 нояб. 2021 г. / Белорус. гос. пед. ун-т; редкол.: А. Ф. Климович (отв. ред.) [и др.]. – Минск, 2021. – С. 77–80.

13. *Лаудыня Э.А. (1969).* Вопросы геометрии комплексных чисел в школе и подготовка учителя по этой теме : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.00 / Э. А. Лаудыня. – Ярославль, 1969. – 343 л.
14. Методика преподавания математики : пособие : в 2 ч. / С. Е. Ляпин [и др.]. – Л. : Учпедгиз, 1956. – Ч. 2. – 656 с.
15. *Миналто В.С. (2022).* Формирование научного мировоззрения и мотивации введения комплексных чисел при обобщении свойств числовых множеств на факультативных занятиях / В. С. Миналто, Е. П. Кузнецова // Матэматыка і фізіка. – 2022. – № 3. – С. 10–22.
16. *Синкевич Г.И. (2017).* История геометрических представлений комплексных чисел / Г. И. Синкевич // История науки и техники. – 2017. – № 4. – С. 15–30.
17. *Скаткин М.Н. (1945).* Формализм в знаниях учащихся и пути его преодоления / М. Н. Скаткин // Совет. педагогика. – 1945. – № 10. – С. 16–24.
18. *Фадеев Д.К. (1964).* Алгебра для самообразования / Д. К. Фадеев, И. С. Соминский. – 2-е изд. – М. : Наука, 1964. – 533 с.
19. *Философия: энциклопедический словарь (2004).* / под ред. А. А. Ивина. – М. : Гардакири, 2004. – 1072 с.
20. *Хинчин А.Я. (1963).* Педагогические статьи / А. Я. Хинчин ; под ред. Б. В. Гнеденко. – М. : Акад. пед. наук РСФСР, 1963. – 204 с.
21. *Шарова О.П. (1969).* Комплексные числа в курсе математики средней школы: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.00 / О. П. Шарова. – Ярославль, 1969. – 343 л.

**ԿՈՄՊԼԵՔՍ ԹՎԵՐԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԵՎ ԵՐԿՐԱԶՈՓԱԿԱՆ ՀԱՄԱՏԵՔՍՏԵՐԻ
ՀԱՄԱԿՑՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ՆՐԱՆՑ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՖՈՐՄԱԼԻԶՄԸ ՀԱՂԹԱՀԱՐԵԼՈՒ
ՏԵՍԱԿԱՆ ՀԻՄՔ**

Մինասյոռ Վաղին Սերգենի, Կուզնեցովա Ելենա Պավլովնա

Ամփոփում: Հոդվածում ներկայացված են մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում կոմպլեքս թվերի վերաբերյալ նյութերի դիտարկման փուլերը՝ սկսած ԽՄՀՄ հանրակրթական դպրոցների ուսումնական ծրագրից հանելուց (ներկայացման ֆորմալիզմի պատճառով) մինչև հետխորհրդային մի շարք երկրներում մաթեմատիկայի խորացված կամ բարդեցված մակարդակների ուսուցմանը վերադառնալը: Որպես «Կոմպլեքս թվեր» թեմայի ոճ ձևական ուսուցման տեսական հիմք առաջարկվում է դիդակտիկական նյութերում հանրահաշվի և երկրաչափության համակցումը: Նկարագրված են դրվագներ կոմպլեքս թվերի հանրահաշվական և երկրաչափական համակցումների վերաբերյալ սովորողների ուսումնական գործունեության կազմակերպման մեթոդիկայի դրվագներ, ինչը թույլ կտա նրանց տիրապետելու թվային նոր՝ Ց բազմության հատկությունների (կարգավորվածություն, դիսկրետություն, խտություն, լրիվություն) էությունը: Երկրաչափական մոտեցման էությունը բացահայտվում է երկրաչափական առարկաներից (կոորդինատային հարթության կետեր, շառավիղ վեկտորներ) անցում կատարելով կոմպլեքս թվերի հանրահաշվական ձևի գրառմանը: Այս հիման վրա բերվում են փաստարկներ կոմպլեքս թվերի գրառման հանրահաշվական և/կամ եռանկյունաչափական ձևերի տարբեր համակցությունների և

դրանց երկրաչափական մեկնաբանությունների օգտագործման նպատակահարմարության մասին՝ կոմպլեքս թվերի հետ գործողությունների վերաբերյալ նյութի ոչ ձևական ուսուցման համատեքստում:

Բանալի բաներ: Կոմպլեքս թվեր, ֆորմալիզմ, համակցում, թվային բազմության հատկություններ, կոմպլեքս հարթություն:

СОЧЕТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНТЕКСТОВ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ПРЕОДОЛЕНИЯ ФОРМАЛИЗМА В ИХ ИЗУЧЕНИИ

Миналто Вадим Сергеевич, Кузнецова Елена Павловна

Резюме. В статье показаны этапы рассмотрения материалов о комплексных числах в школьном курсе математики, начиная с их изъятия из общеобразовательной программы школ СССР (из-за формализма изложения) до возвращения в программы для повышенного или углублённого уровней изучения математики ряда стран постсоветского пространства. Предлагается в качестве теоретической основы неформального обучения теме «Комплексные числа» применение в дидактических материалах сочетания контекстов алгебры и геометрии. Описаны фрагменты методики организации учебной деятельности учащихся по использованию алгебраических и геометрических контекстов комплексных чисел для усвоения школьниками сути свойств (упорядоченности, дискретности, плотности, полноты) нового числового множества $\mathbb{C}$. Раскрыта суть геометрического подхода через переход от геометрических объектов (точек координатной плоскости, радиус-векторов) к введению алгебраической формы записи комплексного числа. На этой основе приведены аргументы целесообразности использования в задачах разных комбинаций алгебраической и/или тригонометрической форм записи комплексных чисел и их геометрических интерпретаций для неформального усвоения материала о действиях над комплексными числами.

Ключевые слова: комплексные числа, формализм, контекст, свойства числового множества, комплексная плоскость.

COMBINATION OF ALGEBRAIC AND GEOMETRIC CONTEXTS OF COMPLEX NUMBERS AS A THEORETICAL BASIS FOR OVERCOMING FORMALISM IN TEACHING

Minalto Vadim Sergeevich, Kuzniatsova Elena Pavlovna

Summary. The article shows the stages of consideration of materials on complex numbers in the school mathematics course, starting with their withdrawal from the general education curriculum of schools in the USSR (due to the formalism of presentation) before returning to programs for advanced or advanced levels of mathematics study in a number of post-Soviet countries. The use of a combination of algebra and geometry contexts in didactic materials is proposed as a theoretical basis for informal teaching on the topic "Complex Numbers". Fragments of the methodology of organizing students' educational activities on the use of algebraic and geometric contexts of complex numbers for students to assimilate the essence of the properties (orderliness, discreteness, density, completeness) of the new numerical set $\mathbb{C}$ are described. The essence of the geometric approach is

revealed through the transition from geometric objects (coordinate plane points, radius vectors) to the introduction of an algebraic form of writing a complex number. On this basis, arguments are given for the expediency of using different combinations of algebraic and/or trigonometric forms of writing complex numbers and their geometric interpretations in problems for informal assimilation of material about actions on complex numbers.

Key words: complex numbers, formalism, context, properties of a numerical set, complex plane.

**ԳԻՏԵՆԱԼՈՒ ԵՎ ՀԱՄԱՆԱԼՈՒ ԻՄԱՑԱԿԱՆ
ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ
ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ**

Արզարյան Մամիկոն Արմենակի

Արագածոտնի մարզի

Նոր Ամանոսի միջնակարգ դպրոց

Գետափի հիմնական դպրոց



Մամիկոն Արզարյան
Մաթեմատիկայի ուսուցիչ

Հարցադրումը

Թեև իմացության մակարդակների տարանջատման խնդիրը դիտարկվել և լուծվել է դեռևս անցյալ դարի կեսերին, սակայն մեր հանրակրթության բնագավառում գերիշխում է այդ մակարդակներից մեկի՝ գիտելիքի գերակայության. անգամ՝ բացառիկության մոտեցումը: Կրթությունը մեզանում նույնիսկ կոչվում է «գիտելիքի կրթություն» կամ «գիտելիքահեն կրթություն»: Իրականում, ինչպես ցույց են տվել մանկավարժ Բլումի տաքսոնոմիայի ամերիկյան հեղիանակները, ճանաչողության գործընթացի լիարժեք իրականացման համար գիտելիքի հետ միասին պակաս կարևոր չեն նաև իմացության գործընթացի մյուս մակարդակները: Մաթեմատիկայի ուսուցման տեսանկյունից

չափազանց կարևոր է իմացության ստորին երկու մակարդակների՝ գիտելիքի և հասկանալու մակարդակների փոխհարաբերության հարցը, որին էլ ես անդրադառնում եմ այս աշխատանքում:

Ինչ է գիտենալը և ինչ է հասկանալը

Դեռևս անցած դարի կեսերից կրթական ոլորտում շրջանառության մեջ է մտել ամերիկյան մանկավարժ Բենիամին Բլումի ղեկավարությամբ կազմված հայտանիշների համակարգը, որ ստացել է Բլումի տաքսոնոմիա անվանումը [1], որում իրականացված է իմացության վեց մակարդակների տարանջատում: Եվ գիտելիքը այդ մակարդակներից վերջինից սկսած առաջին աստիճանն է՝ ամենացածրը:

Համաձայն Բլումի տաքսոնոմիայի՝ գիտենալը բնութագրվում և իրագործվում է սահմանելու, նկարագրելու, անվանելու, ընտրելու, նշելու, թվարկելու և նմանատիպ այլ գործողությունների միջոցով: Այստեղ ըստ էության գիտենալը նույնացվում է ճանաչելու հետ: Այն հնարավորություն է տալիս պարզելու, թե ով է հիշել նոր տեղեկությունը և ով չի հիշել:

Բլումի տաքսոնոմիայում իմացության երկրորդ մակարդակը հասկանալն է: Հոգեբանական բառարաններից մեկում հասկանալը բնութագրվում է որպես ինչ-որ բանի բովանդակությունը, իմաստը և նշանակությունն իմանալը [2]: Նմանատիպ մյուս բառարանում հասկանալը ներկայացվում է որպես մտածական հատուկ գործողություն, որի շնորհիվ կատարվում է նոր նյութի յուրացումը և ներառումը պատկերացումների և արժեքների սեփական համակարգում [3]:

Ըստ Բլումի հասկանալու մակարդակը բնութագրվում կամ իրականացվում է կրկնելու, գտնելու, համեմատելու, բացատրելու, ամփոփելու, վերափոխելու, օրինակ բերելու, գլխավորը կարևորելու, վերծանելու և նմանատիպ այլ գործողությունների միջոցով: Հասկանալը պայմանավորված է ինչպես մարդու գիտելիքներով, այնպես էլ իմացական գործընթացի դրդապատճառներով՝ հետաքրքրություններով, հետաքրքրասիրությամբ, իմանալու և հասկանալու ձգտումով, պատասխանատվությամբ, օգտակարությամբ և այլն:

Ինչպես են դրսևորվում և գնահատվում գիտենալը և հասկանալը տարբեր ուսումնական առարկաներում

Գիտենալը և իմանալը տարբեր կերպ են դրսևորվում և գնահատվում տարբեր ուսումնական առարկաների ուսուցման գործընթացում: Շատ քիչ ուսուցիչներ են, որ Թումանյանի «Հայրենիքիս հետ» բանաստեղծության անսխալ արտասանության համար աշակերտին գերազանց գնահատելուց առաջ հարցնում են, թե արդյո՞ք այն հասկացել է աշակերտը: Օրինակ, ի՞նչ է նշանակում՝ «Եվ իմ միտքը իմ սրտի հետ անհուններն է թափառում» նախադասությունը: Կամ ի՞նչ է ուզում ասել Միամանթոն, երբ իր

«Հոգնությունը» բանաստեղծությունը սկսում է «Հոգիիս վրա լուսինը կձյունե» նախադասությամբ: Կամ ինչու՞ է Շիրազը իր բանաստեղծության մեջ ասում՝ «Մայրս իմ տունս է»: Կամ աշակերտը հստակ պատասխանում է ուսուցչի «Որո՞նք են հայերենի հոլովները» հարցին և գնահատվում է գերազանց, բայց չի հասկանում. թե ինչ է նշանակում «հոլով» բառը: Նաև այդ ուսուցչական հարցերի մեջ երբեք չի հնչում «Ինչու՞ է հայերենի երկրորդ հոլովը կոչվում սեռական» հարցը, ու աշակերտը հավանաբար չի էլ հասկանում դա: Ու դա նորմալ է համարվում, որովհետև դրա վրա ուշադրություն չի դարձվում:

Ավելի նշանակալից է գիտենալու դերը աշխարհագրության դասերին: Այստեղ էլ Եգիպտոսի տարածքի կամ Նեղոսի երկարության գիտենալը առաջադիմության կարևոր ցուցիչներ են և հասկանալը կարծեք չի էլ մասնակցում կամ ակնառու է դառնում:

Այլ է պատկերը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Այստեղ առանց հասկանալու չկա իմացություն: Կարևոր է շեշտել մաթեմատիկական իմացության առանձնահատկությունը, որտեղ գիտելիքը, գիտենալը, հիշելը իմացության ցածր աստիճան է, այն կարող է նաև բացասական երանգ ստանալ, եթե չի ամրապնդվում իմացության՝ հասկանալու մակարդակով, և այդ դեպքում բնութագրվում է որպես սերտում կամ անգիր անել:

Շատ հաճախ առանց հասկանալու սովորողները, փաստորեն, սերտում են գիտելիքը: Նրանք կարող են ճշտորեն վերարտադրել այն, բայց չեն հասկանում դրա իմաստը, բովանդակությունը: Նման գիտելիքը չի էլ կարող գործնականում կիրառվել, բավարարել ճանաչողության այս և ավելի բարձր մակարդակի պահանջներին: Մաթեմատիկայում առանց հասկանալու կարդացածը դժվար կլինի նաև հիշել. այն արագ մոռացվում է: Իսկ հասկացած նյութը դժվարությամբ է մոռացվում: Առանց հասկանալու, սերտած մաթեմատիկական նյութը հնարավոր չէ կիրառել տարբեր իրավիճակներում, հնարավոր չէ նաև դրա վերաբերյալ վերլուծություններ և համադրություններ կատարել:

Միևնույն ժամանակ նման գիտելիքը միայն հիշողության գործընթացի արդյունք է և չի պահանջում մտածողության էական ներգրավում, այսինքն՝ նրա կառուցմանն ուղղված մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը չի իրականացնում սովորողների տրամաբանական մտածողության ձևավորման և զարգացման իր կարևորագույն գործառույթը:

Մաթեմատիկական խոսքը հասկանալու կարևոր պայմաններ են խոսքի մշակույթի հատկանիշները՝ պարզությունը, հստակությունը, քերականական ճշգրտությունը, հաջորդելիությունը, տրամաբանվածությունը [4]:

Հասկանալը դպրոցականի մաթեմատիկական խոսքի մշակույթը բնորոշող ամենակարևոր գործողությունն է. առանց հասկանալու անհնար է մաթեմատիկայի ուսումնասիրությունը և իմացությունը: Հասկանալը նաև մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում սովորողի մտածողության զարգացմանն ուղղված հիմնական գործողությունն է [4]: Հարկ է շեշտել մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

հասկանալու կարևորությունը՝ որպես սովորողի մտածողության զարգացմանն ուղղված շատ կարևոր գործողություն:

Հանրակրթության մաթեմատիկական կրթության զարգացման ներկա փուլում հարկավոր է շեշտը դնել աշակերտի զարգացման և ինքնազարգացման վրա, ուսուցման մեջ նրա համար առաջնորդելով ու նշանակալի դարձնելով գիտենալու և հասկանալու իմացական մակարդակների ձևավորումը: Հաշվի առնելով ուսուցման իրավիճակը դպրոցական Մաթեմատիկայում, անհրաժեշտ է աշակերտների գիտենալու և հասկանալու երևույթի հայեցակետները դարձնել ուսումնասիրման նյութ, իսկ Մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում այն դարձնել ամենանշանակալի մեթոդական խնդիրներից մեկը: Առանց գիտենալու և հասկանալու, ուսուցման գործընթացն անիմաստ է: Եվ գաղտնիք չէ, որ հանրակրթության ոլորտում կրթական արդյունքների արդյունավետությունը գնահատվում է աշակերտի գիտելիքներով, հմտություններով, դիրքորոշմամբ ու արժեքային բաղադրիչով (Հանրակրթության պետական չափորոշիչ):

Ինչպես է լուծվում գիտենալու և հասկանալու փոխհարաբերության հարցը մաթեմատիկայի դասագրքերում

Իմացության հասկանալու մակարդակի ձևավորման գործում կարևոր դեր ունեն դպրոցական դասագրքերը, նրանցում տեսական նյութի պատճառաբանված բացատրությունները, ուր խիստ անհրաժեշտ է նաև վարժությունների համակարգի դերը: Սովորաբար դասագրքերում բացորոշ կերպով չեն առանձնացվում գիտելիքին և հասկանալուն նպատակաուղղված վարժությունները: Վերջիններիս մասին խոսք անգամ չի տարվում կամ շատ քիչ է տարվում: Հասկանալու յուրացմանը նպաստող առաջադրանքները տառացիորեն քիչ են՝ առնվազն վերջին տասնամյակում գրեթե արված էլ չեն: Եվ ուսուցչին էլ չի մտահոգվում, անգամ հատուկ սովորողի հասկանալուն անդրադառնալու խնդիր չի դնում: Իմ կոլեգաների շրջանում կատարած հարցումները դա են վկայում:

Անցած տարի ես առիթ ունեցա ոչ միայն ծանոթանալու, այլև դասավանդելու միջին դպրոցի 7-րդ դասարանի հանրահաշվի [5] դասագրքով, որը նշված տեսանկյունից հաճելի բացառություն էր: Այստեղ վարժությունները կամ առաջադրանքները բաժանվում են ըստ իրենց մանկավարժական գործառնությունների, բացորոշ կերպով առանձնացված և ուղղորդված են ինչպես գիտենալուն, այնպես էլ հասկանալուն ու ճանաչելուն, միննույն ժամանակ Բլումի տաքսոնոմիայի համեմատությամբ ճիշտ հակառակ շարադրմամբ ու դասավորվածությամբ: Բերեմ մեկ-երկու օրինակ:

Գլուխ 1. Հանրահաշվի լեզուն

§ 4. Արտահայտությունների գումարային հատկությունները

Ճանաչում, գիտելիք

Վարժ.81. Ձևակերպեք գումարի տեղափոխական օրենքը:

82. Ձևակերպեք գումարի գուգորդական օրենքը և այլն:

Հասկացում, ըմբռնում

Վարժ. 90. Ինչու՞ 1-ը 2-ի հակադիրը չէ:

93. ք. Գումարման n -րդ օրենքներն են օգտագործել հավասարությունը գրելիս

$$91 + (a + 4) = 95 + a:$$

§5 Արտահակտությունների արտադրյալային հատկությունները

Ճանաչում, գիտելիք

Վարժ. 124. Ձևակերպեք գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական օրենքը:

129. Ո՞րն է կոտորակի կրճատման հատկությունը:

Հասկացում, ըմբռնում

Վարժ. 131. Ինչու՞ զրոն հակադարձ չունի:

133. ք. x -ի n -րդ արժեքի դեպքում և ինչու՞ բաժանումը անթույլատրելի է.

$$3x:(x-1):$$

Գլուխ 2. Հանրահաշիվը կիրառական միջավայրում

§3. Հանրահաշվական գործողությունների կիրառությունները

Ճանաչում, գիտելիք

Վարժ. 249. Ինչպե՞ս է որոշվում ավելացումից հետո ստացված քանակության մեծությունը:

253. Տվեք տոկոսի սահմանումը:

Հասկացում, ըմբռնում

Վարժ. 256. Առարկայի մեծությունը ավելացրին a -ով, այնուհետև՝ b անգամ:

ա. Թի՞վ, թե՞ մեծություն է a -ն, ք. Թի՞վ, թե՞ մեծություն է b -ն:

261. Նույն գնով վաճառվող ապրանքը մի խանութում թանկացրին 15 տոկոսով, մյուսում՝ 1,2 անգամ: Համեմատեք այդ ապրանքի նոր գները:

Դասագրքում ընդգրկված նման հարցադրումներով վարժությունները կօգնեն ուսուցչին և աշակերտին լուծելու գիտենալու և հասկանալու իմացական մակարդակների ձևավորման խնդիրը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում:

Ինչպիսին են ուսուցչական և աշակերտական ընկալումները գիտենալու և հասկանալու վերաբերյալ

Ուսուցման գործընթացում իմացության և հասկանալու մակարդակների դիտարկան խնդիրը մեծապես պայմանավարված է ուսուցչի՝ այդ հարցի վերաբերյալ ունեցած վերաբերմունքից: Հարկ է նշել, որ ուսուցչական այդ վերաբերմունքը առաջին հերթին ունի առարկայական առանձնահատկություններ: Միայն մեկ-երկու դպրոցում կատարված հարցումների արդյունքնում պարզվում է, օրինակ, որ մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի, քիմիայի և հայոց լեզվի ուսուցիչները ուսումնական գործընթացում մշտապես դիտարկում են գիտենալու և հասկանալու իմացական մակարդակների տարբերության խնդիրը, իսկ ահա ռուսաց և անգլերեն լեզուների, պատմության, աշխարհագրության և

կենսաբանության ուսուցիչները այդ խնդիրը դիտարկում են ոչ միշտ:

Աշակերտական ընկալումներում գերիխշում է գիտենալու մակարդակը: Ինչպես նշեցինք վերևում, բանաստեղծությունները անգիր անելիս կամ էլ չափածո գրական աշխատանքը կարդալիս աշակերտը ավելի շատ կենտրոնանում է սյուժեի վրա, իսկ բովանդակությունը մնում է նրա ուշադրությունից դուրս: Մաթեմատիկայի պարագայում նման մոտեցումը հանգեցնում է սերտման և էական խոչընդոտ է դառնում նյութի յուրացման համար: Աշակերտը հանրակրթական դպրոցում չի սովորում մաթեմատիկական դասագիրքը, տեքստը կարդալու եղանակը, ինչը մնում է նաև ուսուցչական ուշադրությունից դուրս:

Ինչպես է լուծվում գիտենալու և հասկանալու փոխհարաբերության հարցը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Բացի Բ. Բլումի կողմից նշված գործողություններից, կան նաև աշակերտի՝ մաթեմատիկական իմացության հասկանալու մակարդակի ստուգման և ձևավորման տարբեր եղանակներ: Դրանցից են՝ խոսքի իմաստը հասկանալուն և դրա բացահայտմանն ուղղված հարցերին պատասխանելը, խոսքը ոչ գրքային, սեփական բառերով շարադրելը, հասկացության ծավալի և ծավալից դուրս ընկած առարկաների կառուցումը, թեորեմի, խնդրի կամ առաջադրանքի պայմանների և եզրակացության առանձնացումը, ապացուցման կամ լուծման ընթացքի մեջ պայմաններից յուրաքանչյուրի դերի բացահայտումը և այլն [4]:

«Հասկանալու» իմացական մակարդակը օգնում աշակերտին ցուցաբերելու ինքնուրույն մոտեցումներ մաթեմատիկայի առանձին նյութերի, թեորեմների, դրանց ապացուցումների ստացման հարցում: Դիտարկենք օրինակ յոթ գեղեցիկ բանաձևերի ստացման գործընթացը, բանաձևեր, որոնք հանրահաշվի դասընթացում ստացել են «Կրճատ բազմապատկման» բանաձևեր անվանումը ([4], էջ 91): Օգտվելով ու ևս մեկ անգամ կրկնելով նախապես մեր անցած դասերը, որոնք արդեն գիտենք ու հասկացել ենք՝ գլուխ 1. § 3 (էջ 14) Հավասարությունը հանրահաշվում և հավասարության հատկությունները, §5 (էջ 23-24) Արտահայտության արտադրյալային հատկությունները, Գլուխ 3 § 1 (էջ 58) Բնական ցուցիչով աստիճանի սահմանումը, § 2 (էջ 64) Միանդամ, միանդամի կատարյալ տեսք և նման միանդամները, միանդամի բազմապատկումը միանդամով, § 3 (էջ 67) Բազմանդամ, բազմանդամի կատարյալ տեսքը, § 4 (էջ 72-73) Միանդամի բազմապատկումը բազմանդամով, Բազմանդամի բազմապատկումը բազմանդամով թեմաները աշակերտները ինքնուրույն դուրս են բերում վերը նշված բանաձևերը:

1. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = aa - ab - ba + bb = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b)(a - b) = aa - ab + ba - bb = a^2 - \underline{ab} + \underline{ab} - b^2 = a^2 - b^2$

Նման եղանակով աշակերտները ստանում են նաև «Կրճատ բազմապատկման» մյուս 4 բանաձևերը:

Իսկ առաջադրանքները հերթականությամբ լուծելով ձեռք են բերում

- 1) ինքնուրույն կշռադատություններ կատարելու ունակություն.
 - 2) մտքի ճշգրտություն և ճկունություն.
 - 3) տարաբնույթ խնդիրների լուծման ժամանակ ստեղծագործական մոտեցում.
 - ա) ճանաչում ու գիտելիք
 - բ) հասկացում և ըմբռնում
 - գ) կարողություն ու հմտություն
 - դ) կիրառում ու մոդելավորում
 - ե) վերլուծում և համադրում
 - զ) գնահատում և արժեք
- կամ ըստ Հանրակրթության պետական չափորոշիչի
1. գիտելիք
 2. հմտություն
 3. դիրքորոշում
 4. արժեքային բաղադրիչ:

Հետևաբար գիտենալու և հասկանալու իմացական մակարդակների ձևավորումը, մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում չափազանց կարևոր է քաղաքացու ողջ արժեքային համակարգի ձևավորման ու զարգացման գործընթացում: Նաև նպաստում են սովորողների տրամաբանված մտքի պարզության ու հստակության, սոցիալապես ակտիվ անհատի ձևավորմանն ու զարգացմանը:

Գրականության ցանկ

1. *Bloom, B.S. and Krathwohl D.R. (1956). Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals, by a committee of college and university examiners. Handbook I, the Cognitive Domain. New York. 1956.*
2. Большая психологическая энциклопедия, <https://psychology.academic.ru>.
3. *Глоссарий*. Психологический словарь, <https://www.psychologies.ru/glossary/>.
4. *Միքայելյան Հ. Ս. (2019). Մաթեմատիկական կրթության լեզուն և խոսքը, Էդիտ Պրինտ, Երևան, 2019:*
5. *Միքայելյան Հ. Ս. (2023). Հանրահաշիվ 7, Էդիտ Պրինտ, Երևան, 2023:*
6. Կարգ: Հանրակրթության պետական չափորոշիչի ձևավորման և հաստատման . ՀՀ կառավարության 2010 թվականի ապրիլի 8-ի N 439-Ն որոշում:
- 7.

**ԳԻՏԵՆԱԼՈՒԻ ԵՎ ՀԱՍԿԱՆԱԼՈՒԻ ԻՄԱՑԱԿԱՆ ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ
ԽՆԴԻՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ
Արգարյան Մամիկոն Արմենակի**

Ամփոփում: Աշխատանքում դիտարկվում է հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գիտենալու և հասկանալու ճանաչողական գործընթացների փոխհարաբերության հարցը: Որպես ելակետ ընդունվում է ամերիկյան

մանկավարժ Բ. Բլումի և նրա աշակերտների կողմից անցյալ դարի կեսերին իմացության մակարդակների վերաբերյալ տաքսոնոմիան: Ցույց է տրվում մաթեմատիկայի առանձնահատուկ բնույթը նշված հասկացությունների տարանջատման անհրաժեշտության տեսանկյունից: Հանգամանորեն կանգ է առնվում հարցի լուծման մեջ դպրոցական դասագրքի դերի վրա: Առանձնացվում է միջին դպրոցի հանրահաշվի գործող դասագրքերից մեկը [4], որում և բացորոշ կերպով ի ցույց են տրվում գիտենալու և հասկանալու հասկացությունները և տարանջատվում են համապատասխան վարժությունները: Բերվում են նաև գիտենալուն և հասկանալուն ուղղված ուսուցչական և աշակերտական մոտեցումների վերաբերյալ կատարված հարցումների արդյունքները, որոնք ցույց են տալիս, որ գիտենալն ու հասկանալը մաթեմատիկայի ուսուցման ոլորտում դեռևս չեն տարբերակվում: Ցույց է տրվում, որ հասկանալուն միտված գործողությունները մաթեմատիկական նյութի ուսումնասիրության գործում հնարավորություն են տալիս սովորողների շատ դեպքերում ցուցաբերել ինքնուրույն և ստեղծագործական մոտեցում բանաձևերը արտածելիս:

Բանալի բաներ: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթաց, իմացության մակարդակներ, գիտենալ, ճանաչել, հասկանալ, ըմբռնել:

ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ УРОВНЕЙ ЗНАНИЯ И ПОНИМАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Абгарян Мамикон Арменакович

Резюме. В статье рассматривается взаимосвязь когнитивных процессов познания и понимания в процессе обучения математике в общеобразовательной школе. За отправную точку взято таксономию американского педагога середины прошлого века.Б. Блума и его учеников. Показана особая природа математики с точки зрения необходимости разделения упомянутых понятий, затрагивается роль школьного учебника в решении проблемы. Из действующих в РА учебников алгебры средней школы выделяется [4], в котором четко разделены понятия познания и понимания и соответствующие упражнения. Также представлены результаты опросов по подходам преподавателей и учащихся, которые показывают, что знание и понимание до сих пор не дифференцированы в области математического образования. Показано, что действия, направленные на понимание при изучении математического материала, позволяют учащимся во многих случаях проявить самостоятельный и творческий подход.

Ключевые слова. Процесс обучения математике, уровни знаний, знание, распознавание, понимание.

THE PROBLEM OF FORMING LEVELS OF KNOWLEDGE AND UNDERSTANDING IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS

Mamikon Armenak Abgaryan

Summary. The article examines the relationship between the cognitive processes of cognition and understanding in the process of teaching mathematics in secondary schools. The taxonomy of an American teacher from the middle of the last century was taken as a starting point. B. Bloom and his students. The special nature of mathematics is shown from the point of view of the need to separate the mentioned concepts, and the role of the school textbook in solving the problem is touched upon. Among the current secondary school algebra textbooks in the Republic of Armenia, [4] stands out, in which the concepts of cognition and understanding and the corresponding exercises are clearly separated. The results of surveys on the approaches of teachers and students are also presented, which show that knowledge and understanding are still not differentiated in the field of mathematics education. It is shown that actions aimed at understanding when studying mathematical material allows students in many cases to show an independent and creative approach.

Key words. Mathematics learning process, levels of knowledge, knowing, recognizing, understanding.

**РЕАЛИЗАЦИЯ СВЯЗЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ЧЕРЧЕНИЯ КАК ОСНОВА
ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ШКОЛЕ**

Кузнецова Елена Павловна

ORCID 0000-0003-2295-3067

Тухолко Людмила Леонидовна

ORCID 0000-0001-8351-0281

БГПУ, Минск, Беларусь



Кузнецова Е.П., к. п. н., доцент



Тухолко Л.Л., к. п. н., доцент

В советской школе черчение изучалось, начиная с 1930-х годов, в VII классах, причём в значительном объёме (до 4-5 часов в неделю). В 80-90-е годы XX столетия чертежные навыки школьники получали в VII-IX классах (2 часа в неделю). В постсоветской Беларуси до 2007

года черчение стало факультативным курсом, а получение учащимися соответствующих минимальных знаний подразумевалось в курсах математики, физики и трудового обучения. Несколько лет подряд учителей математики в вузах Беларуси готовили из студентов, у которых в школьные годы предмета «Черчение» просто не было. С 2008 года в IX классах школ Беларуси снова появился учебный предмет «Черчение» (1 час в неделю). В 2019 году черчение исчезло из учебных планов базовых школ, поскольку с 2020/2021 учебного года его изучение перенесено в X класс (1 час в неделю на базовом уровне и 2 часа – на повышенном уровне обучения). В постсоветском пространстве вплоть до сегодняшних дней судьба этого школьного предмета складывается непросто. Открытые источники сообщают, что с сентября 2023 года уроков черчения нет в IX классах школ Армении, а в Российской Федерации этот предмет планируется вернуть в школы как обязательный с 2024 года.

В Беларуси перенос изучения черчения из IX класса в X класс обострил проблему межпредметных связей геометрии и черчения. Теперь при обучении учащихся X классов на уроках стереометрии изображению геометрических фигур учителя математики будут вынуждены опережать изложение созвучных тем по черчению (хотя бы из-за расхождения в количестве часов, выделенных на изучение этих предметов). Ведь недопустимо, чтобы возникали разноречивые требования к качеству графических моделей⁵ геометрических объектов в рамках двух учебных дисциплин одного и того же класса.

Учителю математики важно самому знать правила изображения пространственных геометрических объектов и обучить им учащихся. Следует уметь организовывать продуктивное обсуждение качества исполнения чертежей с обучающимися, учить замечать особенности изображений, а также указывать их недостатки, аргументируя свою критику ссылками на соответствующие требования черчения. Необходимо искать и применять приёмы реализации тесной связи требований к чертежам со стороны обоих предметов, ведь ошибочный чертёж, не соответствующий свойствам конструкции, заданной условием математической задачи, без слов продемонстрирует недостаточно развитые пространственные представления у обучающегося и пробелы в его знаниях как геометрии, так и черчения.

Созерцание учащимися готовых образцов изображений стереометрических объектов полезно, но, конечно, недостаточно для формирования соответствующих активных навыков создания их графических моделей. Современные школьники зачастую вместо своей конструктивной деятельности на уроке (хотя бы по образцу) просто фотографируют готовый чертеж к задаче, а заодно и её решение. Заметим, что при огромном количестве готовых чертежей пространственных геометрических фигур в интернете достаточно трудно бывает найти изображение, на котором соблюдены все требования черчения. Например, из четырёх разных изображений прямоугольных параллелепипедов на рисунке 1, a – $г$ только на одном не нарушены требования черчения к виду линий.

⁵ Под *моделью геометрической фигуры (конфигурации)* нами понимается замещающий её объект, верно отображающий существенные свойства этой фигуры (конфигурации) [1, с. 47]. *Графической моделью объекта* мы называем графическую конструкцию – совокупность графических изображений точек, прямых и других линий, объединённых общим носителем, – верно отображающую свойства этого объекта [1, с. 47].

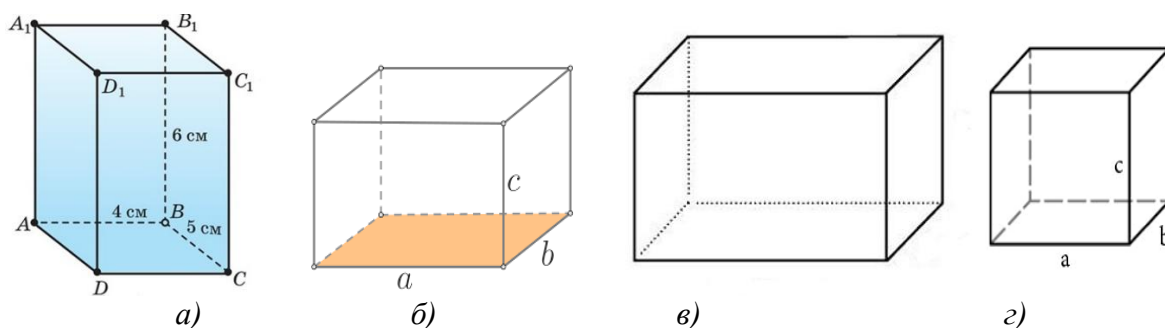


Рисунок 1 – Изображения прямоугольного параллелепипеда а) – из пособия [3]; б) – г) – из интернета

На рисунках а – в требования черчения не соблюдены, причём среди них есть и рисунок учебного пособия [3] для школ. А на рисунке в), взятом из интернета, использованы линии, состоящие из точек (то есть пунктирные), – такие линии, как и название «пунктирные линии», в черчении вообще не используются.

Обучение правильным изображениям пространственных тел в курсе стереометрии сопряжено с решением ряда проблем, вызванных существующими межпредметными и внутрипредметными противоречиями в сроках изучения ряда материалов:

1) потребность в правильных и наглядных изображениях геометрических трехмерных фигур возникает с первых уроков стереометрии (в сентябре), а правила изображения пространственных тел в курсе черчения обсуждаются во второй четверти (в ноябре);

2) в курсе стереометрии учащимся с первых уроков требуются представления о параллельном проецировании, а параллельность прямых и плоскостей в пространстве изучается в второй четверти;

3) в курсе черчения во второй четверти учащиеся изучают материал о перпендикулярных проекциях, а материал о перпендикулярности прямой и плоскости изучается в курсе стереометрии в третьей четверти;

4) наглядность чертежей в черчении связывается, с применением аксонометрической проекции, то есть изображения, полученного «при параллельном проецировании предмета вместе с осями прямоугольных координат на произвольную плоскость» [2, с. 77], а материал о системе координат в пространстве изучается в курсе стереометрии в четвёртой четверти и только на повышенном уровне.

Для разрешения этих проблем учителю необходимо учитывать внутрипредметные межпредметные связи курсов стереометрии и черчения и понимать, когда необходимо сработать на опережение, обеспечив необходимую пропедевтику, а когда важно вернуться к изученному ранее материалу. Так, например, на первых уроках стереометрии учителю математики нужно с опережением самому ввести требования к линиям на чертеже и усиленно следить за их соблюдением.

В учебных пособиях по геометрии встречаются свои нюансы изображения геометрических фигур и некоторых конфигураций, которые не регламентируются напрямую требованиями черчения к изображению линий на чертеже и общими требованиями к чертежу стереометрического объекта. Знание таких нюансов по изображению, например, комбинаций геометрических тел, могут облегчить зрительное восприятие учащимися сложных пространственных геометрических конструкций. Так, в учебных пособиях по стереометрии используют два подхода к изображению комбинации двух тел, когда одно из них содержится внутри другого: в одних случаях **внешнее тело** принимается в качестве **прозрачного**, а в других – **непрозрачного** (рис. 2). Но читателям об этом, как правило, не сообщается и не поясняется, с какой целью и когда целесообразно применять эти подходы. Многие учителя сами не замечают, а потому и не акцентируют внимание учащихся на особенностях изображения комбинаций тел в этих двух вариантах.



непрозрачные; б) внешние цилиндры изображены как непрозрачные и призмы внутри – невидимые

С учётом того, что учитель математики должен предъявить учащимся требования черчения к изображению многогранников на примере призм и пирамид с первых уроков стереометрии (то есть существенно раньше, чем по программе черчения), рассмотрим их содержание. На уроках стереометрии, из 9 видов линий, описанных в курсе черчения, используют фактически только три вида: сплошная толстая основная, сплошная тонкая и штриховая (рис. 3). Каждая линия в соответствии с нормами черчения обладает определённой толщиной и назначением.

Наименование линий	Толщина (s)	Марка карандаша	Назначение
Сплошная толстая основная 	От 0,5 до 1,4 мм	М (В), ТМ (НВ)	Линии видимого контура, рамка и основная надпись чертежа
Сплошная тонкая 	От s/3 до s/2	Т (Н), 2Т (2Н)	Линии выносные, размерные, штриховки
Штриховая 	s/2, длина штриха от 2 до 8 мм, расстояние между штрихами 1—2 мм	М (В), ТМ (НВ)	Линии невидимого контура

Рисунок 3 – Линии чертежа, используемые в стереометрии, и требования к их виду из таблицы действующего пособия по черчению [2]

Построение стереометрического чертежа, в соответствии с требованиями черчения, рекомендуется выполнять сначала сплошными тонкими линиями, которые сохраняются (их не принято стирать ластиком). Затем линии видимого контура чертежа обводят сплошной толстой линией, но только после завершения его построения тонкими линиями. Соответственно, линии невидимого контура обводят (по тонким линиям) штриховой линией. Более подробно требования к изображению чертежа из пособия [2] даны на рисунке 4.

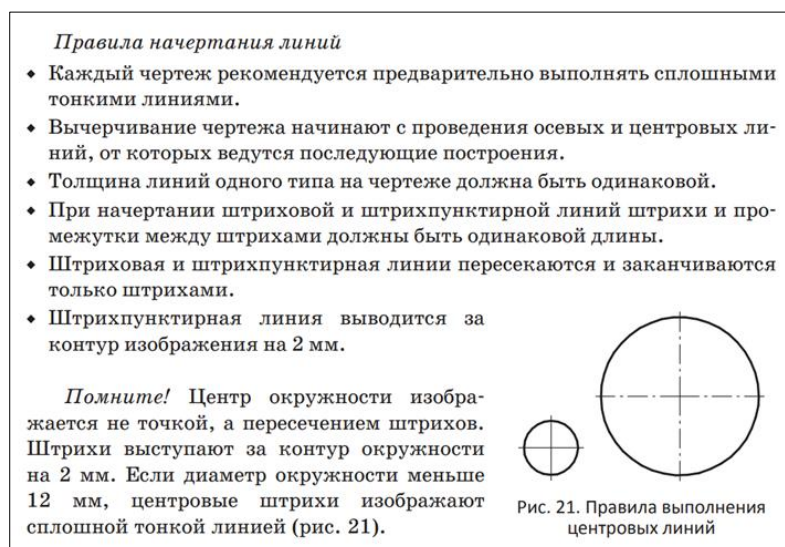


Рисунок 4

– Правила

начертания линий чертежа из действующего учебного пособия по черчению [2]

Отметим, что точки вершин многогранника по правилам черчения изображаются пересечением линий – сплошных, если контур видимый, или штриховых, если невидимый (причём точка вершины изображается пересечением).

При изображении на чертеже граней и рёбер многогранников; необходимо помнить правила проецирования, указанные в таблице на рисунке 5.

Параллельно плоскости проекций	Перпендикулярно плоскости проекций	Наклонно к плоскости проекций
Грань		
Проецируется в натуральную величину (без искажения формы и размеров)	Проецируется в виде отрезка прямой, равного одному из отрезков грани	Проецируется с искажением размеров (размеры наклонных элементов уменьшаются)
Рёбро		
Проецируется отрезком в натуральную величину	Проецируется в точку	Проецируется отрезком с искажением размера (размер изображения ребра уменьшается)

Рисунок 5 – Правила проецирования ребер и граней многогранников в пособии [2]

Для достижения полноты изображения стереометрического объекта на уроках геометрии частично используются и принятые в черчении выносы фрагментов чертежа во фронтальную плоскость.

Анализ⁶ учебного пособия [3] для X класса показал, что на его страницах дано 37 готовых изображений призм и 50 пирамид, причём на многих из них имеются нарушения требований черчения. Число призм и пирамид, которые учащиеся должны изобразить самостоятельно, в процессе решения задач, соответственно равно 36 и 33, то есть навыки их изображения активно востребованы и должны быть качественно освоены. Но несоответствие изображений этих многогранников в [3] требованиям черчения из действующего учебного пособия [2] препятствуют формированию у учащихся правильных навыков графического моделирования.

Чтобы не произошло нарушения межпредметных связей между стереометрией и черчением в X классе учителям математики и черчения необходимо предпринять дополнительные совместные усилия для демонстрации качественных образцов изображений призм и пирамид. Сделать это довольно сложно, так как в современных учебных пособиях и в ресурсах интернета бывает непросто (как уже было отмечено для параллелепипедов, рис. 1) найти изображение, соответствующее всем требованиям черчения. На рисунке 6 приведены примеры изображений четырёхугольной пирамиды из действующего в Беларуси учебного пособия [3] по геометрии и её чертежа, построенного с соблюдением всех требований черчения.

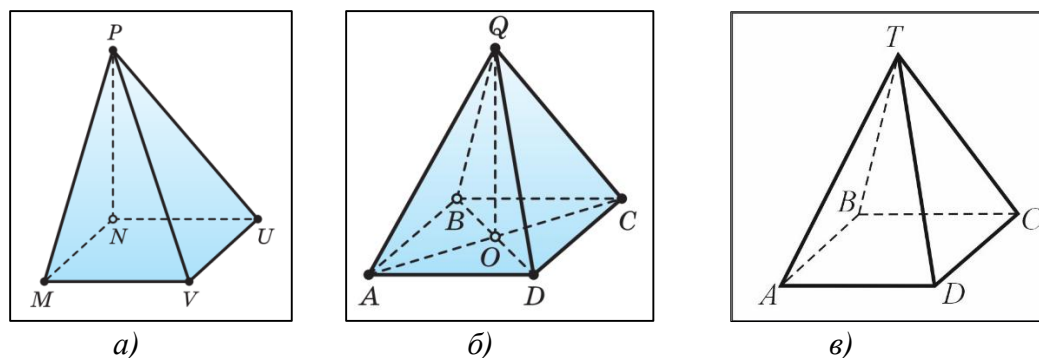


Рисунок 6 – а), б) Изображения четырёхугольных пирамид из учебного пособия [3].
в) Изображение четырёхугольной пирамиды с соблюдением правил черчения

На всех трёх изображениях четырёхугольной пирамиды соблюдено правильное соотношение толщины соответствующих линий видимого и невидимого контура. На рисунке из пособия [3, с. 17–18] точки видимых вершин отмечены чёрными кружками, а невидимых – светлыми кружками. Но в черчении точку изображают пересечением соответствующих линий, а не кружком («пустым» светлым кружком изображают в алгебре выколотые точки координатной прямой, то есть исключение из некоторого числового промежутка числа – координаты выколотой точки).

В курсовой работе, посвящённой проблемам реализации связей геометрии и черчения при обучении стереометрии, Е.Д. Харитоновой предложены следующие приёмы⁷.

⁶ Анализ выполнен студенткой VI курса физико-математического факультета УО «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (г. Минск) Елизаветой Дмитриевной Харитоновой.

⁷ Авторы этой статьи далее в тексте приводят часть заданий и методических приёмов, разработанных студенткой Е.Д. Харитоновой в курсовом проекте «Методические особенности реализации связей между курсами черчения и стереометрии при обучении математике в X классе», выполненном в 2023 году под руководством Е.П. Кузнецовой и с использованием материалов периодических консультаций с Л.Л. Тухолко.

Приём 1. Проведение совместного урока учителей черчения и стереометрии на тему «Взаимосвязь черчения и стереометрии» с целью ознакомления учащихся с основными требованиями черчения, необходимыми при изображении многогранников (призм и пирамид).

Приём 2. Организация выполнения на уроке краткосрочного проекта по изображению нескольких призм и пирамид (длительность – 20-30 минут), после предварительного изучения с опережением (в качестве домашнего задания) страниц с основными требованиями черчения из учебного пособия [2].

Приём 3. Выполнение чертежей призм и пирамид разных видов с использованием альбома образцов⁸ их изображений с последующей разработкой (в форме групповой работы) удобного алгоритма выполнения чертежа и подготовкой соответствующей памятки, описывающей основные шаги изображения пирамиды и/или призмы.

Приём 4. Выполнение (после изучения учащимися в курсе стереометрии перпендикулярности прямых и плоскостей) заданий на распознавание и построение фронтальной и горизонтальной проекций различных видов пространственных тел.

Приведём некоторые примеры таких заданий.

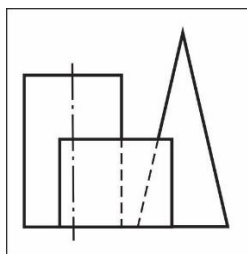
Задание 1. Укажите, какой вид могут иметь во фронтальной проекции прямой параллелепипед и треугольная пирамида, если их основания размещены в горизонтальной плоскости.

(Ответ. Во фронтальной проекции прямой параллелепипед изображается как прямоугольник, а треугольная пирамида – как треугольник.)

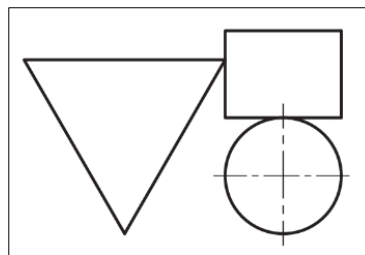
Задание 2. Объясните в какой проекции и при каком расположении куба его изображением может являться а) квадрат; б) произвольный прямоугольник; в) шестиугольник.

Задание 3. На рисунке (рис. 7, а) изображена горизонтальная проекция конфигурации, состоящей из трёх пространственных тел. Перечислите тела, которые могли бы войти в состав такой конфигурации.

Задание 4. На рисунке (рис. 7, б) изображена фронтальная проекция конфигурации, состоящей из трёх пространственных геометрических тел. Перечислите тела, которые могли бы войти в состав такой конфигурации. Назовите тело, которое загроживает два других.



а)



б)

⁸ Альбом образцов стереометрических объектов является визуальным пособием, обеспечивающим наглядное представление изображения стереометрических тел с соблюдением основных требований черчения (разработан в электронном виде Е.Д. Харитоновой). Для создания альбома образцов использовалась программа AutoCAD. AutoCAD — это программное обеспечение, которое предназначено для автоматизации процесса проектирования, позволяющее получить точные двухмерные чертежи планиметрических фигур и графические модели трёхмерных стереометрических объектов с соблюдением требований черчения к их изображению.

Рисунок 7 – а) Изображение горизонтальной проекции конфигурации для задания 4.
б) Изображение фронтальной проекций конфигурации для задания 5

Приём 5. Выполнение заданий на выявление ошибок в готовых чертежах, взятых из интернета или печатных пособий. Такая работа позволяет развивать аналитические навыки учащихся, их критическое мышление, актуализирует знание правил черчения, а также формирует у них умение самостоятельно оценивать качество выполненных графических моделей стереометрических объектов.

Для диагностики сформированности умения выполнять чертежи пространственных геометрических фигур в первой четверти X класса после рассмотрения многогранников и правил их изображения на уроках введения в стереометрию можно предложить следующие задания:

Д-1. Какие элементы достаточно отметить, как равные, чтобы изображённая треугольная пирамида (рис. 8) воспринималась правильной?

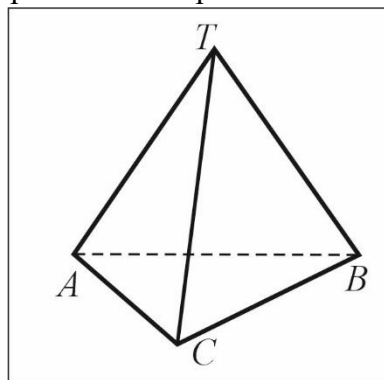


Рисунок 8 – Изображение треугольной пирамиды

(Ответ. Достаточно, например, все рёбра основания отметить как равные по длине отрезки и отметить равенство боковых рёбер.)

Д-2. Изобразите в тетради правильную четырехугольную призму, соблюдая требования черчения, и: а) её диагональ; б) центр окружности, описанной около её боковой грани; в) отрезок, соединяющий центры окружностей, вписанных в основания призмы.

Д-3. Изобразите в тетради правильную треугольную пирамиду, соблюдая требования черчения, и: а) точку пересечения медиан её основания; б) высоту боковой грани, проведённую к ребру её основания; в) прямоугольник, вписанный в боковую грань пирамиды так, что одна из его сторон лежит на ребре её основания.

Далее во второй четверти X класса после изучения параллельности прямых и плоскостей учащимся можно предложить следующие задания:

Д-4. Изобразите правильную шестиугольную угловой призму с учётом требований черчения.

Д-5. Изобразите наклонную четырёхугольную призму, основанием которой является равнобедренная трапеция, у которой одно основание в два раза больше другого.

В третьей четверти X класса после изучения перпендикулярности прямых и плоскостей могут быть выполнены следующие задания:

Д-7. Изобразите правильную n -угольную пирамиду, соблюдая требования черчения, если а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$.

Д-8. Изобразите треугольную пирамиду, все боковые рёбра которой равны между собой, если её основанием служит прямоугольный треугольник.

Д-9. Изобразите горизонтальную и фронтальную проекции треугольной пирамиды, основание которой размещено в горизонтальной плоскости, полагая, что она: а) правильная; б) произвольная и её вершина проецируется во внутреннюю точку основания; в) произвольная и её вершина проецируется в вершину основания; г) произвольная и её вершина проецируется на ребро основания; д) произвольная и её вершина проецируется в точку вне основания.

Выводы

1. История развития черчения как профессиональной деятельности и образовательной дисциплины свидетельствует о значимости этой сферы знаний не только в инженерном деле, но и в обучении геометрии. Уроки черчения в школе оказывают влияние на качество формирования у учащихся навыков построения изображений стереометрических объектов. В связи с переносом уроков черчения в Беларуси из программы IX класса в X класс, появляется необходимость обязательного согласования содержания учебных программ двух предметов с целью эффективного использования черчения для обучения стереометрии.

2. Анализ календарно-тематического планирования стереометрии и черчения в X классе выявил внутрипредметные и межпредметные противоречия в сроках изучения ряда материалов (требований к линиям на чертеже, правил параллельного проецирования и изображения прямоугольных проекций в курсе черчения). Это подчеркивает необходимость учёта учителем межпредметных и внутрипредметных связей для последовательного развития чертежных навыков учащихся, применения приёмов обучения, обеспечивающих необходимую преемственность и повторение материала. Внимание к этим аспектам в учебных планах позволит обеспечить гармоничное и эффективное обучение в X классе содержанию обоих предметов.

3. Соблюдение требований и правил черчения позволяет адекватно визуализировать особенности стереометрических объектов, формировать навыки их анализа и графического моделирования, играющие ключевую роль в овладении содержанием обучения стереометрии. Реализация межпредметных связей черчения и стереометрии в школе важна и для развития интереса учащихся к инженерно-техническим сферам их будущей профессиональной деятельности, обеспечивающим общественный прогресс.

4. С учётом особенностей учебных пособий [2, 3] и организации современного процесса обучения стереометрии и черчению в Беларуси, необходимо разработать базу из дидактических средств, которые помогут эффективно формировать представления у учащихся X классов о требованиях черчения для создания чертежей многогранников, а также развивать навыки их изображения.

5. Выделенные методические приёмы позволяют на уроках стереометрии изучать требования черчения к чертежам и развивать представления о разных проекциях (фронтальной и горизонтальной) многогранников. Предложенные материалы помогут учителям организовать деятельность учащихся по овладению навыками графического моделирования, чтения и анализа стереометрических чертежей.

Литература

1. **Тухолко Л.Л. (2019).** Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии: монография [Электронный ресурс] / Л.Л. Тухолко. – Минск: БГПУ, 2019. – 246 с. Режим доступа: <https://elib.bspu.by/handle/doc/61919>. – Дата доступа: 15.05.2024.
2. **Беженар, Ю.П. (2020).** Черчение. Учебное пособие для 10 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен. (с электронным приложением для повыш. уровня)/ Ю.П. Беженарь, Е.Н. Чернова, В.В. Сементовская, И.В. Дубина, Д.В. Цареня. – Минск: Народная асвета, 2020. – 184 с.
- Латотин Л.А. (2020).** Геометрия, Учебное пособие для 10 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен. (базовый и повышенный уровни) /Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский, И.В. Горбунова. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2020. – 200 с.

ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԾԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ԿԱՊԵՐԻ ԻՐԱԿԱՆԱՑՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ԴՊՐՈՑՈՒՄ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀՍՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՁևԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՔ

Կուզնեցովա Էլենա Պավլովնա, Տուխոլկո Լյուդմիլա Լեոնիդովնա

Ամփոփում: Հիմնավորված է Բելառուսի Հանրապետության 10-րդ դասարանի աշակերտներին ուսուցանելիս տարածաչափության և գծագրության դասընթացների համակարգման անհրաժեշտությունը, ինչը պայմանավորված է ուսումնական ծրագրում գծագրության դասընթացի ուսումնասիրությունը 9-րդ դասարանից մեկ տարի հետո տեղափոխելով: Նկարագրված են դրա հետ կապված մեթոդական խնդիրները և դրանց պատճառները, որոնցից հիմնականը գծագրության պահանջների կիրառման անհրաժեշտությունն է՝ սկսած տարածաչափության առաջին դասերից, այսինքն՝ գծագրության դասընթացում դրանք ներմուծվելուց շատ առաջ: Արդիականացվել են գծագրության գծագրերում գծերի պատկերման պահանջները և տարածաչափական օբյեկտի գծագրին ներկայացվող ընդհանուր պահանջները, որոնք բնութագրական են երկրաչափության համար, ընդգծվում է դրանց անտեսման անթույլատրելիությունը: Բացահայտվում են դասավանդման մեթոդները և տրվում են առաջադրանքների օրինակներ, որոնք ապահովում են երկրաչափության և գծագրության միջև կապերի իրականացումը, ներառյալ՝ ստեղծել և օգտագործել պրիզմաների և բուրգերի նմուշների պատկերների ալբոմ: տարբեր մարմինների պատկերների ալգորիթմների մշակում; տարբեր տպագիր հրատարակություններից և ինտերնետից պատկերների համակարգված վերլուծություն; Հորիզոնական և ճակատային ելուստներից մարմինները ճանաչելու ախտորոշիչ աշխատանքների իրականացում: Այս հնարքների ներդրումը նպաստում է սովորողների քննադատական մտածողության զարգացմանը, նրանց կառուցողական հմտությունների և տարածական պատկերացումների ձևավորմանը:

Բանալի բառեր: Տարածաչափություն, գծագրություն, գծագրության պահանջներ, գրաֆիկական մոդելավորում:

РЕАЛИЗАЦИЯ СВЯЗЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ЧЕРЧЕНИЯ КАК ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ШКОЛЕ

Кузнецова Е. П., Тухолко Л. Л.

Резюме. Обоснована необходимость согласования курсов стереометрии и черчения при обучении учащихся X классов в Республике Беларусь, что вызвано переносом в учебных программах изучения курса черчения из IX класса на год позже. Описаны связанные с этим методические проблемы и их причины, основная из которых – потребность использования требований черчения, начиная с первых уроков стереометрии, то есть задолго до того, как они введены в курсе черчения. Актуализированы требования черчения к изображению линий на чертеже и общие требования к чертежу стереометрического объекта, характерные для геометрии, акцентируется недопустимость их игнорирования. Раскрыты приёмы обучения и приведены примеры заданий, обеспечивающие реализацию связей геометрии и черчения, среди которых: создание и использование альбома образцов изображений призм и пирамид; разработка алгоритмов изображений разных тел; систематический анализ изображений из различных печатных изданий и интернета; проведение диагностических работ на распознавание тел по горизонтальной и фронтальной проекциям. Реализация этих приёмов способствует развитию критического мышления учащихся, формированию их конструктивных навыков и пространственных представлений.

Ключевые слова: стереометрия, черчение, требования к чертежу, графическое моделирование

IMPLEMENTATION OF THE CONNECTIONS BETWEEN GEOMETRY AND DRAWING AS THE BASIS FOR FORMING SKILLS IN GRAPHICAL MODELING OF STEREOMETRIC OBJECTS IN SCHOOL

Kuznetsova E.P., Tukholko L.L.

Summary. The necessity of aligning the courses of stereometry and drawing in the education of X grade students in the Republic of Belarus is substantiated. This need arises from the shift in the curriculum, moving the study of the drafting course from the IX grade to a year later. The methodical problems associated with this shift and their causes are described. The main cause is the need to use drawing requirements from the first lessons of stereometry, long before they are introduced in drawing. The requirements for the depiction of lines on a drawing and the general requirements for a drawing of a stereometric object, typical for geometry, are updated. The inadmissibility of ignoring these requirements is emphasized. The teaching techniques are revealed and examples of tasks that ensure the implementation of the connections between geometry and drawing are provided. Among these are: the creation and use of an album of sample images of prisms and pyramids; the creation of image algorithms for different bodies; systematic analysis of images from various print publications and the Internet; conducting diagnostic works on recognizing bodies by horizontal and frontal projections. The implementation of these techniques contributes to the development of critical thinking in students, the formation of their constructive skills and spatial imagination.

Key words: stereometry, drawing, requirements for draft, graphical modeling.

ԽՈՐԱՑՎԱԾ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄ
IN-DEPTH LERNING
УГЛУБЛЕННОЕ ОБУЧЕНИЕ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԻՋՈՑԱՌՈՒՄՆԵՐԸ ՈՐՊԵՍ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ
ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՆԿԱՏՄԱՄԲ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՀԵՏԱՔՐՔՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԱԿՏԻՎԱՑՄԱՆ ՄԻՋՈՑ

Ֆլորա Արբակի Կարապետյան
Հ. Գալստյանի անվան թիվ 83 ավագ դպրոց



Ֆլորա Կարապետյան
մաթեմատիկայի ուսուցչուհի

Հանրահայտ է, որ դպրոցական կյանքում կազմակերպվող տարբեր միջոցառումները՝ ցերեկոյթները, ստուգատեսները, մրցույթները, խաղ-վիկտորինաները, օլիմպիադաները մեծ նշանակություն ունեն ուսուցման գործընթացում: Նման միջոցառումները կարող են նպաստել ուսումնական գործընթացի առջև դրված տարաբնույթ խնդիրների իրականացմանը: Այս աշխատանքի շրջանակներում ես դիտարկելու եմ նշված միջոցառումների միջոցով մաթեմատիկայի նկատմամբ սովորողների հետաքրքրությունների ակտիվացման հարցը: Այդ հարցը կարևորվում է նրանով, որ վերջին ժամանակներում նկատելի է սովորողների որոշ շրջանակի կողմից մաթեմատիկա առարկայի հանդեպ հետաքրքրության նվազում: Դա իհայտ է գալիս հատկապես ավագ դպրոցում, երբ սովորողների մի մասը ընտրելով հումանիտար ուղղվածությամբ ուսուցում՝ փորձում է խուսափել մաթեմատիկա սովորելուց:

Եվ որպեսզի պարզեմ մաթեմատիկական միջոցառումների ազդեցությունը առարկայի նկատմամբ հետաքրքրությունների ակտիվացման խնդրի վրա, կազմակերպեցի «Խաղ-Վիկտորինա» 11-րդ դասարանում սովորող աշակերտների հետ: «Խաղ-Վիկտորինան» նվիրված էր «Մաթեմատիկայի միջազգային օրվան»՝ π թվի ծնունդին: Միջոցառմանը մասնակցում էին դպրոցի չորս 11-րդ դասարանների՝ երկու հումանիտար և երկու տնտեսագիտական հոսքում սովորող աշակերտներ: Վիճակահանության միջոցով սովորողներին բաժանեցինք 3 խմբերի, որոնց հանձնարարվեց համագործակցային մեթոդով կատարել համապատասխան առաջադրանքները: Վիճակահանության արդյունքում խմբերից յուրաքանչյուրում ընդգրկվեց տարբեր դասարաններից առնվազն մեկ սովորող: Սկզբում հումանիտար հոսքում սովորող աշակերտների մոտ մտավախություն կար, թե ինչպե՞ս են հաղթահարելու մրցույթը, սակայն ձևաչափին ծանոթանալուց հետո նրանք ավելի վստահ էին իրենց ուժերի և գիտելիքների վրա: Մրցույթն անցավ շատ ակտիվ և հետաքրքիր պայքարում:

Մրցույթից հետո արդեն կարող էի պարզել թե մաթեմատիկական միջոցառումները իսկապե՞ս բարձրացնում են սովորողների հետաքրքրության մակարդակը: Այդ նպատակով կատարեցի փորձարարական աշխատանք՝ երկու փուլով: Առաջին փուլում սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկայի նկատմամբ ստուգեցի նախքան միջոցառման անցկացումը, իսկ երկրորդ փուլում՝ միջոցառումը անցկացնելուց հետո: Երկու դեպքում էլ տվեցի միևնույն հարցը.

«Որքանո՞վ է մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը հետաքրքիր ձեր համար», որպես պատասխանի ընտրության տարբերակներ նշեցի՝

- ա) անհետաքրքիր է,
- բ) այնքան էլ հետաքրքիր չէ,
- գ) հետաքրքիր է,
- դ) շատ հետաքրքիր է:

Աշակերտների հետաքրքրության մակարդակը պարզելու համար կիրառեցի Վ. Ս. Չերեպանովի կողմից առաջարկվող հետաքրքրության ցուցանիշի որոշման բանաձևը՝
$$Z \approx \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + km_k}{km}$$
, որտեղ՝ m -ը գիտափորձի մասնակիցների թիվն է, իսկ k -ն՝ հետաքրքրության մակարդակների սանդղակի աստիճանների թիվը:

Վ. Ս. Չերեպանովի բանաձևը, կախված իմ փորձի հետ, ունի հետևյալ տեսքը.

$$Z \approx \frac{m_1 + 2m_2 + 3m_3 + 4m_4}{4m}$$

որտեղ՝ $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \leq m$, m -ը գիտափորձի մասնակիցների թիվն է, m_1 -ը՝ այն մասնակիցների, որոնց համար մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը անհետաքրքիր է, m_2 -ը՝ որոնց համար այնքան էլ հետաքրքիր չէ, m_3 -ը՝ որոնց համար հետաքրքիր է, և m_4 -ը՝ այն մասնակիցների, որոնց համար շատ հետաքրքիր է: Ըստ Չերեպանովի սանդղակի, երբ հետաքրքրության ցուցանիշը մոտ է 0-ին՝ *անհետաքրքիր է*, մոտ է 1/3-ին՝

այնքան էլ հետաքրքիր չէ, մոտ է 2/3-ին-հետաքրքիր է, մոտ է 1-ին՝ շատ հետաքրքիր է [1,150]:

Հարցման արդյունքները ներկայացված են հետևյալ աղյուսակում:

	I փորձ		II փորձ		III փորձ	
	Աշակերտների թիվը մինչ միջոցառում անցկացնելը	Աշակերտների թիվը միջոցառումը անցկացնելուց հետո	Աշակերտների թիվը մինչ միջոցառում անցկացնելը	Աշակերտների թիվը միջոցառումը անցկացնելուց հետո	Աշակերտների թիվը մինչ միջոցառում անցկացնելը	Աշակերտների թիվը միջոցառումը անցկացնելուց հետո
m1 - անհետաքրքիր է	3	1	1	0	5	2
m2-այնքան էլ հետաքրքիր չէ	3	1	2	1	6	5
m3-ը հետաքրքիր է	7	9	5	4	8	9
m4- շատ հետաքրքիր է	2	4	4	7	4	7
Արդյունք	$z = \frac{3+2 \cdot 3+3 \cdot 3+4 \cdot 2}{4 \cdot 15} = 0.633$	$z = \frac{1+2 \cdot 1+3 \cdot 9+4 \cdot 4}{4 \cdot 15} = 0.77$	$z = \frac{1+2 \cdot 2+3 \cdot 5+4 \cdot 4}{4 \cdot 12} = 0.75$	$z = \frac{0+2 \cdot 1+3 \cdot 4+4 \cdot 7}{4 \cdot 12} = 0.875$	$z = \frac{5+2 \cdot 6+3 \cdot 8+4 \cdot 4}{4 \cdot 23} = 0.62$	$z = \frac{2+2 \cdot 5+3 \cdot 9+4 \cdot 7}{4 \cdot 23} = 0.73$
Հետաքրքիր է		Շատ հետաքրքիր է	Շատ հետաքրքիր է	Շատ հետաքրքիր է	Հետաքրքիր է	Շատ հետաքրքիր է

Ինչպես երևում է ստացված արդյունքներից, խաղ-վիկտորինայի անցկացումից հետո հետաքրքրության ցուցանիշը բարձրացել է՝ հետաքրքիր լինելուց դարձել է շատ հետաքրքիր: Բիարկե հետաքրքրության այս բարձր ցուցանիշները ստացվել են ոչ հումանիտար խմբի աշակերտների արդյունքների շնորհիվ: Իսկ հումանիտար խմբերի արդյունքների առանձին ուսումնասիրություն չեմ կտարել:

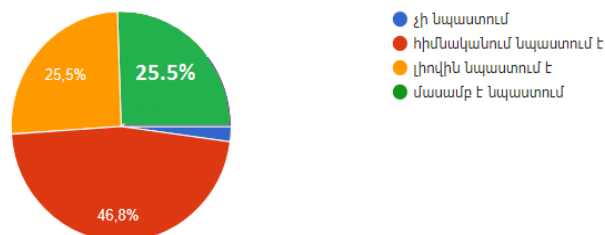
Իմ այս փորձը փաստում է, որ մաթեմատիկական միջոցառումները նպաստում են որպեսզի սովորողները ներգրավվեն և ավելի հետաքրքրվեն առարկայով: Ես փորձեցի պարզել, թե ինչպիսի արդյունք ունեն իմ գործընկերները այդ ուղղությամբ: Կազմեցի երկու հարցաթերթիկ, մեկը ուսուցիչների համար, իսկ մյուսը՝ աշակերտների:

Հարցմանը մասնակցեցին հանրակրթության հիմնական, միջնակարգ և ավագ դպրոցում, դասավանդող շուրջ 47 ուսուցիչներ և 61 սովորողներ:

Ուսուցիչների համար նախատեսված հարցերը և պատասխանները ներկայացնում եմ նկարի տեսքով.

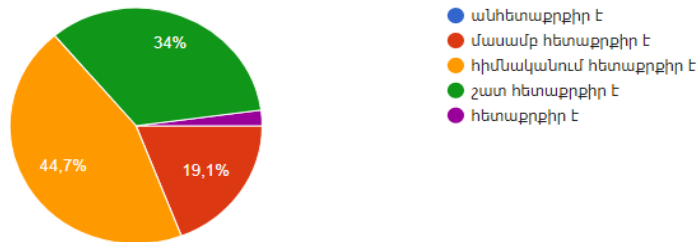
Որքանով են մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը նպաստում սովորողների ներգրավվածությանը մաթեմատիկայի դասերին

47 պատասխան



«Որքանո՞վ են մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը նպաստում սովորողների ներգրավվածությանը մաթեմատիկայի դասերին» հարցին՝ հարցմանը մասնակցած 47 ուսուցիչների 2,1%-ը (1 մասնակից) պատասխանել էր «Չի նպաստում», 25,5%-ը (12 մասնակից) պատասխանել էին «Մասամբ է նպաստում», 25,5%-ը (12 մասնակից)՝ «Լիովին նպաստում է», 46,8%-ը (22 մասնակից)՝ «Հիմնականում նպաստում է»:

Որքանո՞վ են մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը հետաքրքիր սովորողների համար:
47 պատասխան

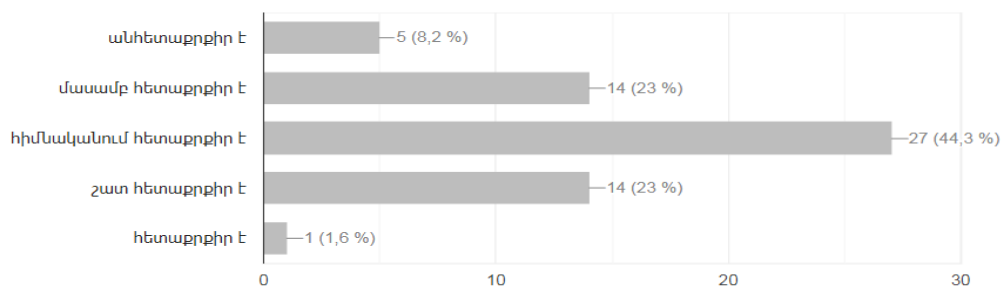


«Որքանո՞վ են մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը հետաքրքիր սովորողների համար» հարցին՝ հարցմանը մասնակցած 47 ուսուցիչներից ոչ մեկը «Անհետաքրքիր է» պատասխան չէր նշել, մեկ մասնակից 2,1%-ը պատասխանել էր «Հետաքրքիր է», 19,1%-ը (9 մասնակից) պատասխանել էր «Մասամբ հետաքրքիր է», 34%-ը (16 մասնակից)՝ «Շատ հետաքրքիր է», 44,7%-ը (21 մասնակից)՝ «Հիմնականում հետաքրքիր է»:

Այսպիսով՝ ուսուցիչների հարցման արդյունքում պարզ է դառնում, որ մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը հետաքրքիր են սովորողների համար և հիմնականում նպաստում են սովորողների ներգրավվածությանը մաթեմատիկայի դասերին:

Աշակերտների հարցաշարը և պատասխանները դիագրամներով, տոկոսներով:

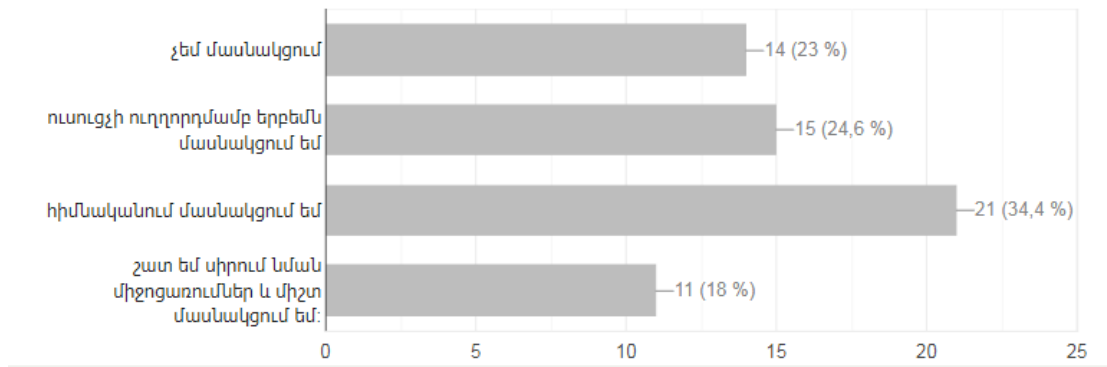
«Որքանո՞վ է մաթեմատիկայի դասաժամերը հետաքրքիր ձեզ համար»



«Որքանո՞վ է մաթեմատիկայի դասաժամերը հետաքրքիր ձեզ համար» հարցին՝ հարցմանը մասնակցած 61 աշակերտների 8,2%-ը (5 մասնակից) պատասխանել էր «անհետաքրքիր է», 23%-ը (14 մասնակից) պատասխանել էր

«Մասամբ հետաքրքիր է», 23%-ը (14 մասնակից)՝ «շատ հետաքրքիր է», 1,6%-ը (1 մասնակից)՝ «հետաքրքիր է», 44,3%-ը (27 մասնակից)՝ «Հիմնականում հետաքրքիր է»:

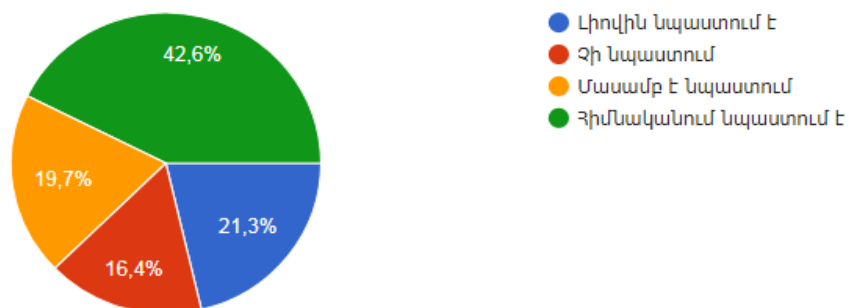
Հաճախ եք մասնակցում մաթեմատիկական միջոցառումներին, նախագծերին, մրցույթներին:



«Հաճախ եք մասնակցում մաթեմատիկական միջոցառումներին, նախագծերին, մրցույթներին» հարցին՝ հարցմանը մասնակցած 61 աշակերտների 23%-ը (14 մասնակից) պատասխանել էր «չեմ մասնակցում», 24,6%-ը (15 մասնակից) պատասխանել էր «ուսուցչի ուղղորդմամբ երբեմն մասնակցում եմ», 34,4%-ը (21 մասնակից)՝ «հիմնականում մասնակցում եմ», 18%-ը (11 մասնակից)՝ «շատ եմ սիրում նման միջոցառումներ և միշտ մասնակցում եմ»:

Որքանով են մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը նպաստում ձեր ներգրավվածությանը մաթեմատիկայի դասերին:

61 պատասխան



«Որքանով են մաթեմատիկական միջոցառումները, նախագծերը, բաց դասերը նպաստում ձեր ներգրավվածությանը մաթեմատիկայի դասերին» հարցին՝ հարցմանը մասնակցած 61 աշակերտների 16,4%-ը (10 մասնակից) պատասխանել էր «չի նպաստում», 21,3%-ը (13 մասնակից) պատասխանել էր «լիովին նպաստում է», 19,7%-ը (12 մասնակից)՝ «մասամբ նպաստում է», 42,6%-ը (26 մասնակից)՝ «հիմնականում նպաստում է»:

Այսպիսով՝ աշակերտների հարցման արդյունքում պարզ է դառնում, որ գրեթե 33%-ի մոտ մաթեմատիկայի դասաժամերը այնքան էլ հետաքրքիր չեն, և մաթեմատիկական միջոցառումներին, նախագծերին, մրցույթներին հաճախ չեն մասնակցում: Ուստի անհրաժեշտ է նմանատիպ միջոցառումներ հաճախ կազմակերպել և ընտրել այնպիսի թեմաներ, որոնք կներգրավեն այդ սովորողներին ու կբավարարեն նրանց հետաքրքրությունները և կբարելավվեն մաթեմատիկական գիտելիքները:

Թե՛ ուսուցիչների և թե՛ աշակերտների համար առկա էր մեկ ընդհանրական հարց՝ «Եթե ունեք այլ տեսակետ, կարծիք մաթեմատիկական միջոցառումների հետ կապված, խնդրում ենք նշել»: Ուսուցիչները այս հարցին տարբեր պատասխաններ էին տվել. մի մասը դժգոհ էր, որ նախագծային աշխատանքներ են ավելացել և ծանրաբեռնվել է ուսուցչի աշխատանքը և նշել էին, որ «Չլինի ու հանել բոլորը», մյուս մասը՝ ընդհակառակը, մեծ ոգևորությամբ իրականացնում են նմանատիպ միջոցառումներ և նշում են, որ նույնիսկ անհրաժեշտ են սովորողների համընդհանուր զարգացման համար, մյուս մասը ցանկանում էին, որ տրամադրեն հետաքրքիր ծրագրեր: Իսկ աշակերտները հիմնականում պատասխանել էին, որ մաթեմատիկական միջոցառումները շատ սակավ են և ցանկանում են հաճախ իրականացնել:

Այսպիսով՝ անհրաժեշտ է ուսուցչի համար նախատեսված ձեռնարկներում, մեթոդական ուղեցույցներում, ընդգրկել ուսուցչի աշխատանքին նպաստող տարաբնույթ միջոցառումների (ցերեկույթների, մրցույթների) մասին տեղեկություններ, խորհուրդներ և ցուցումներ, որոնք կուղղորդեն ինչպես սկսնակ ուսուցիչներին, այնպես էլ փորձառու ուսուցիչներին ավելի արդյունավետ կազմակերպելու և իրականացնելու մաթեմատիկական միջոցառումները, որոնց առկայությունն էլ կնպաստի առարկայական չափորոշչով սահմանված հանրակրթության բովանդակության բաղադրիչների՝ գիտելիքի, հմտության, դիրքորոշման և արժեքի ձևավորմանը [2, կետ13]:

Նման միջոցառումների արդյունավետ իրականացումը սովորողների մոտ սեր կառաջացնի դեպի մաթեմատիկան, կնպաստի կայուն գիտելիքների ձեռքբերմանը, մաթեմատիկայի դասերը գրավիչ դարձնելուն: Ուստի անհրաժեշտ է, որ հատկապես մաթեմատիկայի ուսուցիչը իր դասավանդման ընթացքում ուշադրություն դարձնի ոչ միայն բաց դասերին, այլև տարատեսակ միջոցառումներին, որոնք օգտակար կլինեն տարբեր կարողություններ ու հակումներ ունեցող սովորողների համար:

Ուստի, կարող ենք փաստել, որ դպրոցական միջոցառումները շատ կարևոր են սովորողների կյանքում: Դրանք ակտիվացնում են սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկայի նկատմամբ, մեծացնում նրանց ներգրավվածությունը ուսումնական գործընթացին:

Գրականության ցանկ

1. *Черепанов В.С. (1980). Экспертные методы в педагогических исследованиях. М.: Педагогика, 1980. 150 с.*

2. <https://www.arlis.am/> (2021). Հանրակրթության Պետական Չափորոշիչ և առարկայական չափորոշիչ և ծրագիր, Հավելված N 2, ՀՀ կառավարության 2021 թվականի փետրվարի 4-ի N 136-Ն որոշման, 09.02.2021 հավաստված է էլեկտրոնային ստորագրությամբ:

**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄԻՋՈՑԱԴՈՒՄՆԵՐԸ ՈՐՊԵՍ ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ
ՆԿԱՏՄԱՍԲ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՀԵՏԱՔՐՔՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿՏԻՎԱՑՄԱՆ ՄԻՋՈՑ
*Կարապետյան Ֆլորա Արթակի***

Ամփոփում: Աշխատանքում դիտարկվում է մաթեմատիկական միջոցառումները որպես ուսումնական գործընթացի նկատմամբ սովորողների ներգրավվածության մեծացման և հետաքրքրությունների ակտիվացման գործոն ծառայելու խնդիրը: Խնդրի ակտուալությունը կապված է ՀՀ հանրակրթական դպրոցի հիմնականում հումանիտար հոսքերում մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրությունների նվազման կամ բացակայության հարցի հետ: Որպես արտադասարանական միջոցառում է ընտրված π թվի մասին խաղ վիկտորինան: Չերեպանովի մեթոդիկայով ստուգվում է սովորողների հետաքրքրության ցուցանիշը նախքան այդ խաղ-վիկտորինայի անցկացումը և ապա՝ նաև անցկացումից հոտո: Հարցման արդյունքներից պարզվում է, որ մաթեմատիկայի նկատմամբ սովորողների հետաքրքրության ցուցանիշը հետաքրքրականից բարձրացել է և դարձել շատ հետաքրքրական: Ուսումնասիրվել և ներկայացվում է նաև այդ ուղղությամբ մաթեմատիկայի ուսուցիչների փորձը, որի արդյունքները ևս հաստատում են մաթեմատիկական միջոցառումների դրական ազդեցությունը ինչպես ուսումնական գործընթացում սովորողների ներգրավվածության մեծացման, այնպես էլ այդ գործընթացի նկատմամբ հետաքրքրությունների ակտիվացման հարցում: Աշխատանքում ներկայացվում է նաև մաթեմատիկական միջոցառումների նկատմամբ աշակերտական միջավայրի հետաքրքրությունը, ինչի նկատմամբ դրականորեն է արտահատվում հարցվող աշակերտների կեսից զգալիորեն ավելին: Ուսումնասիրությունը հիմնականում կատարվել է ավագ դպրոցի շրջանակներում:

Բանալի բառեր: Մաթեմատիկական կրթություն, հետաքրքրություն, մաթեմատիկական միջոցառում:

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕРОПРИЯТИЯ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА
УЧАЩИХСЯ К УЧЕБНОМУ ПРОЦЕССУ**

Карапетян Флора Арбаковна

Резюме. В работе рассматривается проведение внеклассных математических мероприятий как фактор повышения интереса к математике и как средство вовлечения учащихся в учебный процесс. Актуальность поставленной задачи обусловлена снижением,

а иногда и отсутствием интереса к математике в общеобразовательных школах РА, в частности в гуманитарных классах старшей школы. В качестве внеклассного мероприятия нами была организована и проведена игра-викторина, посвященная числу π . По методике В.С. Черепанова, был выявлен показатель заинтересованности учащихся до начала игры и после проведения викторины. Опрос учащихся показал, что интерес к математике у старшеклассников поднялся от оценки «интересно» до оценки «очень интересно». Нами изучен также опыт других учителей математики. В результате исследования подтвердилось положительное влияние математических мероприятий как на вовлеченность учеников в учебный процесс, так и на повышение интереса к изучаемому предмету. В работе показана также заинтересованность, которую вызывают подобные мероприятия в среде учащихся. Об этом свидетельствуют положительные отзывы значительной части (больше половины) опрошенных старшеклассников. Все наблюдения были проведены в старшей школе.

Ключевые слова: математическое образование, интерес, математическое мероприятие, игры-викторины.

MATHEMATICAL EVENTS AS A WAY TO ACTIVATE STUDENTS' INTERESTS IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Karapetyan Flora Arbak

Summary. "In this study, the significance of mathematical events as a factor in increasing student engagement in the educational process and stimulating their interest is examined. The urgency of this issue stems from a declining interest in mathematics among students in the humanities in secondary schools in the Republic of Armenia. The chosen mathematical activity was a quiz game centered around the number π . Using Cherepanov's method, the students' interest index was assessed before and after the quiz game. The survey results indicate that students' interest in mathematics shifted from 'interesting' to 'very interesting' after the quiz. Additionally, the experiences of mathematics teachers in this regard were investigated and presented, confirming the positive impact of mathematical events on both increasing student involvement in the educational process and activating their interest. The article also discusses the student community's interest in mathematical activities, which was predominantly positive, with significantly more than half of the surveyed students expressing enthusiasm. Most of the training took place within the secondary school framework.

Key words: math education, interest, math event, quiz games.

ՈՍՏՆԱԿԱՅԻՆ ՔԱՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

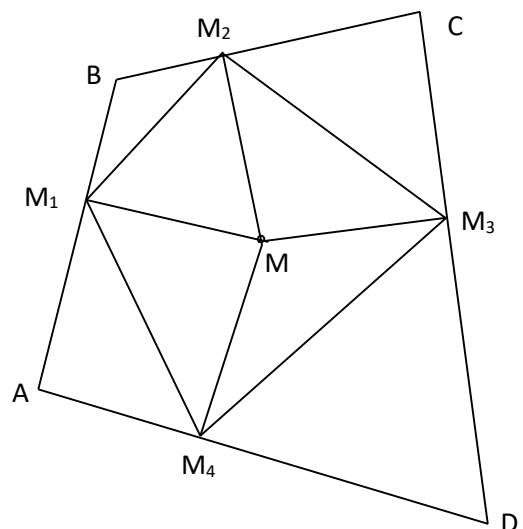
Կոստանյան Ավագ Տեղմանի

Հայկական ԱԵԿ



Կոստանյան Ա. ինժեներ

Մեր նախորդ աշխատանքներում ([1], [2]) ուսումնասիրվել են եռանկյան ոտնակային եռանկյունների երկրաչափության հետ կապված մի շարք խնդիրներ: Հայտնի է ([3], [4]), որ եռանկյան ներքին տիրույթի ցանկացած կետի երրորդ ոտնակային եռանկյունը նման է սկզբնական եռանկյանը: Այստեղից առաջանում է խնդիր. եռանկյան ներքին տիրույթում գտնել կետեր, որոնց առաջին ոտնակային եռանկյունը նման չէ սկզբնական եռանկյանը, իսկ երկրորդը նման է: Այդ խնդիրը մի շարք տարատեսակներով լուծվել է ([1], [2]) աշխատանքներում: Այս խնդրի մոտակա հարթաչափական հանգունակը համանման խնդիր է քառանկյան դեպքում: Հաշվի առնելով եռանկյան ուռուցիկությունը, բնական է սահմանափակվել միայն ուռուցիկ քառանկյունների դիտարկմամբ: Սույն աշխատանքի նպատակն է ներմուծել ուռուցիկ քառանկյան ոտնակային քառանկյունների հասկացությունը և ապացուցել երրորդ ոտնակային եռանկյան մասին թեորեմի հանգունակն այդպիսի քառանկյուններում:



Նկ. 1

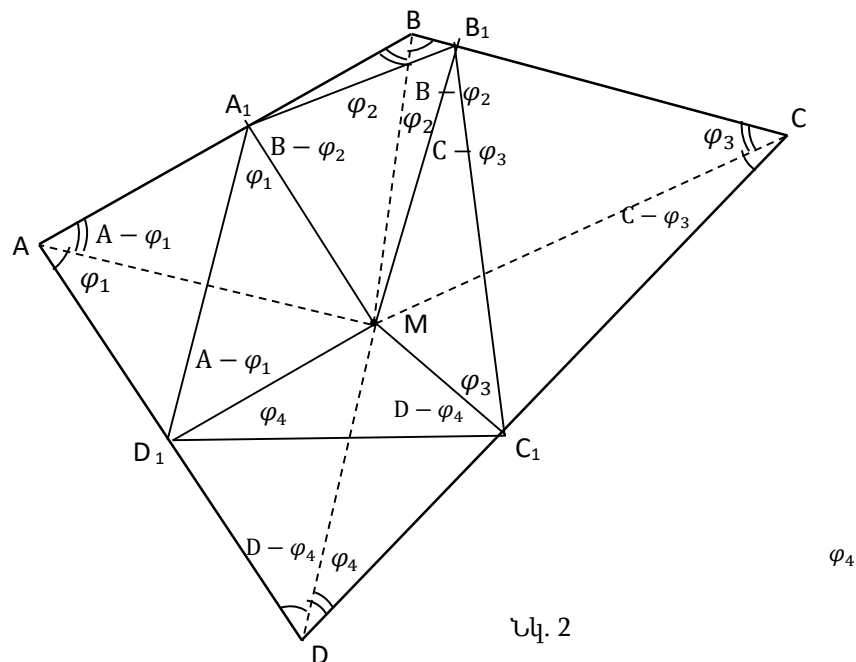
Դիցուք $ABCD$ -ն որևէ ուռուցիկ քառանկյուն է: Վերցնենք դրա ներքին տիրույթի որևէ M կետ, այդ կետից տանենք ուղղահայացներ քառանկյան կողմերին և դրանց M_1, M_2, M_3, M_4 , հիմքերը (գծ.1) հաջորդաբար միացնենք հատվածներով: Ստացված $M_1M_2M_3M_4$ քառանկյունը կոչվում է տրված քառանկյան առաջին ոտնակային քառանկյուն M կետի

նկատմամբ: Շարունակելով, կստանանք այդ քառանկյան երկրորդ, երրորդ, չորրորդ և այլն ոտնակային քառանկյունները: Սույն աշխատանքի նպատակն է ստանալ ոտնակային եռանկյունների մասին հիմնական թեորեմի հանգունակը ուռուցիկ քառանկյունների դեպքում:

Թեորեմ: Կամայական ABCD ուռուցիկ քառանկյան ներքին տիրույթի ցանկացած M կետի չորրորդ ոտնակային քառանկյունը նման է ABCD-ին:

Ապացուցում: Վերցնենք կամայական ABCD ուռուցիկ քառանկյուն (նկ.2): Քառանկյան տիրույթի որևէ M կետում առաջին ոտնակային քառանկյունը կլինի $A_1B_1C_1D_1$ քառանկյունը: M կետը միացնենք ABCD քառանկյան գագաթներին և կատարենք նշանակումներ, ինչպես նշված է նկար 2-ում.

$$(\varphi_1; A - \varphi_1), (\varphi_2; B - \varphi_2), (\varphi_3; C - \varphi_3), (\varphi_4; D - \varphi_4)$$



Կունենանք հետևյալ պարզ արտահայտությունները՝

$$\angle A = (\varphi_1) + (A - \varphi_1), \quad \angle B = (\varphi_2) + (B - \varphi_2),$$

$$\angle C = (\varphi_3) + (C - \varphi_3), \quad \angle D = (\varphi_4) + (D - \varphi_4):$$

Առաջին ոտնակային քառանկյան անկյունները կլինեն՝

$$\angle A_1 = \varphi_1 + B - \varphi_2, \quad \angle B_1 = \varphi_2 + C - \varphi_3,$$

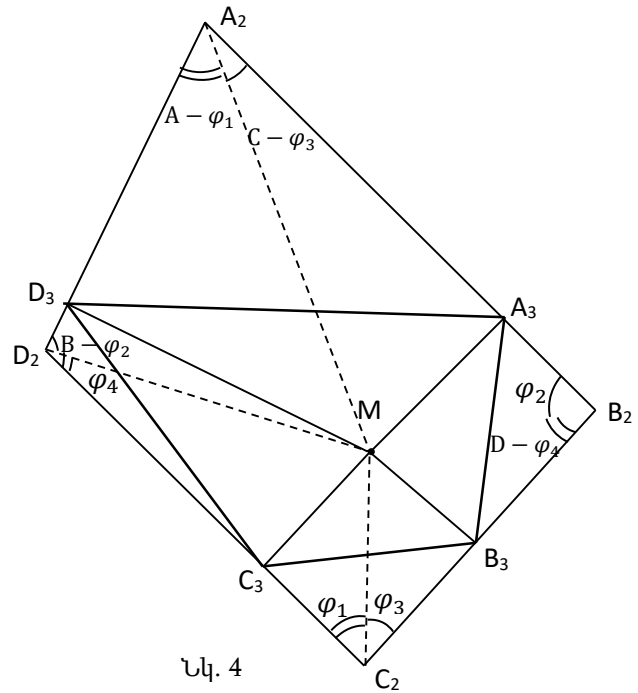
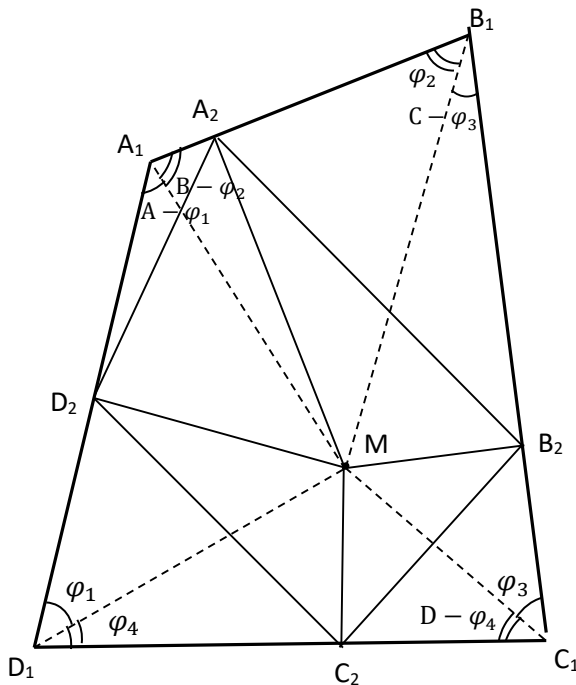
$$\angle C_1 = \varphi_3 + D - \varphi_4, \quad \angle D_1 = \varphi_4 + A - \varphi_1:$$

Համանման ձևով M կետից տանենք ուղղահայացներ $A_1B_1C_1D_1$ քառանկյան կողմերին, որոնց հիմքերը միացնելով կունենանք $A_2B_2C_2D_2$ երկրորդ ոտնակային քառանկյունը (նկ. 3). Ակնհայտ է, $A_2B_2C_2D_2$ քառանկյան անկյունները կլինեն՝

$$\angle A_2 = \varphi_1 + C - \varphi_3, \quad \angle B_2 = \varphi_2 + D - \varphi_4,$$

$$< C_2 = \varphi_3 + A - \varphi_1, \quad < D_2 = \varphi_4 + B - \varphi_2:$$

Կառուցենք երրորդ և չորրորդ ոտնակային քառանկյունները (նկ.4; 5):



$A_3B_3C_3D_3$ քառանկյան անկյուններն են՝
 $< A_3 = \varphi_1 + D - \varphi_4, \quad < B_3 = \varphi_2 + A - \varphi_1,$
 $< C_3 = B - \varphi_2 + \varphi_3, \quad < D_3 = \varphi_4 + C - \varphi_3:$

Այստեղից երևում է, որ

$$< A_4 = \varphi_1 + A - \varphi_1, \quad < A_4 = < A,$$

$$< B_4 = < B, \quad < C_4 = < C \quad \text{և} \quad < D_4 = < D, \quad \text{ուրեմն}$$

քառանկյուն $A_4B_4C_4D_4$ -ը (նկ. 5) նման է

քառանկյուն $ABCD$ -ին: Թեորեմն ապացուցված է:

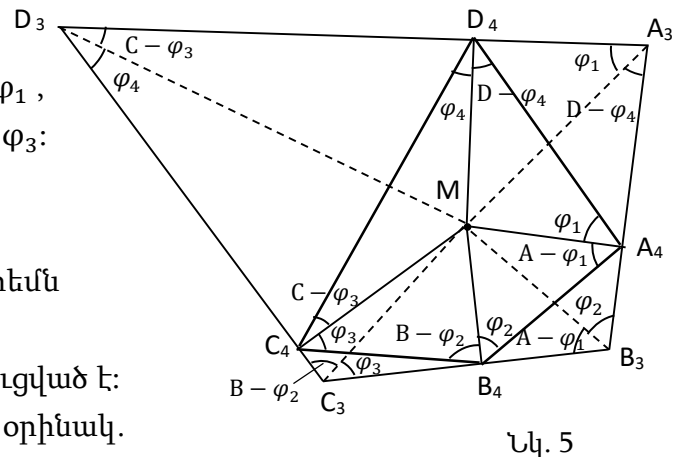
Դիտարկենք ոտնակային քառանկյան մի օրինակ.

Թեորեմ: Եթե $ABCD$ քառանկյան հարևան անկյունների մեծությունների

գումարը հավասար է 180° -ի, ապա այդ քառանկյան անկյունագծերի հատման կետի նկատմամբ երկրորդ ոտնակային քառանկյունը նման է $ABCD$ -ին:

Ապացուցում: Դիցուք $ABCD$ քառանկյան մեջ $< A + < B = 180^\circ$ -ի, բնականաբար կունենանք $< C + < D = 180^\circ$ -ի: Անկյունագծերով որոշվող անկյունների մեծությունները նշանակենք $(\varphi_1: A - \varphi_1), (\varphi_2: B - \varphi_2), (\varphi_3: C - \varphi_3)$ և $(\varphi_4: D - \varphi_4)$:

Հաշվելով երկրորդ ոտնակային քառանկյան անկյունների մեծությունները, կունենանք



$$A_2 = \varphi_1 + C - \varphi_3, \quad B_2 = \varphi_2 + D - \varphi_4, \quad C_2 = \varphi_3 + A - \varphi_1 \quad \text{և} \quad D_2 = \varphi_4 + B - \varphi_2:$$

Քանի որ ունակային կետը համընկնում է անկյունագծերի հատման կետին, ուստի $\varphi_1 + C - \varphi_3 = 180 - D$; $\varphi_3 + A - \varphi_1 = 180 - B$; $\varphi_2 + D - \varphi_4 = 180 - A$ իսկ $\varphi_4 + B - \varphi_2 = 180 - C$: Մյուս կողմից $180 - A = B$, իսկ $180 - B = A$ և $180 - D = C$, $180 - C = D$, ուրեմն $A_2 = D$; $B_2 = B$; $C_2 = A$; $D_2 = C$:

Հետևաբար $A_2B_2C_2D_2$ քառանկյունը նման է $ABCD$ քառանկյանը

Նման արդյունք կունենանք, եթե քառանկյան հանդիպակած անկյունների մեծությունների գումարը հավասար է 180° -ի:

Գրականություն

1. Կոստանյան Ա., Ունակային եռանկյան երկրաչափության մասին, «Մաթեմատիկան դպրոցում», 2011, թիվ 1(76):
2. Կոստանյան Ա., Եռանկյան որոշ նշանավոր կետերի առաջին և երկրորդ ունակային եռանկյունների նմանությամբ մասին, «Մաթեմատիկան դպրոցում», 2012, թիվ 2(83):
3. Кокстер Г.С.М., Грейтцер С.Л., Новые встречи с геометрией, Москва, “Наука“, 1978г. 224 стр.
4. Հարությունյան Ս., Երկրաչափություն, մաս 1, Երևան, «Աստղիկ» գրատուն, 2010, 484 էջ:

ՈՏՆԱԿԱՅԻՆ ՔԱՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Կոստանյան Ավագ Տեղմանի

Ամփոփում: Անցած դարի երկրորդ կեսին ներմուծվեց եռանկյան ներքին տիրույթի կամայական ներքին կետի նկատմամբ այդ եռանկյան ունակային եռանկյան հասկացությունը: Ապացուցվել է, որ այդ նույն կետի նկատմամբ երրորդ ունակային եռանկյունը նման է սկզբնականին: Այլ տեղեկություններ ունակային եռանկյան մասին չե եղել: Աշխատանքում մանրամասնորեն ուսումնասիրվում է ունակային եռանկյունների երկրաչափությունը, ստացվել են մի շարք հետաքրքիր արդյունքներ: Հետազոտության հաջորդ փուլում այդ հասկացությունը տարածվել է ուռուցիկ քառանկյունների ընտանիքի վրա: Ներկայացված հոդվածում ապացուցվել է եռանկյունների դեպքի հանգումակը՝ ուռուցիկ քառանկյան ցանկացած ներքին կետի նկատմամբ չորրորդ ունակային քառանկյունը նման է սկզբնականին: Ապացուցված է նաև, որ եթե ուռուցիկ քառանկյան հարևան անկյունների մեծությունների գումարը 180° է, ապա այդ քառանկյան անկյունագծերի հատման կետի նկատմամբ երկրորդ ունակային քառանկյունը նման է սկզբնականին: Ստացված արդյունքները լրացնում են քառանկյունների երկրաչափությունը և կլինեն հետաքրքիր հանրակրթական դպրոցների այն աշակերտների համար, որոնք հետաքրքրվում են երկրաչափությամբ, ինչպես նաև ուսուցիչների և մաթեմատիկայի այլ մասնագետների համար:

Բանալի բառեր. ուռուցիկ քառանկյուն, ունակային քառանկյուն, նմանություն,

О ПЕДАЛЬНЫХ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКАХ

Костанян Аваг Тельманович

Резюме. Во второй половине прошлого столетия было введено понятие педального треугольника по отношению к внутренней точке данного треугольника (Александр Оппенгейм). Было установлено, что третий педальный треугольник по отношению к любой точке плоскости треугольника подобен исходному. Это был единственный результат о педальных треугольниках. Мы изучили подробно геометрию различных педальных треугольников. Например, было доказано существование внутренней точки, по отношению к которой второй педальный треугольник подобен исходному. На данном этапе исследования результаты о треугольниках распространяются на случай четырехугольников. В данной статье доказан аналог теоремы Оппенгейма для четырехугольников: для любой внутренней точки выпуклого четырехугольника четвертый педальный четырехугольник по отношению к этой точке подобен исходному. Кроме того, доказывается, что если сумма величин соседних углов выпуклого четырехугольника равна 180° , то второй педальный четырехугольник по отношению к точке пересечения диагоналей этого четырехугольника подобен исходному. Полученные результаты будут интересны старшеклассникам, интересующимся геометрией, а также учителям и другим специалистам математики

Ключевые слова: выпуклый четырехугольник, педальный четырехугольник, подобие, педальный треугольник..

ABOUT PEDAL QUADRANGLES

Kostanyan Avag Telman

Summary. In the second half of the previous century the concept of the pedal triangle with respect of the interior point for the given triangle was introduced (Alexander Oppenheim). It was established that the third pedal triangle with respect of an arbitrary point is similar to the initial triangle. It was the unique result about pedal triangles. We studied in details the geometry of different pedal triangles. For example, it was proved the existence of the interior point such that the second pedal triangle with respect of the same point is similar to the initial triangle. In the present stage of this research, results about pedal triangle are disseminating for the case of quadrangles. In the present article, we prove the analogue of the Oppenheim's theorem for quadrangles: for any interior point of the convex quadrangle, the fourth pedal quadrangle with respect of this point is similar to the initial quadrangle. Besides, it is proved that if the sum of neighbor angles measures of the convex quadrangle is 180° , then the second pedal quadrangle with respect of the point of intersection of its diagonals is similar to the initial quadrangle. The results obtained will be of interest to high school students interested in geometry, as well as teachers and other mathematics specialists

Key words: convex quadrangle, pedal quadrangle, similarity, pedal triangle.

ՀՈԳԵԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ
ПСИХИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
MENTAL PHENOMENA

ԶԶՎԱՆՔԸ ՈՐՊԵՍ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑԱՆ
ԳՈՐԾՆԹԱՅԻ ՎՐԱ ԱԶԴՈՂ ԲԱՅԱՍԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՆ ԵՎ ՆՐԱ
ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՊԱՏՃԱՌՆԵՐԸ

ORCID 0000-0001-5387-1115

Միքայելյան Համլետ Սուրենի

ՀՊՄՀ



Հ. Մ. Միքայելյան.

մ. գ. դ., Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր

Ներածություն

Կա տեսակետ, որ ուսուցման գործընթացը պետք է հեռու պահել զգվանքից, և սահմանափակել զգվանքի ուսումնասիրությունը: Այս մոտեցումը նման է ժամանակին ԽՍՀՄ-ում գենետիկայի ուսումնասիրության սահմանափակմանը: Եթե կա երևույթ, ապա այն պետք է ուսումնասիրել: Իսկ զգվանքի երևույթը, ինչպես և նրա թույլ ձևերը՝ հակակրանքը, տհաճությունը, լայնորեն առկա են հանրակրթությունում և, մանավանդ, մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ հանրակրթությունում սովորողների զգալի մասը ոչ միայն չի սիրում մաթեմատիկան, այլև ունենում է հուզական մի շարք բացասական ապրումներ նրա ուսուցման գործընթացում, որոնց մեջ աչքի է ընկնում նաև զգվանքը: Հետևաբար, անհրաժեշտ է բացահայտել այդ գործընթացում զգվանքի առաջացման պատճառները և գտնել կանխարգելման ուղիներ:

Զգվանքը ուսումնասիրել է Ք. Իզարդը, ով գտնում է, որ զգվանքը կարող է դրսևորվել հույզերի, մտքերի և գործողությունների միջոցով [4]: Նման դրսևորումներից յուրաքանչյուրի համար նա որոշում է այն հիմնական պատճառները, որոնք զգվանք են առաջացնում, և որոշել է պատճառներից յուրաքանչյուրի կշիռը զգվանքի յուրաքանչյուր տեսակում՝ արտահայտված տոկոսներով:

Սույն աշխատանքում դիտարկում ենք զգվանքի՝ Ք. Իզարդի առաջադրած պատճառները մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Ի տարբերություն Իզարդի, այստեղ հնարավորություն է ստեղծված հետևելու զգվանքի դրսևորումների կախվածությանը աշակերտական առաջադիմություններից:

Մեր ուսումնասիրությունները կատարել ենք հանրապետության տարբեր դպրոցների միջին դպրոցի 7-9-րդ դասարանի աշակերտների հետ: Բաժանվել է հարցաթերթիկ, որտեղ զգվանք առաջացնող յուրաքանչյուր պատճառի համար առաջադրվել է մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում հանդիպող չորս իրադրություն, որոնք կարող են զգվանքի տվյալ պատճառը դառնալ: Հետազոտությանը մասնակցել է ՀՀ գյուղական դպրոցների 107 աշակերտ, որից 23-ը՝ բարձր առաջադիմությամբ, 47-ը՝ միջին առաջադիմությամբ և 37-ը՝ ցածր առաջադիմությամբ:

Զգվանքը և նրա դրսևորումները մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Զգվանքը: Կան զգվանքի տարբեր բնորոշումներ: [1]-ում այն բնորոշվում է որպես ինչ-որ մեկի կամ ինչ-որ բանի նկատմամբ ծայրահեղ հակակրանքի զգացում, ինչ-որ մեկի կամ ինչ-որ բանի կողմից առաջացած նողկանք և զարշանք; [2]-ում զգվանքը բնորոշվում է որպես ուժեղ հակակրանք զգվելի համարվող ինչ-որ բանի՝ համի, հոտի կամ հպման, կամ բարոյապես զգվելի համարվող անձի կամ վարքագծի նկատմամբ: Զգվելի նշանակում է ստոր, շատ տհաճ, զգվանք առաջացնող [3]:

Ըստ էության զգվանքը հույզերի՝

անբավարարություն-դուր չգալ- հակակրանք-տհաճության-զգվանք (1)

շղթայի եզրափակիչ, ամենաուժեղ բացասական հուզական զգացումն է: Նշված շղթան կարելի է դիտել որպես բավարարության հույզերի՝

բավարարություն-դուր գալ-համակրանք-հաճույք-հիացմունք

շղթայի հակադիր շղթա, իսկ զգվանքը՝ որպես հիացմունքի հակադիր հույզ:

Ք. Իզարդը զգվանքը դիտարկում է որպես ինը հենքային հույզերից մեկը: Վաղ մանկության շրջանում զգվանքի ռեակցիան կարելի է ակտիվացնել միայն քիմիական գրգռիչով՝ դառը կամ փչացած սնունդով: Սակայն, մարդը մեծանալուն և սոցիալականացմանը զուգընթաց սովորում է զգվանք զգալ շրջապատող աշխարհի ամենատարբեր առարկաներից և անգամ՝ իրենից [4]:

Ուսուցման գործընթացում հույզերի (1) շղթայի բոլոր օղակները դրսևորվում են լայնորեն: Նրա առաջին օղակի՝ անբավարարության զգացումը կարող է ունենալ

յուրաքանչյուր աշակերտ դասի ցանկացած փուլում. պատրաստվել է դասին, բայց ուսուցիչը իրեն չի հարցնում, ձեռք է բարձրացնում պատասխանելու դասարանին ուղղված ուսուցչի հարցին պատասխանելու՝ դարձյալ հնարավորություն չի ստանում, նոր դասի բացատրության ընթացքում կողքին նստած դասընկերը շեղում է իր ուշադրությունը, նոր դասի վերաբերյալ վարժություններ են լուծում, ինքը մյուսներից հետ չի մնում, բայց գրատախտակի մոտ է հրավիրվում ուրիշը և այլն, և այլն: Բնականաբար բոլոր այս դեպքերում կարող է դրսևորվել նաև շղթայի երկրորդ հույզը՝ դուր չգալը: Աշակերտին դուր չի գա նաև երբ ուսուցիչը հարցնում է այդ դասը, ինքը դասը չգիտի և կանչում է գրատախտակին, փորձում է լրացուցիչ հարցերի միջոցով պատասխան ստանալ նրանից, երբ նա չգիտի այդ հարցերի պատասխանը, երբ դասընկերը չի հուշում իրեն կամ երբ դասընկերը իրենից պահանջում է հուշել, երբ մեջտեղ է գալիս տնայինի արտագրության խնդիր և այլն:

Բոլոր այս դեպքերում աշակերտը կարող է զգալ նաև հակակրանք ուսուցչի կամ համապատասխան գործողություններին մասնակցող իր դասընկերների նկատմամբ: Այդ գործողությունները կարող են լինել նրա համար տհաճ: Շատ ավելի տհաճ կարող են լինել դասը չիմանալու կամ ուսուցչի հանձնարարությունը կատարել չկարողանալու պատճառով նրա անհարկի դիտողությունները, մանավանդ՝ վիրավորանքը: Ուսուցման գործընթացը հղի է նման միջադեպերով:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում հաճախակի են նաև զգվանքի հուզական դրսևորումները: Այստեղ զգվանքը կարող է արտահայտվել պահանջմունքի առարկայի բռնի անջատումը, օտարումը սուբյեկտից: Զգվանքը մարդուն ստիպում է հեռանալ այդ հույզը առաջացնող օբյեկտից: Հուզական այս վիճակը ուսուցման գործընթացում կարող է դրսևորվել ուսուցչի անարդարացի վարմունքի, հիմնականում աշակերտների նկատմամբ ցուցաբերվող կողմնակալ վերաբերմունքի պատճառով: Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում հաճախակի դրսևորվող երևույթ է սա: Այստեղ ուսուցիչը, սովորաբար, ունի իր սիրելի աշակերտները (որոնք շատ չեն) և իր հիմնական ուշադրությունը հատկացնում է այդ աշակերտներին: Իսկ աշակերտների հիմնական զանգվածը դուրս է մնում նրա ուշադրությունից: Պետք է ենթադրել, որ մաթեմատիկայի դասընթացում ներառված նյութի ուսումնասիրությունը, իմացությունը աշակերտը համարում է կարևոր պահանջմունք, քանի որ այդպես է նախատեսված պետական չափորոշիչներով ու ծրագրերով և այն զետեղված է իր դասագրքում: Մաթեմատիկայից օտարվող աշակերտը, համակերպվելով իր կարգավիճակի հետ, միգրացե և գոհ լինելով դրանից, քանի որ ազատվում է աշխատանքների այնպիսի մի ծավալ կատարելուց, ինչպիսին մաթեմատիկայի ուսուցումն է, այնուամենայնիվ թեկուզ և ենթագիտակցորեն զգում է նաև, որ ուսուցիչը իրենից օտարում է իր պահանջմունքի առարկան: Արդյունքում՝ աշակերտների մի զգալի մասը հակակրանք, անգամ զգվանք է զգում դասավանդող ուսուցչի հանդեպ:

Զգվանքի դրսևորման բարոյական կողմը: Զգվանք և (1) շարքի ավելի թույլ բացասական հույզեր կարող են առաջացնել աշակերտի արժանապատվությունը

վիրավորող, նրա նկատմամբ հարգանք չցուցաբերող գործողություններն ու այդ մասին նրա մտքերը: Մարդու նկատմամբ հարգանքը, նրա մարդկային արժանապատվության ճանաչումն է, որի խախտումը ուղղված է մարդուն օտարելու մարդ կոչվելու իր բնական շնորհից: Եվ դրա խախտումը, անկախ նրանից, թե ում կողմից և ինչ պատճառով է կատարվում, առաջացնում է զգվանքի և զայրույթի զգացում: Նման գործողություններ սովորաբար կատարվում են առանձին աշակերտների կողմից՝ իրենց որոշ դասընկերներին ծաղրելու, ձեռ առնելու միջոցով: Ցավով պետք է նշել, որ առանձին դեպքերում ծաղրանքի են ենթարկվում լավ սովորող տղաները իրենց որոշ դասընկերների կողմից հենց լավ սովորելու համար: Իսկ ուսուցիչների կողմից սովորաբար արժանապատվության օտարման կամ անտեսման թիրախ են դառնում մաթեմատիկայից չառաջադիմող աշակերտները:

Բարոյական հաջորդ գործողությունը ու նրա մասին մտքերը, որ զգվանք ու (1) շարքի մյուս հույզերը կարող է առաջացնել, ուսուցչի անարդար վերաբերմունքն է: Այն կարող է դրսևորվել դասի տարբեր փուլերում՝ գնահատման, հարցման, գովասանքի, դիտողության և այլ ձևերով:

Զգվանքի դրսևորման գեղագիտական կողմը: Զգվանք կարող են առաջացնել նաև տգեղի կամ ոչ գեղեցիկի հետ երկարատև կամ պարտադրված շփումները: Մաթեմատիկայի ուսուցման պարագայում այս երևույթը առաջանում է, երբ երևան չի հանվում այդ գործընթացի գեղագիտական կողմը, երբ ուսուցիչը չի ելնում ուսումնական նյութի գեղեցկությունից և դրա էությունը բացահայտող գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշների ներգրավման փոխարեն զբաղվում է հոգնեցուցիչ ու միապաղաղ վարժանքային բնույթի՝ «մաթեմատիկա սովորեցնելու» գործողություններով: Այստեղ անհնար են դառնում նաև գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշների ներգրավման փորձերը. տեխնիկական բնույթ կրող, միապաղաղ նյութը միայն ձանձրույթ կարող է պատճառել դրանով զբաղվողին, չկա հետաքրքրությունը գրգռող ոչ ակնհայտ ճշմարտությունը, ինչի հատնաբերումը կարող է նաև ինտելեկտուալ որոնման կամ լուրջ ջանքերի գործադրման առիթ կամ պատճառ հանդիսանալ [5]: Ուսուցումը դառնում է պարտադրանք: Իսկ պարտադրանքը տհաճ է պարտադրվողի համար, կրկնվելու դեպքում էլ դառնում է զգվելի:

Զգվանքի դրսևորման հոգեբանական կողմը: Բազմազան են զգվանքի դրսևորման հոգեբանական արմատները: Առաջին հերթին դրանք կարող են լինել սովորողների բնավորության առանձին բացասական գծեր՝ պարծենկոտությունը, վախկոտությունը, ցուցամոլությունը և այլն: Առանձին դասընկերների բնավորության այս գծերը կարող են ի հայտ գալ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում և աշակերտի մոտ առաջացնել ինչպես հակակրանքի, այնպես էլ տհաճության ու զգվանքի հուզական դրսևորումներ:

Զգվանքը սերտորեն կապված է հոգեբանական անվտանգության խնդրի հետ: Սովորողի հոգեբանական անվտանգության խախտման դեպքում այլ հույզերի հետ միասին կարող են դրսևորվել նաև (1) շարքի բոլոր հույզերը: Ըստ Timothy R. Clark-ի, հոգեբանական անվտանգությունն այն վիճակն է, որում մարդիկ իրենց զգում են ա.

ներառված, բ. ապահով են սովորելու, գ. ապահով են իրենց ներդրումն ունենալու համար և դ. մարտահրավեր նետել գործերի առկա վիճակից դուրս գալու համար, և այս ամենը առանց որևէ ձևով պատժվելուց վախենալու (Clark, Timothy R., March 2020): Կլարկը հոգեբանական անվտանգությունը պայմանավորում է մարդու պահանջմունքներով. ներառական անվտանգությունը բավարարում է շփման և պատկանելության մարդկային հենքային պահանջմունքներին:

Ներառականության առաջին՝ ներառված լինելու փուլում արդեն կարող են ի հայտ գալ (1) շարքի բոլոր, այդ թվում նաև՝ զգվանքի հույզերը: Դրա հիմնավոր պատճառ կարող է դառնալ առանձին դասընկերների կողմից մերժումը, սոցիալական խմբի, տվյալ դեպքում՝ դասարանի լիարժեք անդամ լինելուց:

Դժվար չէ նկատել, որ հոգեբանական անվտանգության Քլարկի բնորոշման երկրորդ փուլը հանրակրթության բնագավառի համար հանգում է «սովորել սովորել» մանկավարժական հանրահայտ սկզբունքին [5]: Մաթեմատիկական կրթության պարագայում հոգեբանական անվտանգության ապահովումը այստեղ կապված է մի շարք խնդիրների հետ, որոնք ավանդաբար աչքաթող են արվում: Դրանցից կարևորը գիտելիքի և իմացության՝ հասկանալու, կիրառելու, վերլուծելու, համադրելու և գնահատելու մակարդակների փոխհարաբերության հարցն է, առանց որի լուծման, միայն գիտելիքով բավարարվելը կարող է խաղալ անգամ բացասական դեր: Հարցումները ցույց են տալիս, որ աշակերտների ճնշող մեծամասնությունը անտեղյակ է այս իրողությունից: Եվ այսպես կոչված «գիտելիքի կրթությամբ» առաջնորդվող շատ ուսուցիչներ չեն էլ զգում, թե ինչպես են մաթեմատիկայի ուսուցումը «սերտման» վերածում ու դրանով սովորողին օտարում, շեղում առարկան տիրապետելու բնական ճանապարհից, ինչը բնականաբար շատ աշակերտների մոտ առաջացնում է զգվանքի հուզական ապրումներ՝ առանց դրանց առաջացման աղբյուրը ճանաչելու կամ գիտակցելու: Սովորել սովորելու համար կարևոր է նաև մաթեմատիկայի դասագրքից կամ այլ աղբյուրից օգտվել սովորելը: Շատ ու կենտ աշակերտներ կարելի է գտնել, որոնք կարողանում են պատշաճ մոտեցում ցուցաբերել այս հարցում: Արդյունքը՝ ուսումնական անհաջողություններն են ու շատ դեպքերում զգվանքը այդ դասագրքերից՝ դարձյալ առանց պատճառը հասկանալու:

Հոգեբանական անվտանգության Քլարկի բնորոշման երկրորդ փուլը հանրակրթության բնագավառում հանգում է մասնակցությունը ուսումնական գործընթացին՝ սովորելուն [5]: Վեցնենք թեկուզ դասի՝ նոր նյութի հաղորդման փուլը: Նախ, ոչ բոլոր աշակերտներն են հետևում ուսուցչի բացատրություններին, որովհետև ոչ բոլորն են ունակ հասկանալու այդ բացատրությունները: Բնականաբար նման բացատրությունները աշակերտի համար տհաճ են, իսկ երկար տևելու դեպքում՝ զգվելի: Դասին հետևող աշակերտները նույնպես կարող են ունենալ տհաճության զգացումը, եթե մինչև վերջ չեն հասկանում բացատրությունները, հարցեր չեն կարողանում տալ, հաճախ հոգնում են երկարաշունչ բացատրություններին հետևելուց և այլն:

Հոգեբանական անվտանգության Քլարկի բնորոշման չորրորդ փուլում աշակերտը առանց վախենալու առաջարկում է լուծման նոր եղանակ, կասկած է հայտնում լուծման

ճշգրտության վերաբերյալ և այլն [5]: Հարցումները ցույց են տալիս, որ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում հոգեբանական անվտանգության այս էտապի ցուցիչը բարձր է ցածր դասարաններում: 5-6-րդ դասարաններում կազմում է մինչև 80 տոկոս: Բարձր դասարաններում այն կտրուկ անկում է ապրում՝ 7-9-ում հասնելով 20-30 տոկոսի: Այսինքն, սովորողների հիմնական զանգվածին հասու չէ հոգեբանական անվտանգության այս մակարդակը, իսկ մնացածների վարքագիծն ու հուզական ապրումներն էլ պայմանավորված են ուսուցչի մասնագիտական մակարդակից և դիրքորոշումից:

Զգվանքի ուսուցչական ապրումները: Ուսուցման գործընթացում զգվանքի զգացումը կարող է ապրել նաև ուսուցիչը: Ուսուցչի մոտ զգվանք կարող են առաջացնել առաջին հերթին դասը խանգարող աշակերտները. նրանց գործողությունները ուղղված են ինչպես դասը վարելու ուսուցչական պարտականությունների իրականացման, այնպես էլ ուսուցչի արժանապատվության անտեսմանը դեմ:

Ուսուցչի մոտ հակակրանք, տհաճություն, զգվանք առաջացնող բարոյական գործողություն է նաև ստելը, որ հաճախ է դրսևորվում վատ սովորող աշակերտների կողմից: Օրինակ, չառաջադիմող աշակերտը ներկայացնում է տնային աշխատանքը, որում ներառված վարժությունները նա ակնհայտորեն չի կարող լուծել, և պնդում է, որ ինքն է կատարել առաջադրանքը: Կամ աշակերտը դասից բացակայել է և ակնհայտ կեղծ պատճառաբանություն է ներկայացնում:

Ուսուցչի մոտ զգվանք կարող են առաջացնել նաև առանձին աշակերտների վարքագծերի այլ շեղումներ ընդունված բարոյական նորմերից, որոշ դեպքերում՝ շփումներն աշակերտների ծնողների հետ, ուսումնական գործընթացի հետ կապված այլ գործողություններ և մտքեր:

Հույզերը որպես զգվանքի պատճառ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Ք. Իզարդը որպես զգվանքի պատճառ է տեսնում հույզերը, մտքերը և գործողությունները: Դիտարկենք դրանցից յուրաքանչյուրը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Նախ դիտարկենք հույզերը:

Ք. Իզարդը որպես զգվանքի պատճառ դիտարկում է հետևյալ հույզերը և բերում է դրանք զգվանքի պատճառ համարողների տոկոսները հետևյալ կերպ.

- 1) Հոգնածության, թշնամանքի, չհամակրելու զգացում՝ 27,7%;
- 2) Չախողման, անձնական անկարողություն զգացում, չարություն սեփական անձի նկատմամբ, հիասթափություն ինքն իրենից՝ 26,8%;
- 3) Դժգոհություն այլ մարդկանց գործողություններից՝ 17,7%;
- 4) Այլ պատճառներ՝ 27,8%;

Այստեղ դիտարկվող յուրաքանչյուր հույզի համար մենք առաջարկել ենք մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում դրսևորվող իրադրություն, որը կարող է առաջացնել այդ հույզը և զգվանքի պատճառ հանդիսանալ: Մտացված իրադրությունների ցանկը և դրանց տրված աշակերտական պատասխանները՝ տոկոսներով ներկայացված

են հետևյալ աղյուսակով.

Աղյուսակ 1

Հույզերը որպես զգվանքի պատճառ, միջին դպրոց, մասնակիցների թիվը 42

Հույզը	Հարցը	Բարձր առաջադիմությամբ աշակերտներ	Միջին առաջադիմությամբ աշակերտներ	Ցածր առաջադիմությամբ աշակերտներ
1. Դուր չգալու, չհամակրելու, տհաճության զգացում	a) երբ դասընկերդ խնդրում է թույլ տալ արտագրել տնայինը	83%	63%	21%
	b. երբ դասընկերդ պահանջում է օգնել ստուգողականի կատարման ընթացքում	100%	56%	57%
	c. երբ քո պատասխանի ընթացքում դասընկերդ ցուցադրաբար հուշում է իմանալով, որ դու դրա կարիքը չունես	100%	100%	64%
	d. երբ ուսուցչի բացատրությունը չես հասկանում	83%	56%	36%
2. Ձախտղման, անձնական անկարողության զգացում, չարություն սեփական անձի նկատմամբ, հիասթափություն ինքն իրենից	a. մաթեմատիկական խնդրի լուծել չկարողանալը, երբ այն լուծում են շատերը	92%	50%	21%
	b. ուսուցչի տված հարցերը չհասկանալը	83%	25%	14%
	c. մաթեմատիկայի նոր դասի մեջ այնպիսի նյութերի առկայությունը, որոնց վրա հենվում է դասավանդվող նյութը և որոնք դու չգիտես	75%	31%	71%
	d. երբ չես համարձակվում չհասկացածի մասին հարցեր տալ ուսուցչին	67%	38%	29%
3. Դժգոհություն այլ մարդկանց գործողություններից	a. Ձգում ես, որ դասընկերդ քեզ նախանձում է ուսումնական	92%	81%	71%

	հաջողությունների համար			
	բ. Ջգում ես, որ դասընկերդ քեզ անհարգալից է վերաբերվում, արհամարհում է մաթեմատիկայում ունեցած անհաջողությունների համար	100%	100%	100%
	գ. Ջգում ես, որ ուսուցիչը անհարգալից է քո նկատմամբ մաթեմատիկայում անհաջողությունների պատճառով	92%	56%	93%
	դ. Ջգում ես, որ ուսուցիչը անարդար է քո հանդեպ	100%	81%	100%

1. **Դուր չգալու, չհամակրելու, տհաճության զգացումը:** Հուզական այս զգացումը ներկայացրել ենք Իգարդի դիտարկած՝ հոգնածության, թշնամանքի, չհամակրելու զգացման փոխարեն, ինչը ավելի բնական է աշակերտական միջավայրի համար: Առաջադրված չորս հարցադրումներից առաջինը՝ տնայինը արտագրելու խնդրանքը տհաճություն է պատճառում բարձր առաջադիմությամբ աշակերտների մեծամասնությանը, միջին առաջադիմությամբ աշակերտների կեսից ավելին և թույլերի փոքր մասին: Հավանաբար դա բացատրվում է այդ խմբերի մոտ նշված հույզի պատճառ հանդիսացող գործողության կատարման ինտենսիվությամբ: Նույնը կարելի է ասել նաև հաջորդ՝ «Երբ դասընկերդ պահանջում է օգնել ստուգողականի կատարման ընթացքում» հարցադրման վերաբերյալ, որը տհաճություն է պատճառում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր աշակերտներին, իսկ մյուս աշակերտների՝ մոտ կեսին:

Հուշելը տհաճության զգացում է առաջացնում ինչպես բարձր, այնպես էլ միջին առաջադիմությամբ բոլոր աշակերտների և ցածր առաջադիմությամբ աշակերտների կեսից ավելի մոտ: Ուսուցչի բացատրությունը չհասկանալուց տհաճության զգացում է ապրում բարձր առաջադիմությամբ աշակերտների մեծամասնությունը, միջին առաջադիմությամբ աշակերտների մեծ մասը և ցածր առաջադիմությամբ աշակերտների կեսից պակասը: Հավանաբար տհաճություն զգացողները այն աշակերտներն են, որոնք հետևում են ուսուցչի բացատրություններին և աշխատում են հասկանալ դրանք:

Այսպիսով, կարծեք ստացվում է հակասական արդյունք. *տհաճության հուզական ապրումների դրսևորման ինտենսիվությունը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ուղիղ համեմատական է սովորողների ուսումնական առաջադիմություններին:* Իրականում այստեղ ոչ մի հակասություն չկա, քանի որ զգվանքի կամ տհաճության զգացումը առաջանում է ուսումնական գործընթացի բնականոն ընթացքը խաթարող իրողություններից: Իսկ դա ավելի շատ դուր չի գալիս, անհանգստացնում է, տհաճ կամ

զգվելի է հենց ուսումնական գործընթացի արժեքը գիտակցող, դրա հաջողությամբ շահագրգռված աշակերտներին:

2. Ձախտման, անձնական անկարողության զգացում, չարություն սեփական անձի նկատմամբ, հիասթափություն ինքն իրենից: Ք. Իգարդը այս հույզերը դիտում է զգվանքի հիմնական պատճառների շարքում: Մենք դիտարկել ենք մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում հույզերի այս խմբի առաջացմանը նպաստող հիմնական իրադրությունները: «Մաթեմատիկական խնդրի լուծել չկարողանալը, երբ այն լուծում են շատերը» իրադրությունը առաջացնում է հուզական այդ ապրումները բարձր առաջադիմությամբ համարյա բոլոր սովորողների, միջին առաջադիմությամբ սովորողների կեսի և ցածր առաջադիմությամբ աշակերտներից քչերի մոտ: Սա նույնպես բնական պետք է համարել, որովհետև բխում է աշակերտական այդ խմբերի ուսումնական հավակնություններից և իրենց ունակությունների նկատմամբ ունեցած կարծիքից:

Նույնը վերաբերում է նաև հաջորդ երկու՝ «ուսուցչի տված հարցերը չհասկանալու» և «մաթեմատիկայի նոր դասի մեջ այնպիսի նյութերի առկայությանը, որոնց վրա հենվում է դասավանդվող նյութը և որոնք դու չգիտես» իրադրությունների պատճառով դիտարկվող զգացումներն ապրելու հույզերին: Այստեղ էլ հիմնականում հուզական ապրումները վերաբերում են բարձր առաջադիմությամբ սովորողներին: Համապատասխան հուզական ապրումներ են ունենում միջին և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների կեսից պակասը: Միակ բացառությունը երկրորդ հարցադրման դեպքում ցածր առաջադիմությամբ սովորողների հուզական ապրումների բարձր տոկոսն է. ինչը հավանաբար ցույց է տալիս, որ աշակերտական այդ շերտը իր մեծամասնությամբ, այնուամենայնիվ, ուսումնական գործընթացից օտարման պատճառ համարում է նաև իրեն:

Չհասկացածի մասին ուսուցչին հարցեր տալ չհամարձակվելը նույնպես իր նկատմամբ բացասական հուզական ապրումների հանգեցնող իրադրություն է դիտարկում բարձր առաջադիմությամբ սովորողների մեծ մասը, միջինների կեսից պակասը և ցածր առաջադիմություն ունեցողների կեսից ավելի քիչ մասը:

Այսպիսով հույզերի այս խմբի հիմնական հասցեատերը նույնպես բարձր առաջադիմությամբ սովորողներն են: Դա ցույց է տալիս, որ *աշակերտական այս խումբը իրեն դրսևորում է նաև որպես ուսումնական գործընթացի սուբյեկտ, և շեղումը ուսումնական գործընթացից դիտում է որպես անձնական անհաջողություն, օտարում այդ գործընթացից, ինչը չի կարելի ասել մյուս երկու խմբերի մասին:*

3. Դժգոհությունը այլ մարդկանց գործունեություններից: Հուզական այս ապրումները Ք. Իգարդի մոտ մեծ տոկոս չեն կազմում, սակայն ուսումնական գործընթացում դրսևորվում են լայնորեն: «Զգում ես, որ դասընկերներդ քեզ նախանձում են ուսումնական հաջողությունների համար» իրադրությունը տհաճության զգացում է առաջացնում հարցվող բոլոր խմբերի մեծամասնության, իհարկե ավելի շատ բարձր, ապա՝ միջին և այնուհետև՝ ցածր առաջադիմությամբ սովորողների մոտ: Նշված հույզերի առաջացման պատճառ հանդիսացող հաջորդ իրադրությունը վերաբերում է

ուսումնական անհաջողությունների համար դասընկերների կողմից արհամարհանքին հետևող հույզերին, ինչը տհաճություն է առաջացնում բոլոր հարցվածների մոտ: Սա ցույց է տալիս, որ արդեն պատանեկան շրջանում հարգանքը հստակորեն առկան է սովորողների բարոյական գիտակցության մեջ, և մեծ դեր է խաղում նրանց փոխհարաբերություններում: Եվ այդ հասակում արդեն սովորողը ավելի բարձր է դասում մարդկային-բարոյական հիմնարար արժեքները մասնագիտականի համեմատությամբ:

Հետաքրքիր են նույն՝ մաթեմատիկայում ունեցած անհաջողության պատճառով ուսուցչի անհարգալից վերաբերմունքի պատճառով առաջացած հուզական ապրումների տվյալները: Այստեղ արդեն բարձր և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների մեջ կան, թեև շատ քիչ թվով աշակերտներ, որոնց մոտ դա տհաճություն չի առաջացնում: Իսկ միջին առաջադիմությամբ աշակերտների միայն մոտ կեսի մոտ է դա տհաճություն առաջացնում: Հավանաբար սա կարելի է բացատրել նրանով, որ այդպիսի աշակերտները արդարացի են համարում ուսուցչի վերաբերմունքը՝ անհաջողության պատճառ համարելով իրենք իրենց:

Իսկ ընդհանրապես, *այլ մարդկանցից դժգոհության պատճառով առաջացած տհաճության ապրումներում կարծեք աշակերտական միջավայրի շերտավորումը ըստ ուսումնական առաջադիմության մեծ դեր չի խաղում:*

Մտքերը որպես զգվանքի պատճառ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Ք. Իզարդը որպես զգվանքի պատճառ դիտարկում է մտքերի հետևյալ խմբերը և բերում է դրանք զգվանքի պատճառ համարողների տոկոսները:

- 1) Ատելություն, թշնամանք, այլ մարդկանց գործողությունների դատապարտում; 24.6%;
- 2) Մտքեր ձախողման, սեփական անկարողության մասին. հիասթափություն ինքն իրենից, զայրույթ ինքն իրենից; 22.3%;
- 3) Պատերազմի, քաղաքականության, ռասիզմի մասին մտքեր; 20.8%;
- 4) Մտքեր գարշահոտ, տհաճ բաների մասին; 14.6%;
- 5) «Կեղտոտ» մտքեր; 4.6%;
- 6) Մենակության, մեկուսացման, մերժման մտքեր; 3.8%;
- 7) Այլ մտքեր; 5.4%;

Նախ Իզարդի կողմից 3-6 կետերում դիտարկված մտքերը մենք միավորել ենք և ուսումնական գործընթացի համար դիտարկել մտքերի մեկ ընդհանուր՝ «Ուսուցման գործընթացում ուսումնական նյութի հետ առնչություն չունեցող մտքեր» խմբում: Այնուհետև դիտարկվող մտքերի յուրաքանչյուր խմբի համար առաջարկել ենք մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում դրսևորվող իրադրություն, որը կարող է հանգեցնել տվյալ մտքին և զգվանքի պատճառ հանդիսանալ: Ստացված

իրադրությունների ցանկը և դրանց տրված աշակերտական պատասխանները՝ տոկոսներով ներկայացված են 2 աղյուսակով:

Աղյուսակ 2

Մտքերը որպես զգվանքի պատճառ, միջին դպրոց

Մտքերը	Հարցը	Բարձր առաջադիմությամբ աշակերտներ	Միջին առաջադիմությամբ աշակերտներ	Ցածր առաջադիմությամբ աշակերտներ
1. Ատելություն, նախանձ, թշնամանք, այլ մարդկանց գործողությունների դատապարտում	a. իր կամ դասընկերոջ արժանապատվությունը վիրավորող ուսուցչական դիտողության մասին մտածելը	100%	94%	93%
	b. դասընկերոջ կողմից խնդրի չափազանց ինքնատիպ լուծման և ուսուցչի գովասանքի մասին մտածելը	83%	81%	0%
	c. դասընկերոջ կողմից ուսուցչին ակնհայտ սուտ տեղեկություն տալու մասին մտածելը	100%	94%	93%
	d. դասը չիմանալու համար ուսուցչի մոտ արդարանալու միտքը	75%	50%	43%
2. Մտքեր ձախողման, սեփական անկարողության մասին. հիասթափություն ինքն իրենից, զայրույթ ինքն իր դեմ	a. ստուգողականից կամ ուսուցչի հարցումին պատասխանել չկարողանալուց ստացած ցածր գնահատականի մասին միտքը	75%	75%	50%
	b. իմացած դասը պատմել չկարողանալու մասին միտքը	92%	69%	64%
	c. ուսումնական անհաջողության պատճառով ուսուցչից ստացած հանդիմանության մասին միտքը	100%	88%	43%
	d. ուսումնական անհաջողության պատճառով ծնողի հանդիմանության մասին միտքը	100%	88%	64%
3. Ուսուցման գործընթացում ուսումնական	a. դասերը պարտաճանաչ սովորելու համար որոշ	100%	100%	100%

նյութի հետ առնչություն չունեցող մտքեր	աշակերտների կողմից իրեն ծաղրելու մասին մտքերը			
	b. ուսումնական անհաջողությունների համար դասընկերների կողմից իրեն արհամարհելու մասին մտքերը	100%	100%	100%
	c. դասը խանգարելու համար ուսուցչի կողմից քեզ արած դիտողության մասին միտքը, երբ դասը ուրիշն է խանգարել	83%	81%	29%
	d. դասից փախնելու մասին դասընկերների որոշմանը չենթարկվելու մասին միտքը	25%	64%	81%

1. Ատելություն, նախանձ, թշնամանք, այլ մարդկանց գործողությունների դատապարտում: Ք. Իզարդի մոտ նշված բնույթի մտքերը կազմում են զգվանք առաջացնող մտքերի ամենամեծ խումբը: Որպես այս մտքերի առաջացնող պատճառ մենք նախ դիտարկում ենք սովորողի՝ իր կամ դասընկերոջ արժանապատվությունը վիրավորող ուսուցչական դիտողության մասին մտածելը: Եվ այդ մտքերին տրվող տհաճության չափազանց բարձր տոկոսը ցույց է տալիս արժանապատվության վիրավորանքի նկատմամբ աշակերտական վերաբերմունքի մեծ ինտենսիվի մասին: Նշված մտքերին հանգեցնող մյուս իրադրությունը դասընկերոջ կողմից խնդրի չափազանց ինքնատիպ լուծման և ուսուցչի գովասանքի մասին մտածելն է: Այս միտքը փաստորեն խոսում է ավելի շատ նախանձի մասին, ինչը, ըստ հարցումների, ունենում է բարձր և միջին առաջադիմությամբ սովորող աշակերտների ճնշող մեծամասնությունը և որից հետո են ցածր առաջադիմությամբ սովորողները:

Հաջորդ իրադրությունը, որ հանգեցնում է զգվանք առաջացնող մտքերի այս խմբին, դասընկերոջ կողմից ուսուցչին ակնհայտ սուտ տեղեկություն տալու մասին մտածելն է, ինչը տհաճություն է առաջացնում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր աշակերտների և մնացածների ճնշող մեծամասնության մոտ: Իսկ ահա դասը չիմանալու համար ուսուցչի մոտ արդարանալու միտքը ավելի շատ անհանգստացնում է բարձր առաջադիմությամբ աշակերտներին:

Համադրելով դիտարկվող բոլոր իրադրություններում ստացված արդյունքները կարող ենք եզրակացնել, որ *այլոց գործողությունների դատապարտման, ատելության, նախանձի հետևանքով առաջացած մտքերի պատճառով տհաճության ապրումի ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է ուսումնական հաջողություններին: Մասնավորապես, ցածր առաջադիմությամբ սովորողները նմանատիպ առանձին իրադրություններում գրեթե չեն ունենում տհաճության զգացումը:*

2. Մտքեր ձախողման, սեփական անկարողության մասին, հիասթափություն ինքն

իրենից, գայրույթ ինքն իր դեմ: Ք. Իզարդը այս մտքերը դիտում է զգվանք առաջացնող հիմնական մտքերի շարքում: Որպես այս մտքերը առաջացնող իրադրություն մենք դիտարկել ենք մի քանի իրադրություն: Նախ՝ ստուգողականից կամ ուսուցչի հարցումին պատասխանել չկարողանալուց ստացած ցածր գնահատականի մասին միտքը: Այս միտքը սեփական ձախողման կամ ինքն իրենից հիասթափության պատճառ է համարում բարձր և միջին առաջադիմությամբ աշակերտների ճնշող մեծամասնությունը և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների կեսը, ինչն արտահայտում է աշակերտական այդ խմբերի վերաբերմունքը ուսումնական գործընթացի նկատմամբ:

Իմացած դասը պատմել չկարողանալու մասին միտքը գերակշռում է բարձր առաջադիմությամբ աշակերտների մոտ, ինչը նույնպես արտահայտում է դրական վերաբերմունք ուսումնական գործընթացի նկատմամբ:

Ուսումնական անհաջողության պատճառով ուսուցչից ստացած հանդիմանության մասին միտքը զգվանքի առաջացնող մտքերի այս խմբին են վերագրում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր աշակերտները, միջին առաջադիմությամբ աշակերտների ճնշող մեծամասնությունը և ցածր առաջադիմությամբ աշակերտների կեսից պակասը, ինչը արտահայտում է նաև ուսումնական գործընթացի նկատմամբ սովորողների այդ խմբերի ունեցած պատասխանատվության մակարդակը:

Ուսումնական անհաջողության պատճառով ծնողի հանդիմանությանը մասին միտքը առկա է բարձր առաջադիմությամբ սովորողների բոլոր աշակերտների, միջին առաջադիմությամբ սովորողների ճնշող մեծամասնության և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների կեսից ավելիի մոտ: Սա ցույց է տալիս ծնողների առջև պատասխանատվության բարձր զգացումը բարձր և միջին առաջադիմությամբ սովորողների մոտ: Միևնույն ժամանակ, ցածր առաջադիմությամբ սովորողների զգալի մասի համար ուսումնական անհաջողությունները սովորական երևույթ են համարվում նաև ծնողների համար, և այդ ուղղությամբ առաջացած մտքերը նրանց չեն անհանգստացնում կամ էլ նման մտքեր նրանց մոտ չեն առաջանում:

Այսպիսով, *ինչպես ձախողմանը, անկարողությանը, ինքն իրենից հիասթափությանը վերաբերող հույզերի, այնպես էլ այդ հույզերն առաջացնող իրադրությունների վերաբերյալ մտքերի հիմնական հասցեատերը բարձր առաջադիմությամբ սովորողներն են, ինչի բացատրությունը տրվեց նախորդ կետում: Այստեղ նշենք, որ հիշատակված մտքերը համակում են միջին առաջադիմությամբ աշակերտների կեսից ավելիին և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների մոտ կեսին, ինչը պետք է դրական երևույթ համարել:*

3. Ուսուցման գործընթացում ուսումնական նյութի հետ առնչություն չունեցող մտքեր: Զգվանք առաջացնող մտքերի այս խումբը Ք. Իզարդը տրոհում է առանձին ենթախմբերի, որոնցից որոշները կապ չունեն ուսումնական գործընթացի հետ: Այդ պատճառով մենք այստեղ, ինչպես նշեցինք վերևում, դրանք միավորել ենք մեկ խմբի մեջ և դիտարկում ենք իրադրություններ, որոնք սովորողներին հանգեցնում են այդ մտքերին:

Դասերը պարտաճանաչ սովորելու համար որոշ աշակերտների կողմից իրեն

ծաղրելու մասին մտքերը: Այս երևույթը տհաճություն է պատճառում բոլոր աշակերտներին՝ անկախ ուսումնական առաջադիմությունից: Այնուամենայնիվ, չնայած դրան, այն մեզանում գոյություն ունի և որոշակի բացասական ազդեցություն է թողնում ուսումնական գործընթացի վրա: Բոլոր աշակերտների կողմից տհաճության կամ զզվանքի ապրումների պատճառ են դիտվում նաև ուսումնական անհաջողությունների համար դասընկերների կողմից իրեն արհամարհելու մասին մտքերը: Դասը խանգարելու համար ուսուցչի սխալ դիտողության մասին միտքը տհաճություն է պատճառում բարձր և միջին առաջադիմությամբ աշակերտների ճնշող մեծամասնությանը: Իսկ ահա ցածր առաջադիմությամբ աշակերտները հավանաբար ընտելացել են նման դիտողություններին, ինչի պատճառով դրանց մասին մտքերը նրանցից քչերին են անհանգստացնում:

Դասից փախնելու մասին դասընկերների որոշմանը չենթարկվելու մասին միտքը տհաճություն է պատճառում բարձր առաջադիմությամբ սովորողների միայն քառորդ մասին: Այսինքն, մնացած մասը համոզված է իր որոշման իրավացիության մեջ և մտահոգություն չունի այդ մասին: Միջին առաջադիմությամբ սովորողների մոտ արդեն նշված հարաբերակցությունը էապես խախտվում է: Իսկ ցածր առաջադիմությամբ աշակերտները ճնշող մեծամասնությամբ տհաճություն են զգում ընկերների որոշմանը չենթարկվելու մտքից:

Այսպիսով, *ուսումնական գործընթացում ուսումնական նյութի հետ առնչություն չունեցող և զզվանք պատճառող մտքերը լինելով բազմազան, տարբեր կերպ են շաղկապվում ուսումնական առաջադիմությունների հետ: Որոշ իրադրություններում, որոնք կապված են բարոյական ընդհանրական նորմերի խախտման հետ, այդ մտքերը կախված չեն ուսումնական արդյունքներից: Իսկ ահա ուսուցիչ-աշակերտ փոխհարաբերություններում ուղիղ համեմատական են ուսումնական առաջադիմություններին, իսկ աշակերտ-աշակերտ հարաբերություններում՝ հակադարձ համեմատական:*

Գործողությունները որպես զզվանքի պատճառ մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում

Ք. Իզարդը որպես զզվանքի պատճառ դիտարկում է հետևյալ գործողությունները և բերում է դրանք զզվանքի պատճառ համարողների տոկոսները:

1. Ինքնամեղադրանք; 30,8%;
2. Վրիպում, սխալ քայլ; 25.4%;
3. Ոչ պատշաճ արարքներ, որոնք կատարվել են սեփական կամքին հակառակ՝ այլ մարդկանց ազդեցության տակ; 15.4%;
4. Ուրիշների կողմից դատապարտելի գործողություններ; 12.3%;
5. Իրավական կամ բարոյական չափանիշների խախտում; 10.8%;
6. Այլ գործողություններ; 5.4%;

Դիտարկվող մտքերի յուրաքանչյուր խմբի համար մենք առաջարկել ենք մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում դրսևորվող գործողություն, որը կարող է զգվանքի պատճառ հանդիսանալ: Ստացված իրադրությունների ցանկը և դրանց տրված աշակերտական պատասխանները՝ տոկոսներով ներկայացված են 3 աղյուսակով:

Աղյուսակ 3

Գործողությունները որպես զգվանքի պատճառ, միջին դպրոց

Մտքերը	Հարցը	Բարձր առաջադիմությամբ աշակերտներ	Միջին առաջադիմությամբ աշակերտներ	Ցածր առաջադիմությամբ աշակերտներ
1. Ինքնամեղադրանքը	a. դասընկերների անկարգության մասին հայտնում ես ուսուցչին	25%	13%	86%
	b. կարող էիր օգնել դասընկերոջդ, բայց չես օգնել	92%	81%	29%
	c. խնդրի լուծումը գիտես, բայց դասընկերոջդ չես ասում	42%	38%	29%
	d. դասընկերներդ որոշում են փախնել դասից, բայց դու մնում ես դասին	17%	25%	38%
2. Վրիպում, սխալ քայլ	a. ուրիշը խանգարում է դասը, բայց ուսուցիչը սխալմամբ դիտողություն է անում քեզ	92%	81%	21%
	b. ուսուցիչը վիրավորում է քեզ դասին պատրաստ չլինելու համար	0%	25%	21%
	c. տնային աշխատանքը արտագրում ես	100%	69%	29%
	d. դասընկերդ դասը պատասխանելիս հույսը դնում է քո հուշելու վրա	100%	81%	64%
3. Ոչ պատշաճ արարքներ, որոնք կատարվել են սեփական կամքին հակառակ՝ այլ մարդկանց ազդեցության տակ	a. չարախոսությունը դասընկերոջ հաջողությունների մասին	25%	36%	14%
	b. դասից «փախնելը»	20%	25%	64%
	c. դասընկերոջը ծաղրելը	0%	25%	14%
	d. դասընկերների հետ երկար ես խաղացել և	8%	25%	57%

	տնայինը չես հասցրել կատարել			
4. Ուրիշների կողմից դատապարտելի գործողությունները	a. դասընկերոջ պարծենկոտությունը ուսումնական հաջողության համար	83%	81%	79%
	b. հաջողության համար դասընկերոջ ցուցամոլությունը	67%	63%	76%
	c. ուսուցչի անարդար գնահատումը	92%	86%	100%
	d. դասընկերոջ մեծամտությունը արտահայտող գործողությունը	100%	81%	43%
5. Իրավական կամ բարոյական չափանիշների խախտում	a. տնային աշխատանքի արտագրությունը	100%	86%	21%
	b. քննության ժամանակ ծածկագրի օգտագործումը	100%	94%	29%
	c. դասընկերոջը ուսումնական անհաջողության համար ծաղրելը	100%	100%	100%
	d. չարախնդությունը դասընկերոջ ուսումնական անհաջողության համար	100%	100%	100%

1. Ինքնամեղադրանքը: Սա, ըստ Ք. Իգարդի, ամենաշատ զգվանք առաջացնող գործողությունն է: Ուսումնական գործընթացում այն տարբեր կերպ է դրսևորվում կախված սովորողների ուսումնական առաջադիմությունից: Դասընկերների անկարգության մասին ուսուցչին հայտնելու և դասին մասնակցելը, երբ դասընկերները որոշել են փախնել դասից, չի դատապարտում բարձր և միջին առաջադիմությամբ սովորողների ճնշող մեծամասնությունը և, ընդհակառակը, զգվանք է առաջացնում վատ սովորողների մեծամասնության մոտ: Դասընկերոջը չօգնելու գործողության դեպքում արդեն նկատվում է հակառակ պատկերը. այն բացասաբար է գնահատում բարձր և միջին առաջադիմությամբ աշակերտների ճնշող մեծամասնությունը և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների փոքր մասը: Նման պատկեր է նաև խնդրի լուծումը ընկերոջը չհայտնելու գործողությունը:

Այսպիսով, *ինքնամեղադրանքը աշակերտական միջավայրում կախված է սովորողի ուսումնական առաջադիմությունից: Այն ուղիղ համեմատական է ուսումնական առաջադիմությանը աշակերտ-աշակերտ որոշ հարաբերություններում և հակադարձ համեմատական՝ աշակերտ-ուսուցիչ կամ աշակերտ-դասապրոցես հարաբերություններում:*

2. Վրիպում, սխալ քայլ: Ըստ Ք. Իգարդի այս գործողությունը նույնպես զգվանքի նշանակալից պատճառներից է: Աշակերտական միջավայրում նրա դրսևորումը կախված է սովորողների ուսումնական առաջադիմությունից: Հիմնականում այդ կախվածությունը ունի ուղիղ համեմատականության բնույթ: Այդպես են գնահատվում դասը խանգարելու վերաբերյալ աշակերտին արված ուսուցիչի սխալ դիտողության, տնային աշխատանքի արտագրման, հուշելու գործողությունները, որոնք ըստ էության զգվելի են համարում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր աշակերտները, միջին առաջադիմությամբ աշակերտների մեծ մասը և ցածր առաջադիմությամբ աշակերտների շատ փոքր մասը: Իսկ դասին պատրաստ չլինելու համար աշակերտին վիրավորելու ուսուցչական գործողության գնահատումը ունի հակառակ պատկերը. բարձր առաջադիմությամբ աշակերտները դա զգվելի չեն համարում: Զգվելի չեն համարում նաև միջին և վատ առաջադիմությամբ սովորողների շատ փոքր մասը:

Այսպիսով, *ուսումնական գործընթացում վրիպման կամ սխալ քայլի գնահատումը որպես զգվանքի պատճառ նույնպես կախված է սովորողների ուսումնական առաջադիմությունից: Աշակերտ-աշակերտ որոշ երկտեղ հարաբերություններում, անգամ եթե այն ածանցվում է աշակերտ-աշակետ-ուսուցիչ եռակողմ հարաբերությունից, այդ կախվածությունը ուղիղ է, իսկ ուսուցիչ-աշակերտ որոշ երկկողմ հարաբերություններում՝ հակադարձ:*

3. Ոչ պատշաճ արարքներ, որոնք կատարվել են սեփական կամքին հակառակ՝ այլ մարդկանց ազդեցության տակ: Այս արարքները, ըստ Ք. Իգարդի, մեծ տեղ չեն գրավում զգվանք առաջացնող գործողությունների շարքում: Աշակերտական միջավայրում նույնպես սրանք մեծ ազդեցություն չունեն որպես տհաճություն զգվանք առաջացնող գործողություններ, կախված են աշակերտների ուսումնական հաջողություններից և դրսևորվում են տարբեր կերպ՝ կախված դիտարկվող արարքից:

Դասընկերոջ հաջողությունների մասին չարախոսությունը զգվանքի պատճառ է համարում սովորողների կեսից պակասը՝ միջին առաջադիմությամբ, քառորդը՝ բարձր առաջադիմությամբ և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների շատ փոքր մասը: Դասից փախնելը տհաճ է համարում բարձր և միջին առաջադիմությամբ աշակերտների մոտ քառորդը և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների կեսից ավելին: Շատ ցածր է դասընկերոջը ծաղրելը տհաճություն համարող աշակերտների տոկոսը: Հարկ է նկատել, որ այդ երևույթը մեզանում բավականին տարածված է, և հավանաբար աշակերտական այս հասակում բարոյական գիտակցության մակարդակը դեռևս թույլ չի տալիս հասկանալու մարդկային արժանապատվության ոտնահարման հարցում ծաղրելու նշանակությունը:

Դասընկերների հետ երկար խաղալու պատճառով տնային աշխատանքը կատարել չհասցնելը նույնպես տհաճության պատճառ է համարում բարձր առաջադիմությամբ սովորողների չնչին մասը, միջին առաջադիմությամբ սովորողների քառորդը և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների կեսից ավելին: Հավանաբար այստեղ հարցումների

արդյունքները նշելիս սովորողները հաշվի են առել նաև տվյալ գործողության նշանակությունը իրենց պրակտիկայում:

Այսպիսով, *ուրիշների ազդեցության տակ կատարվող ոչ պատշաճ արարքները աշակերտական միջավայրում զգվանքի պատճառ համարողների տոկոսը բավականին ցածր է, ինչի վրա մեր կարծիքով ազդել են հարցվողների տարիքային առանձնահատկությունները՝ կապված բարոյական հասունացման, բարոյական զարգացման մակարդակների հետ:*

4. Ուրիշների կողմից դատապարտելի գործողությունները: Այս գործողությունները, ըստ Ք. Իզարդի, մեծ տեղ չեն գրավում զգվանք առաջացնող արարքների շարքում: Սակայն աշակերտական միջավայրում դրանք կարևոր տեղ են զբաղեցնում: Ուսումնական հաջողությունների համար դասընկերոջ պարծենկոտությունը և, մանավանդ, մեծամտությունն արտահայտող գործողությունը զգվանք է առաջացնում աշակերտական բոլոր խմբերի ճնշող մեծամասնության մոտ, ընդ որում երկու դեպքում էլ զգվանքի ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է ուսումնական առաջադիմությանը: Ցուցամոլությունը նույնպես բացասաբար է գնահատվում և զգվանք է առաջացնում աշակերտական խմբերից յուրաքանչյուրի կեսից ավելիի մոտ: Սակայն այստեղ ավելի հանդուրժող են միջին առաջադիմությամբ սովորողները և բոլորից շատ այդ գործողությունը տհաճություն է պատճառում ցածր առաջադիմությամբ սովորողներին:

Ուսուցչի անարդար գնահատականը նույնպես որպես զգվանքի պատճառ է համարում հարցվողների ճնշող մեծամասնությունը: Այդպես են համարում ցածր առաջադիմությամբ սովորող բոլոր աշակերտները: Հավանաբար նրանց մոտ իրենց ուսումնական անհաջողությունը ոչ թե օբյեկտիվ իրողությունների, այլ ուսուցչի անարդար գնահատման արդյունք է համարվում:

Այսպիսով, *ուսումնական գործընթացի հետ կապված դատապարտելի գործողությունները զգվանք կամ տհաճություն է համարում աշակերտների բոլոր խմբերում սովորողների ճնշող մեծամասնությունը: Աշակերտների կողմից ցուցաբերված նման արարքների որպես զգվանք գնահատողների ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է նրանց ուսումնական առաջադիմությանը, իսկ ուսուցչի կողմից նման արարքը ավելի տհաճ է համարվում ցածր առաջադիմությամբ աշակերտների կողմից:*

5. Իրավական կամ բարոյական չափանիշների խախտումը: Նման գործողությունները մեծ տեղ են զբաղեցնում աշակերտի զգվանք առաջացնող հույզերի պատճառների շարքում, թեև Ք. Իզարդի մոտ պատկերը լրիվ հակառակն է: Այսպես, տնային աշխատանքի արտագրությունը զգվելի են համարում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր հարցվողները և միջին առաջադիմությամբ հարցվողների ճնշող մեծամասնությունը: Բացառություն են կազմում ցածր առաջադիմությամբ սովորողները, որոնց նույնիսկ քառորդից պակասն է միայն այդ գործողությունը տհաճ համարում: Նույն պատկերն է ստացվել նաև քննության ժամանակ ծածկագրի օգտագործման գործողությունը: Դասընկերոջ անհաջողության համար ծաղրելու կամ չարախոսելու

գործողությունները զգվելի են համարում հարցվող բոլոր աշակերտները՝ անկախ ուսումնական առաջադիմությունից:

Այսպիսով, *իրավական չափանիշների խախտումը զգվանքի պատճառ համարելու ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է ուսման առաջադիմությանը: Ընդ որում, այդպես են գտնում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր սովորողները և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների շատ փոքր մասը: Իսկ բարոյական չափանիշների խախտման գնահատման դեպքում աշակերտական խմբերի միջև առկա է կատարյալ համերաշխություն՝ հարցվող բոլոր աշակերտները դրանք համարում են զգվանքի պատճառ: Իրավական և բարոյական մոտեցումների նկատմամբ այս տարբերությունը արդյունք է հայ հասարակական միջավայրի կազմակերպման ավանդական ձևերի:*

Եզրակացություններ

Կատարված ուսումնասիրություններն ու հետազոտական աշխատանքը հնարավորություն են տալիս անելու հետևյալ եզրակացությունները:

1. Զգվանքը և նրա ավելի թույլ տեսակները՝ տհաճությունը, հակակրանքը աշակերտական միջավայրում հաճախ ապրվող հույզերից են:

2. Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում զգվանքի, տհաճության և հակակրանքի պատճառ կարող են դառնալ աշակերտական հույզերը, մտքերը և գործողությունները:

3. Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ինչպես տհաճության հուզական ապրումների, այնպես էլ ձախողման, անձնական անկարողության զգացման, սեփական անձի նկատմամբ չարության, ինքն իրենից հիասթափության զգացումների դրսևորման ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է սովորողների ուսումնական առաջադիմություններին: Իսկ այլ մարդկանցից դժգոհության պատճառով առաջացած տհաճության ապրումներում աշակերտական միջավայրի շերտավորումը՝ ըստ ուսումնական առաջադիմության, մեծ դեր չի խաղում:

4. Այլոց գործողությունների դատապարտման, ատելության, նախանձի, ինչպես նաև անկարողության, ձախողման, ինքն իրենից հիասթափության հետևանքով առաջացած մտքերի պատճառով տհաճության ապրումի ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է ուսումնական հաջողություններին: Մասնավորապես, ցածր առաջադիմությամբ սովորողները նմանատիպ առանձին իրադրություններում գրեթե չեն ունենում տհաճության զգացումը:

Ուսումնական գործընթացում ուսումնական նյութի հետ առնչություն չունեցող և բարոյական ընդհանրական նորմերի խախտման հետ կապված որոշ իրադրությունների վերաբերող զգվանք պատճառող մտքերը կախված չեն ուսումնական արդյունքներից: Դրանք ուսուցիչ-աշակերտ փոխհարաբերություններում ուղիղ համեմատական են ուսումնական առաջադիմություններին, իսկ աշակերտ-աշակերտ հարաբերություններում՝ հակադարձ համեմատական:

5. Ինքնամեղադրանքի գործողությունը աշակերտական միջավայրում կախված է ուսումնական առաջադիմությունից: Այն ուղիղ համեմատական է ուսումնական առաջադիմությանը աշակերտ-աշակերտ որոշ հարաբերություններում և հակադարձ համեմատական՝ աշակերտ-ուսուցիչ կամ աշակերտ-դասապրոցես հարաբերություններում: Մոտավորապես նույնն է պատկերը վրիպման և սխալ քայլի դեպքում:

Ուրիշների ազդեցության տակ կատարվող ոչ պատշաճ արարքները աշակերտական միջավայրում զգվանքի պատճառ համարողների տոկոսը բավականին ցածր է, ինչի վրա ազդել են հարցվողների տարիքային առանձնահատկությունները՝ կապված բարոյական հասունացման, բարոյան զարգացման ոչ բարձր մակարդակների հետ:

Ուսումնական գործընթացի հետ կապված դատապարտելի գործողությունները զգվանք կամ տհաճություն են համարում աշակերտների բոլոր խմբերում սովորողների ճնշող մեծամասնությունը: Աշակերտների կողմից ցուցաբերած նման արարքների որպես զգվանք գնահատականների ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է նրանց ուսումնական առաջադիմությանը, իսկ ուսուցչի կողմից նման արարքը ավելի տհաճ է համարվում ցածր առաջադիմությամբ աշակերտներին:

Իրավական չափանիշների խախտումը զգվանքի պատճառ համարելու ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է ուսման առաջադիմությանը: Ընդ որում, այդպես են գտնում բարձր առաջադիմությամբ բոլոր սովորողները և ցածր առաջադիմությամբ սովորողների շատ փոքր մասը: Իսկ բարոյական չափանիշների խախտման գնահատման դեպքում աշակերտական խմբերի միջև առկա է կատարյալ համերաշխություն՝ հարցվող բոլոր աշակերտները դրանք համարում են զգվանքի պատճառ:

Գրականության ցանկ

1. *APA Dictionary of Psychology 2nd Ed [2015].pdf*, <https://www.docdroid.net/Nj6xnu3/apa-dictionary-of-psychology-2nd-ed-2015-pdf#page=338>.
2. *Большой толковый словарь русских существительных*, <https://gramota.ru/meta/otvrashchenie>
3. *Толковый словарь Даля онлайн*, Даль <https://slovardalja.net/word.php?wordid=22726>
4. *Керол Э. Изард (1999). Психология эмоций, С.-П., 1999.*
5. *Микаелян Г. С. (1999). Эстетические основы математического образования, Монография/Г. С. Микаелян, Под общ. ред. Е. А. Лодатко, Ереван-Черкаскы, 2019 г.*
6. *Микаелян Г.С. (2022). Ценностно-ориентированное обучение математике в условиях цифровизации как фактор психологической безопасности обучающихся, VI международная конференции Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. Красноярск, 20 – 23 сентября 2022 г.*

7. *Clark, Timothy R. (March 2020). The 4 Stages of Psychological Security: Determining the Path to Integration and Innovation. Berrett-Kohler. ISBN 9781523087686. Bloom, B. S. (Ed.), Englehart, M.D Furst, E.j., Hill, W. H. and Krathwohl, D. R. A Taxonomy of Educational Objectives: Handbook I, the Cognitive Domain. New York. 1956.*

**ԶԶՎԱՆՔԸ ՈՐՊԵՍ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՑԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՎՐԱ ԱԶԴՈՂ
ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՆ ԵՎ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՊԱՏՃԱՌՆԵՐԸ**
Միքայելյան Համլետ Սուրենի

Ամփոփում: Զգվանքը (և նրա թույլ ձևերը՝ տհաճությունը, հակակրանքի զգացումը) աշակերտական միջավայրում ամենահաճախ դրսևորվող հուզական ապրումներից է: Զգվանքի պատճառ կարող են դառնալ ինչպես հույզերը, այնպես էլ մտքերը և գործողությունները: Զգվանքի պատճառները հանգամանորեն ուսումնասիրել է Ք. Իզարդը, ով առաջադրել է զգվանքի պատճառ հանդիսացող հիմնական հույզերը, մտքերը և գործողությունները, փորձական ճանապարհով ցույց է տվել առաջադրված այդ պատճառներից յուրաքանչյուրի կշիռը զգվանքի յուրաքանչյուր տեսակում: Սույն աշխատանքում դիտարկվում են զգվանքի՝ Ք. Իզարդի առաջադրած պատճառները մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում: Ի տարբերություն Իզարդի, այստեղ հնարավորություն է ստեղծված հետևելու զգվանքի դրսևորումների կախվածությանը աշակերտական առաջադիմություններից: Ինչպես հույզերի, այնպես էլ մտքերի և գործողությունների պարագայում զգվանքի դրսևորումները հիմնականում կախում ունեն ուսումնական առաջադիմություններից և դրանց ինտենսիվությունը մեծ մասամբ ուղիղ համեմատական են ուսումնական առաջադիմությանը: Դա բացատրվում է նրանով, որ բարձր առաջադիմությամբ սովորողների մեծ մասը իրենց զգում է որպես ուսումնական գործընթացի սուբյեկտ և զգվանք առաջացնող ուսումնական անհաջողությունները դիտում է որպես անձնական անհաջողություն: Ուսումնական հաջողությունների հետ զգվանքի ինտենսիվության կախվածության բնույթը պայմանավորված է նաև ուսումնական գործընթացի մասնակիցներից: Աշակերտ-աշակերտ երկկողմ հարաբերություններում այդ կախվածությունը հիմնականում ուղիղ համեմատական է, իսկ աշակերտ-ուսուցիչ երկկողմ հարաբերություններում՝ հակադարձ համեմատական: **Բանալի բառեր:** Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթաց, հույզեր, զգվանք, տհաճություն, հակակրանք, մտքեր, գործողություններ:

ОТВРАЩЕНИЕ КАК ФАКТОР, НЕГАТИВНО ВЛИЯЮЩЕЕ НА ПРОЦЕСС ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ, И ПРИЧИНЫ ЕГО ВОЗНИКНОВЕНИЯ

Микаелян Гамлет Суренович

Резюме. Отвращение (и его слабые формы - чувство неприятности, антипатии) - одно из наиболее часто проявляющихся эмоциональных чувств в студенческой среде. Отвращение может быть вызвано чувствами, мыслями и действиями. Причины отвращения были изучены К. Изардом, который предложил основные чувства, мысли и действия, вызывающие отвращение и экспериментально продемонстрировал вес каждой из предложенных им причин в каждом виде отвращения. В данной статье рассматриваются причины отвращения, предложенные Изардом, в процессе обучения математике. В отличие от Изарда, здесь можно наблюдать зависимость проявлений отвращения от успеваемости учащихся. Как и в случае с чувствами, мыслями и действиями, проявление отвращения и его интенсивность во многом зависят от успеваемости и прямо пропорциональны успеваемости учащихся. Это объясняется тем, что большинство успешных студентов ощущают себя субъектами образовательного процесса и рассматривают учебные неудачи, вызывающие отвращение, как личностные неудачи. Характер зависимости интенсивности отвращения от учебных успехов определяется также участниками образовательного процесса. В двусторонних отношениях ученик-ученик эта зависимость обычно прямо пропорциональна, тогда как в двусторонних отношениях ученик-учитель она обратно пропорциональна.

Ключевые слова. Процесс обучения математике, эмоции, отвращение, неприятность, неприязнь, мысли, действия.

DISGUST AS A FACTOR NEGATIVELY INFLUENCED ON THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS AND REASONS FOR THE APPEARANCE

Mikaelian Hamlet Suren

Summary. Disgust (and its weak forms - a feeling of unpleasantness, antipathy) is one of the most frequently manifested emotional feelings in a student environment. Disgust can be caused by feelings, thoughts and actions. The causes of disgust have been carefully studied by K. Izard, who proposed the basic feelings, thoughts and actions that cause disgust, and experimentally demonstrated the weight of each of his proposed reasons in each type of disgust. In this paper, the causes of disgust proposed by Izard are considered in the process of teaching mathematics. Unlike Izard, here it is possible to observe the dependence of manifestations of disgust on students' performance. As in the case of feelings, thoughts and actions, the manifestation of disgust and its intensity largely depend on academic performance and is directly proportional to the performance of students. This is explained by the fact that most successful students feel

themselves to be subjects of the educational process and consider educational failures that cause disgust as personal failures. The nature of the dependence of the intensity of disgust on educational success is also determined by the participants in the educational process. In bilateral student-student relationships this relationship is generally directly proportional, while in bilateral student-teacher relationships it is inversely proportional.

Key words. The process of learning mathematics, emotions, disgust, unpleasantness, hostility, thoughts, actions.

Mathematics in school

Математика в школе

Մաթեմատիկան ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Գիտամեթոդական ամսագիր
Scientific methodical journal
Научно-методический журнал

ISSN 1829-4111

№ 4 (117) 2024



ՀԱՍՏ Երևան, Խանջյան 5, 314 սենյակ
ASPU Yerevan, Khanjyan 5, room 314
АГПУ Ереван, Ханджяна 5, комната 314
<https://mathinschool.aspu.am/>
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

