ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ՈՐՈՇ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

[1]Համլետ Սուրենի Միքայելյան, [2]Արաքսյա Տիգրանի Մկրտչյան, [3]Սյուզաննա Գրիգորի Հակոբյան

ՀՊՄՀ, Մաթեմատիկայի և նրա դասավանդման մեթոդիկայի ամբիոն

[1] պրոֆեսոր, [2]Դոցենտ, [3]մագիստրոս

Հ.Ս. Միքայելյան. Մանկ. գիտ. դոկտոր, Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր, ՀՀ

Ա.Տ. Մկրտչյան . Մանկ. գիտ.թեկնածու, դոցենտ

Ս.Գ. Հակոբյան. մագիստրոս

Ներածություն

Ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը կարևոր տեղ է զբաղեցնում միջին դպրոցի հանրահաշվի ուսուցման գործընթացում: Այն ըստ էության համընկնելով հանրահաշվական լեզվի համար առանցքային հանդիսացող ռացիոնալ արտահայտության գաղափարի հետ, ներառում է այդ լեզվի բազմաթիվ կարևորագույն թեմաներ և էապես պարզեցնում դրա խոսքային արտահայտման հնարավորությունները: Ինչպես նշված պարզեցումը, այնպես էլ ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ներգրավվածությունը հանրահաշվական լեզվի ամենատարբեր թեմաներում և կիրառական միջավայրում, նրա ուսուցումը ուղեկցում են որոշ առանձնահատկություններով, որոնց ուսումնասիրությունը որոշակի մեթոդական հետաքրքրություն է ներկայացնում և արդիական է:

1. Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման բովանդակային առանձնահատկությունները միջին դպրոցում՝ ըստ դասարանների

Ըստ դասարանների ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման հիմնական առանձնահատկությունը նյութի կառուցվածքի ընդհանուրից դեպի մասնավորը շարադրանքն է: Յոթերորդ դասարանում համապատասխան նյութը դիտարկվում է որպես հանրահաշվական լեզվի հիմնական մաս՝ դիտարկվում են ընդհանրական հանրահաշվական արտահայտությունները և շատ փոփոխականով բազմանդամները, ութերորդ դասարանում՝ իրավիճակը պարզեցվում է ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ներմուծմամբ, իսկ իններորդ դասարանում մոտեցումը կոնկրետացվում է մեկ փոփոխականով բազմանդամների և ռացիոնալ կոտորակների դեպքի համար:

7-րդ դասարան:

Հանրահաշվի լեզուն: Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման սաղմերը սկսվում են հանրահաշվի լեզվի ուսուցման հետ զուգընթաց՝ միջին դպրոցի յոթերորդ դասարանից: Հանրահաշվական արտահայտությունը ոչ այլ ինչ է, քան ռացիոնալ կոտորակ, ինչի բացահայտումը սակայն արվում է հաջորդ դասարանում: Հարկ է նկատել, որ ինչպես «կոտարակ» անվանումը ռացիոնալ կոտորակի հասկացության բնութագրման մեջ, այնպես էլ ռացիոնալ կոտորակների հատկությունները արդյունք են սովորական կոտորակների հետ դրանց նմանությանը: Սակայն հանրահաշվական նյութի ծրագրային բաշխման ընթացքը սովորողին ավելի ընկալելի է դառնում, երբ հանրահաշիվը ներկայանում է որպես լեզու, և հանրահաշվական նյութը նրա լեզվի կառուցման սկզբնական փուլում իրականացվում է մայրենի լեզվի կառուցման հետ զուգահեռների իրականացման ճանապարհով: Վերջինում նյութը զարգանում է «այբուբեն», «բառ», «նախադասություն» հաջորդականությամբ: Հանրահաշվական լեզվում համապատասխան հաջորդականությունը ստանում է եզրույթների՝ «այբուբեն», «արտահայտություն» կամ «հանրահաշվական արտահայտություն» և «բանաձև» տեսքը:

Հանրահաշվի այբուբենը, ի տարբերություն հայոց կամ այլ լեզուների այբուբենների, որոնք սահմանափակ թվով նշանների կամ տառերի բազմություն են կազմում, թվանշանների, լատինական, հունական և այլ լեզուների տառերի և բազմաթիվ սիմվոլների պոտենցիալ անվերջ հաջորդականություն է: Սակայն դպրոցական դասընթացում դիտարկվում է այդ հաջորդականության միայն շատ փոքր մասը, որի հիմնական հատվածը՝ 0-ից մինչև 9 թվանշանները, լատինական և հունական այբուբենների տառերը, գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունները, ինչպես նաև հավասարության և անհավասարության նշանները, փակագծերը, ստորակետը և որոշ այլ նշանների ներմուծումը կատարվում է ի սկզբանե: Հարկ է նկատել, որ լատինական կամ հունական այբուբենների տառերի ներմուծումը որպես անհայտ թվեր, մեծություններ կամ որպես փոփոխականներ հանրահաշվի լեզվի սկզբնավորման և ընկալման ամենակարևոր պահն է և պահանջում է մեթոդական նուրբ մոտեցում: Համապատասխան շարադրանքը կարելի է գտնել [1] դասագրքում: Այն կիրառական ակնառու օրինակների միջոցով հնարավորություն է տալիս ոչ միայն ընկալելի դարձնել հաստատունի և փոփոխականի գաղափարները, այլ էապես ընդլայնում է նյութի կիրառական միջավայրը, նրա վարժությունների համակարգի ընդլայնմանը և սովորողների հետաքրքրությունների բարձրացմանը: Անչափ կարևոր է այն, որ սովորողը գոյականի կամ ածականի համեմատությամբ տեսնում է, որ անհայտը կամ փոփոխականը առկա է ոչ միայն հանրահաշվում, այլև իր մայրենի լեզվում:

Մայրենի լեզվի հետ կատարվող հաջորդ բնական հարցադրումը հանրահաշվի լեզվի կառուցման գործընթացում այդ լեզվի բառերի կառուցումն է: Այստեղ է, որ սովորողը տեսնում է հանրահաշվական լեզվի առանձնահատկությունը՝ նրա պարզության և հստակության մեջ: Ի տարբերություն մայրենի լեզվի բառերի, որոնք տառերի ինչ-որ վերջացող հաջորդականություններ են, չեն ենթարկվում որևէ օրինաչափության, և որոնց իմաստը զետեղված է հաստափոր բառարաններում, հանրահաշվի լեզվի բառերի կազմման համար գոյություն ունեն որոշակի, ոչ բարդ կանոններ, և նրա բառերի իմացության համար որևէ բառարանի կարիք չի զգացվում: Սակայն այստեղ էլ առաջ է գալիս տարբեր բառերի նույնականացման կամ հավասարության խնդիրը, որի արդյունավետ լուծման համար էլ կիրառվում է ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը, և որին մենք կանդրադառնանք առաջիկայում:

Հետևելով մայրենի լեզվի կառուցման ընթացքին, կատարվում է հանրահաշվի լեզվի հաջորդ տարրի՝ նախադասության կառուցումը: Մայրենի լեզվում նախադասությունը բառերի վերջավոր հաջորդականություն է, որն իմաստ է արտահայտում: Այստեղ նույնպես մենք առնչվում ենք անհստակության հետ, քանի որ շատ դեպքերում դժվար է որոշել բառերի հաջորդականության ճշգրիտ իմաստը: Իսկ հանրահաշվի լեզվում պատկերը միանգամայն այլ է՝ հստակ ու պարզ: Կան սիմվոլներ, որոնք կոչվում են պրեդիկատային սիմվոլներ, որոնց օգնությամբ հանրահաշվի հիմնական օբյեկտների՝ հանրահաշվի բառերի կամ հանրահաշվական արտահայտությունների միջոցով կազմվում են նրա նախադասությունները կամ բանաձևերը: Միջին դպրոցում նման սիմվոլներ հավասարության կամ հավասարման և անհավասարության կամ անհավասարման նշաններն են:

Հանրահաշվի դպրոցական փորձը մեզ տալիս է այդ բանաձևերի ներմուծման երկու ճանապարհ: Դրանցից մեկում նշված նշանները և համապատասխան բանաձևերը ներմուծվում են միաժամանակ՝ դրանք շաղկապելով հանրահաշվական գործողություններից յուրաքանչյուրի հետ: Արդյունքում այստեղ համապատասխան հանրահաշվական նյութը բաշխվում է այսպես՝ գումարային հավասարություններ և հավասարումներ, որին հաջորդում է գումարային անհավասարություններին և անհավասարումներին նվիրված նյութը: Այնուհետև համապատասխան բանաձևերի շարադրանքը հաջորդաբար շաղկապվում է հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողությունների հետ: Եվ այս ամբողջը որպես հանրահաշվական լեզվի սկզբնական ու կարևոր մաս, զետեղվում է հանրահաշվի սկզբնավորման փուլում, այսինքն՝ յոթերորդ դասարանի դասընթացում [2]: Մյուս մոտեցումը ավելի տարածված է: Այստեղ հանրահաշվի լեզվի կառուցման առաջին փուլում ներմուծվում են միայն հավասարության և հավասարման վերաբերող բանաձևերը, ինչը մաս է կազմում յոթերորդ դասարանի դասընթացին: Իսկ անհավասարությանը և անհավասարմանը վերաբերող նյութը շարադրվում է որպես մեկ ամբողջություն և տեղափոխվում է հաջորդ դասարանի դասընթաց: ՀՊՉ ներկա տարբերակում նախատեսված է երկրորդ մոտեցումը:

Հավասարության գաղափարի ներմուծումը հնարավորություն է տալիս լուծելու հանրահաշվական հինական օբյեկտների՝ բառերի կամ արտահայտությունների նույնականացման խնդիրը: Այս խնդրի, լուծման համար բացի հավասարությունից առաջադրվուն է նաև նույնության գաղափարը: Սակայն ինչպես նույնականացման խնդիրը, այնպես էլ նշված երկու մոտեցումների նույնականության ապացուցումը տեղափոխվում է հաջորդ դասարաններ:

Յոթերորդ դասարանում է սկզբնավորվում նաև հավասարության հետ կապված բանաձևերի ճշմարտացիության հարցը: Նախ՝ ինչպե՞ս է ստուգվում բանաձևի ճշմարտացիությունը հանրահաշվում: Իրական կյանքում, մայրենի լեզվում կամ այլ գիտություններում ճշմարտության բացահայտման հիմնական միջոցը փորձն է՝ պրակտիկան: Հանրահաշիվը և մաթեմատիկան՝ ընդհանուրում, առաջադրել է ճշմարտության բացահայտման իր եղանակը, որ կոչվում է մաթեմատիկական ապացուցում կամ ուղղակի՝ ապացուցում: Առանց ապացուցման չկա հանրահաշվի բանաձև կամ ճշմարտություն: Հարկ է նկատել, որ ապացուցումը մաթեմատիկայում կատարում է երեք գործառույթ՝ այն թույլ է տալիս հայտնագործել բանաձևը, հաստատել նրա ճշմարտությունը և հնարավոր է դարձնում նրա հասկանալը: Դպրոցական դասընթացում հանրահաշվական բանաձևերի ապացուցման հիմնական ճանապարհները երկուսն են՝ հավասարություններ և անհավասարություններ, որոնց կանդրադառնանք առաջիկայում:

Բազմանդամներ: Բազմանդամները ռացիոնալ կոտորակների ստացման կարևորագույն օբյեկտներն են: Դրանք ստացվում են հանրահաշվի այբուբենի տարերի միջոցով՝ գումարման, հանման և բազմապատկման գործողությունների միջոցով: Իսկ դրանց հարաբերությունների միջոցով ստացվում են ռացիոնալ կոտորակները: Այստեղ անչափ կարևոր է հիշել ռացիոնալ կոտորակների համեմատությունը սովորական կոտորակների հետ, և բազմանդամները խաղում են ամբողջ թվերի դերը. այնպես, ինչպես յուրաքանչյուր սովորական կոտորակ կամ ավելի ճշգրիտ՝ ռացիոնալ թիվ ստացվում է երկու ամբողջ թվերի հարաբերությունների միջոցով, նույն կերպ յուրաքանչյուր ռացիոնալ կոտորակ ստացվում է որպես երկու բազմանդամների հարաբերություն: Եվ ամբողջ թվերի հետ բազմանդամների նմանությունը սրանով չի ավարտվում: Բազմանդամների օղակը չափազանց նման է ամբողջ թվերի օղակին, և վերջինս ցույց է տալիս այն ճանապարհը, որով պետք է շարադրել բազմանդամներին նվիրված նյութը, ինչը կատարվում է յոթերորդ դասարանի հանրահաշվի դասընթացում: Եվ բաժանման գործողության բացակայությունը էապես հեշտացնում է բազմանդամների հետ կատարվող գործողությունների կատարումը և դրանց հատկությունների ուսումնասիրությունը: Միևնույն ժամանակ առանց բաժանման գործողության ստացվող հանրահաշվական օբյեկտների կիրառական միջավայրը բավականին հարուստ է և ամենևին չի նեղացնում սովորողների հետաքրքրությունների շրջանակը:

8-րդ դասարան

Այս դասարանում արդեն ներմուծվում է կոնկրետ ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը: Ուսուցումը ըստ առարկայական չափորոշիչի և օրինակելի ծրագրի ներկայացվում է հետևյալ թեմաներով:

1. **Ռացիոնալ արտահայտություններ և ռացիոնալ կոտորակներ:** Այս թեման առանցքային նշանակություն ունի ռացիոնալ կոտորակների տեսական նյութի ուսուցման տեսանկյունից: Այստեղ նախ պետք է բերել ռացիոնալ կոտորակի հասկացության սահմանումը և ցույց տալ, որ ռացիոնալ կոտորակների հետ կատարվող գործողությունները իրականացվում են ճշգրտորեն նույն կանոններով, ինչ կանոններով իրականացվում են սովորական կոտորակների հետ կատարվող համապատասխան գործողությունները: Պահպանվում են նաև սովորական կոտորակների հետ կատարվող գործողությունների հատկությունները:

Սահմանվում է նաև ռացիոնալ կոտորակների հավասարության գաղափարը, ինչի համար ընտրվում է երկու ճանապարհ: Դրանցից մեկում ռացիոնալ կոտորակների հավասարությունը հանգեցվում է բազմանդամների հավասարության, իսկ վերջիններիս հավասարությունը դիտարկվում է դասական իմաստով՝ որպես դրանց կանոնական տեսքերի համընկնում: Երկրորդ եղանակը հանգում է նույնության գաղափարին: Եվ այստեղ հիմնական արդյունքը այդ երկու մոտեցումների միջոցով ստացված հավասարության և նույնության գաղափարների համընկնելիության դիտարկումն է, որի ապացուցումը սական պարտադիր չի համարվում /[2]-ում համապատասխան ապացուցումը բերվում QR կոդի միջոցով/:

2. **Անհավասարություններ և անհավասարումներ:** Ռացիոնալ կոտորակներին նվիրված հաջորդ նյութը վերաբերում է դպրոցական հանրահաշվի հաջորդ կարևոր բանաձևերի՝ անհավասարության և անհավասարման ուսուցմանը: Նախ բերվում են անհավասարության սահմանումը և նրա հիմնական հատկությունները՝ կապը < և >

նշաններով անհավասարությունների միջև և դրանց առնչությունը գումարման, հանման, հակադիրի բազմապատկման և բաժանման գործողությունների հետ:

Անհավասարումներին նվիրված նյութը հիմնականում վերաբերում է մեկ անհայտով անհավասարումներին, ինչը ամենևին չի նեղացնում գաղափարի կիրառական միջավայրը: Դիտարկվում են անհավասարումների լուծման երեք հնարքներ՝ անհավասարման երկու մասերի գումարում միևնույն թիվը, բազմապատկումով միևնույն դրական և միևնույն բացասական թվով: Որպես օրինակ դիտարկվում են մեկ անհայտով գծային անհավասարումները: Անդրադառնալով նյութի կիրառական միջավայրին՝ հարկ է նշել, որ ընդհանրապես հանրահաշվի դպրոցական դասագրքերում կիրառական միջավայրում մոդելավորվում են բացառապես հավասարմանը նվիրված տեքստային խնդիրները: Բացառություն են կազմում թերևս [3], [4] դասագրքերը:

Հաջորդիվ ներմուծվող՝ բանաձևերի համախմբի և դրա լուծման գաղափարները հնարավորություն են տալիս ներմուծել նաև դպրոցական հանրահաշվի բանաձևերի կարևոր տեսակ՝ ոչ խիստ անհավասարությունները և ոչ խիստ անհավասարումները: Իսկ բանաձևերի համակարգի գաղափարը թույլ է տալիս խոսել նաև զանազան միջակայքերի մասին:

9-րդ դասարան

Այս դասարանում դիտարկվում են ռացիոնալ կոտորակների մի քանի մասնավոր տեսքեր, որոնք տեսական և կիրառական կարևոր նշանակություն ունեն: Դրանք են՝ մեկ փոփոխականով բազմանդամներ, ռացիոնալ հավասարումներ, քառակուսային և ռացիոնալ անհավասարումներ:

Մեկ փոփոխականով բազմանդամներ: Բազմանդամների ուսուցման բովանդակային առանձնահատկություններից մեկը մեկ և շատ փոփոխականներով բազմանդամներին նվիրված նյութերի շարադրման հերթականությունն է դպրոցական հանրահաշվի դասընթացում: Տեսակետներից մեկը նախ մեկ փոփոխականով բազմանդամների տեսության շարադրումն է, ինչը բնականաբար ավելի դյուրին պետք է լինի ընկալման տեսակետից և հիմք հանդիսանա շատ փոփոխականներով բազմանդամներին նվիրված նյութի շարադրման համար: Այդպես էր նախատեսում նաև ՀՀ մաթեմատիկայի նախկին առարկայական պետական չափորոշիչը: Սակայն նոր չափորոշիչով դերերը փոփոխված են, յոթերորդ դասարանում նախատեսվում է շատ փոփոխականով բազմանդամների, իսկ միայն իններորդում՝ մեկ փոփոխականով բազմանդամների ուսուցումը:

Այստեղ նախ տրվում են մեկ փոփոխականով բազմանդամի և նրա հետ փոխկապակցված հասկացությունների սահմանումները և բերվում են կիրառության հնարավոր տիրույթները, որոնցից կարևորները կարող են լինել աճման և նվազման բարդ տոկոսների կարևոր բանաձևերը: Գործողություններին նվիրված նյութը բացի ավանդական գործողություններից ներառում է նաև մնացորդով բաժանման գաղափարը, ինչը հարստացնում է նյութը և ընդգծում թեմայի նմանությունը ամբողջ թվերին վերաբերող նյութին: Այս նյութի հետաքրքիր տեսական կիրառությունը կարող է լինել բազմանդամի բաժանումը երկանդամի վրա և Բեզուի հրաշալի թեորեմը:

Մեկ փոփոխականով բազմանդամների ուսումնասիրության կարևոր փուլերը կապված են նրա արմատների հետ: Այստեղ առանցքային նշանակություն ունի բազմանդամի a արմատ ունենալու և x — a արտադրիչն ունենալու նույնականությունը, ինչը թույլ է տալիս նաև կարևոր եզրակացություն անել կամայական բազմանդամի արմատների թվի մասին:

Ռացիոնալ հավասարումներ: Ռացիոնալ հավասարումը սահմանվում է որպես աջ և ձախ մասերը ռացիոնալ արտահայտություններից կազմված հավասարում և, օգտվելով ռացիոնալ արտահայտությունը ռացիոնալ կոտորակի տեսքով ներկայացնելու հանգամանքից, տրվում է ռացիոնալ հավասարման լուծման ալգորիթմը: Որպես մասնավոր օրինակներ նպատակահարմար է կիրառել երկքառակուսային և քառակուսային բերվող որոշ այլ հավասարումներ: Նախատեսվում է դիտարկել ռացիոնալ հավասարումների համախմբեր և համակարգեր:

Քառակուսային անհավասարումներ: Այս թեմայի ուսուցումը նույնպես կարելի է դիտել որպես ռացիոնալ հավասարումների ուսումնասիրության տրամաբանության շրջանակներում: Քառակուսային անհավասարումների լուծման դիտարկումը նպատակահարմար է դիտարկել նրա մասնավոր տեսքերի՝ ազատ անդամ չպարունակող և միջին անդամ չպարունակող քառակուսային անհավասարումների դիտարկումով: Ընդհանուր տեսքի լուծումը խարսխվում է տարբերիչի և ավագ անդամի նշանների հետ, ինչը ունի հանրահաշվական շատ պարզ բացատրություն:

Քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումները նպատակահարմար է դիտարկել որպես քառակուսային հավասարման և քառակուսային անհավասարման համախմբեր և, հետևաբար, ակնկալվող լուծումը կլինի բաղադրիչ բանաձևերի լուծումների միավորում:

Որպես երկրաչափական մեթոդի կիրառություն նպատակահարմար է դիտարկել միջակայքերի եղանակը, ինչը էապես հեշտացնում է ինչպես քառակուսային անհավասարումների, այնպես էլ քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումների լուծումը: Ավանդաբար կիրառվող պարաբոլի մեթոդի կիրառումը բավականին բարդ է և նպատակահարմար չէ կիրառել միջին դպրոցում: Ծրագիրը նախատեսում է նաև ռացիոնալ անհավասարումների և ռացիոնալ ոչ խիստ անհավասարումների դիտարկում, որոնց լուծումները մեծ մասամբ իրականացվում է միջակայքերի եղանակով:

2. «Ռացիոնալ կոտորակներ» թեմայի առանձնահատուկ դերը հավասարության գաղափարի ուսուցման գործընթացում

Վերևում մենք խոսեցինք հանրահաշվի լեզվի հիմնական օբյեկտների՝ հանրահաշվական կոտորակների նույնականացման խնդրի մասին, ինչը իրականացվում է հավասարության և նույնության հասկացությունների միջոցով: Եվ հավասարության ու նույնության գաղափարների համընկնելու կարևոր փաստի ստուգումը կատարվում է ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ներգրավման միջոցով:

Այս կարևոր փաստի հանգամանալից դիտարկումը և ապացուցումը կարելի է կարդալ [4] աշխատանքում:

3. Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման առանձնահատկությունները հանրահաշվի կիրառական միջավայրում

Շատ հարուստ է ռացիոնալ կոտորակների կիրառական միջավայրը: Ըստ էության այն ընդգրկում է միջին դպրոցի հանրահաշվի կիրառական միջավայրի հիմնական մասը: Եվ հանրահաշվի հետ այլ ուսումնական առարկաների միջառարկայական կապերը նույնպես հիմնականում արտահայտվում են ռացիոնալ կոտորակների ու դրանց հետ շաղկապված նյութերի ուսուցման հետ: Ընդ որում կիրառական միջավայրը ուսումնական նյութի կազմավորման մեջ մասնակցում է երկու եղանակով՝ որպես տեսական նյութի ցուցադրման և մեկնաբանության միջոց և որպես կիրառական միջավայրում առաջացած խնդիրների մոդելավորման և լուծման միջոց:

Առաջին եղանակի կիրառությունները լայնորեն իրագործված են [2], [4], [6] դասագրքերում, որտեղ նախքան նոր հասկացությունների կամ հատկությունների ձևակերպումները ցուցադրվում են դրանց դրսևորումները կիրառական առանձին օրինակների վրա: Դժբախտաբար ԿԳՄՍ նախարարության կողմից դասագրքերի ծավալին ներկայացվող սահմանափակումները թույլ չեն տվել այս կարևոր եղանակը կիրառել նաև հանրահաշվի նոր դասագրքերում:

Երկրորդ եղանակը ունի ավելի լայն ու արդյունավետ կիրառություններ: Հանրահաշվի դասընթացներում ընդգրկված կիրառական խնդիրները հիմնականում վերաբերում են այս եղանակին: Մոդելավորման վերաբերյալ տեսական նյութը կարելի է գտնել [6] դասագրքում, որտեղ համապատասխան թեմատիկ վերնագրի տակ զետեղված է թվերի, տառերի և հանրահաշվական գործողությունների, ինչպես նաև հանրահաշվական մոդելավորմանը նվիրված տեսական նյութ, ինչի յուրացումը անչափ կարևոր է ռացիոնակ կոտորակների և ընդհանրապես հանրահաշվի ուսումնական և կրթական դերի ըմբռնման տեսանկյունից:

Այստեղ հարկ ենք համարում առանձնապես շեշտել գործողությունների մոդելների դիտարկման անհրաժեշտությունը: Սովորողը հստակ պետք է իմանա, թե կիրառական միջավայրում ինչ է նշանակում և ինչ հնարավորություններ է ստեղծում գործողություններից յուրաքանչյուրը: Որ գումարումը նշանակում է ավելացում կամ միավորում, հանումը նշանակում է օտարում կամ համեմատում, բազմապատկումը հնարավորություն է տալիս որոշելու թվի, մեծության կամ առարկայի մասը, ուղղանկյան մակերեսը և ուղղանկյունաձև դասավորված քանակության տարրերի, ինչպես նաև հաջորդաբար, տարբեր եղանակներով կատարվող ընտրությունների ընդհանուր եղանակների թիվը, որ բաժանումը հնարավորություն է ստեղծում դիտարկել տոկոսի, գնի, կշռույթի՝ կիրառական միջավայրի կարևոր գաղափարները: Մասնավորաբար հետաքրքիր ու կարևոր է հանման և բաժանման գործողությունների միջոցով առարկաների համեմատման խնդրի իրագործումը և առաջացած տարբերությունների դիտարկումը:

Անդրադառնանք ռացիոնալ կոտորակների կիրառական միջավայրի խնդիրների բնույթին:

Ա. Հավասարաչափ շարժում: Առաջին հերթին նշենք, որ թեմայի հետ փոխկապակցված նյութերի ուսուցման ողջ ընթացքում նրա կիրառական միջավայրի կարևոր տարր են դառնում և մնում հավասարաչափ շարժումն ու դրա տարբերի դրսևորումները:

Ա1. Իհարկե հիմնականը այստեղ $S = v \cdot t$ պարզագույն բանաձևն է, որն ունի երեք անհայտ կամ պարամետր: Որպեսզի որոշենք դրանք, բավական է ունենալ դրանցից երկուսը կան տեղեկություն երկուսի մասին, իսկ երրորդը կորոշենք $S = v \cdot t$ հավասարության միջոցով: Որպես հայտնի տվյալներ կարող են լինել բանաձևի մեջ մասնակցող անհայտներից ցանկացած երկուսը: Այսպիսով հավասարաչափ շարժման վերաբերյալ մենք կունենանք երեք տիպի խնդիրներ:

Իրավիճակը հաջորդական բարդացումները բերում են այսպիսի իրավիճակների:

Ա2. Երկու վայրերից, որոնց հեռավորությունը S է, իրար հանդեպ միաժամանակ շարժվում են երկու ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են իրար t ժամանակից հետո: Մոդելավորումը՝ $S = t \cdot (v_1 + v_2)$;

Ա3. Երկու վայրերից, որոնց հեռավորությունը S է, իրար հանդեպ շարժվում են երկու ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են իրար առաջինի դուրս գալուց t ժամանակից հետո: Ընդ որում առաջինը $t^{'}$ ժամանակով շուտ էր դուրս եկել: Մոդելավորումը՝ $S = t \cdot v_1 + (t - t^{'})v_2$;

Ա4. Երկու վայրերից, որոնց հեռավորությունը S է, իրար հանդեպ շարժվում են երկու ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և առաջինի դուրս գալուց t ժամանակից հետո նրանց միջև հեռավորությունը $S^{'}$ էր: Ընդ որում առաջինը $t^{'}$ ժամանակով շուտ էր դուրս եկել: Մոդելավորումը՝ $S - S^{'} = t \cdot v_1 + (t - t^{'})v_2$ կամ $S + S' = t \cdot v_1 + (t - t')v_2$:

Նմանատիպ իրավիճակներ կարելի է դիտարկել և մոդելավորել, երբ ավտոմեքենաները շարժվում են հակառակ ուղղություններով, բայց ոչ իրար հանդեպ և նաև երբ ավտոմեքենաները շարժվում են միևնույն ուղղություններով: Երբ ավտոմեքենաները շարժվում են միևնույն ուղղությամբ:

Բ. Հավասարաչափ շարժում շրջանագծով: Այս և մյուս կիրառական իրադրություններում բավարարվենք միայն պարզագույն իրավիճակների դիտարկմամբ: Իրավիճակների բարդեցումները կատարվում են հավասարաչափ շարժմանը նվիրված իրավիճակների նմանությամբ:

Բ1. Եթե S երկարությամբ շրջանաձև ճանապարհով երկու հեծանվորդ շարժվում են իրար հանդեպ՝ առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են յուրաքանչյուր t ժամանակից հետո, ապա կունենանք՝ $S = t \cdot (v_1 + v_2)$;

Բ2. Եթե S երկարությամբ շրջանաձև ճանապարհով երկու հեծանվորդ շարժվում են միևնույն ուղղությամբ՝ առաջինը՝ v_1, երկրորդը՝ v_2 արագություններով և հանդիպում են յուրաքանչյուր t ժամանակից հետո, ապա կունենանք՝ $S = t \cdot |v_1 - v_2|$;

Գ. Ջրավազանը լցվելու և դատարկվելու իրավիճակ:

Գ1. Եթե V ծավալով ջրավազանը լցվում է երկու խողովակով՝ առաջինը՝ = ժամանակի միավորի ընթացքում լցնում է ծավալի v_1 միավոր, երկրորդը՝ v_2 միավոր, և t ժամանակից հետո այն լցվում է, ապա կունենանք՝ $V = t \cdot (v_1 + v_2)$;

Գ2. Եթե V ծավալով ջրավազանը առաջին խողովակով ժամանակի միավորի ընթացքում լցնում է ծավալի v_1 միավոր, երկրորդը ժամանակի միավորի ընթացքում դատարկում է ծավալի v_2 միավոր, և t ժամանակից հետո այն լցվում է, ապա կունենանք՝ $V = t \cdot (v_1 - v_2)$;

Դ. Համատեղ աշխատանք:

Դ1. Եթե միևնույն աշխատանքը բանվորներից մեկը կատարում է t_1 ժամում, մյուսը՝, t_2 ժամում և երկուսով՝ t ժամում, ապա $1/t = 1/t_1 + 1/t_2$

Դ2. Եթե խողովակներից մեկը ջրավազանը լցնում է t_1 ժամում, մյուսը՝, t_2 ժամում և երկուսով այն լցնում են t ժամում, ապա $1/t = 1/t_1 + 1/t_2$

Դ3. Եթե խողովակներից մեկը ջրավազանը լցնում է t_1 ժամում, մյուսը այն դատարկում է,t_2 ժամում և միաժամանակ գործելով երկուսով այն լցնում են t ժամում, ապա $1/t = 1/ t_1 - 1/t_2$

Ե. Խառնուրդներ և համաձուլվածքներ:

Ե1. t_1 աստիճան a լիտր ջուրը խառնեցին t_2 աստիճան b լիտր ջրի հետ, արդյունքում ստանալով t աստիճան ունեցող խառնուրդ: Ունենք՝ $at_1 + bt_2 = t(a + b)$:

Ե2. p_1 տոկոս երկաթ պարունակող a քանակությամբ համաձուլվացքը խառնեցին p_2 տոկոս երկաթ պարունակող մի այլ համաձուլվածքի հետ և արդյունքում ստացվեց p տոկոս երկաթ պարունակող համաձուլվացք: Կունենանք՝ $ap_1/100 + bp_2/100 = p(a + b) /100$ կամ $ap_1 + bp_2 = p(a +$ **b):**

Եզրակացություններ

Այսպիսով՝

- Հանրահաշվական լեզվի համակարգված ներմուծումը, սկսած 7-րդ դասարանից, հիմք է հանդիսանում ռացիոնալ կոտորակների արդյունավետ ուսուցման համար, որտեղ հանրահաշվական արտահայտությունները դիտարկվում են որպես լեզվի բառեր, իսկ բանաձևերը՝ նախադասություններ:
- Ռացիոնալ կոտորակների ուսուցումը սերտորեն կապված է սովորական կոտորակների հետ, ինչը թույլ է տալիս կիրառել նույնատիպ գործողություններ և հատկություններ՝ ապահովելով նյութի ընկալելիությունը:
- Բազմանդամների և ռացիոնալ կոտորակների ուսումնասիրությունը հնարավորություն է տալիս սովորողներին տեսնելու ամբողջ թվերի և բազմանդամների օղակների միջև նմանությունը, ինչը հատկապես ակնառու է դառնում մնացորդով բաժանման գաղափարի ներմուծմամբ:
- Հավասարության և նույնության գաղափարների տարբերակումը և դրանց համընկնելիության հարցը հանրահաշվի դասընթացում հնարավոր է դառնում հիմնականում ռացիոնալ կոտորակների տեսության ներգրավման շնորհիվ:

• Կիրառական միջավայրը և մաթեմատիկական մոդելավորումը հանդիսանում են ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման ամենաարդյունավետ միջոցները, քանի որ թույլ են տալիս լուծել շարժման, ջրավազանի լցման, համատեղ աշխատանքի և խառնուրդների վերաբերյալ բարդ տեքստային խնդիրներ:

• Մեթոդական առումով նպատակահարմար է միջին դպրոցում քառակուսային և ռացիոնալ անհավասարումների լուծման համար կիրառել միջակայքերի եղանակը, որն ավելի պարզ է և հասանելի, քան ավանդական պարաբոլի մեթոդը:

Գրականության ցանկ

1. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 7, Էդիթ Պրինտ, 2006:
2. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 9, Արեգ, 2025:
3. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 8, Էդիթ Պրինտ, 2007:
4. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 8, Էդիթ Պրինտ, 2024:
5. ***Մկրտչյան Ա. Տ., Միքայելյան Հ. Ս.***, Հավասարությունը միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում, «Մաթեմատիկան դպրոցում», թիվ 5 (118), 2025:
6. ***Միքայելյան Հ. Ս.***, Հանրահաշիվ 7, Էդիթ Պրինտ, 2023:

ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ՈՐՈՇ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Համլետ Սուրենի Միքայելյան, Արաքսյա Տիգրանի Մկրտչյան, Սյուզաննա Գրիգորի Հակոբյան

Ամփոփում: Հոդվածում դիտարկվում են միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում ռացիոնալ կոտորակների ուսուցման բովանդակային մի քանի կարևոր առանձնահատկություններ: Նախ ցույց է տրվում ռացիոնալ կոտորակի գաղափարի ընդգրկուն դերը ըստ միջին դպրոցի դասարանների: Յոթերորդ դասարանում ռացիոնալ կոտորակի գաղափարը որպես հանրահաշվական արտահայտություն հանդես է գալիս որպես հանրահաշվական լեզվի հիմնական կազմավորիչ, իր մեջ ներառելով շատ փոփոխականներով բազմանդամների տեսությունը: Ութերորդ դասարանում իրավիճակը պարզեցվում է ռացիոնալ կոտորակի հասկացության ներմուծմամբ, իսկ իններորդ դասարանում մոտեցումը կոնկրետացվում է մեկ փոփոխականով բազմանդամների համար: Որպես հաջորդ կարևոր առանձնահատկություն դիտարկվում է ռացիոնակ կոտորակների դերը հավասարության և նույնության ըմբռնումների նույնականացման հարցում: Քննարկվում է նաև ռացիոնալ կոտորակների դերը կիրառական միջավայրում առաջացած խնդիրների մոդելավորման և լուծման մեջ: Որպես կիրառական միջավայրի իրադրություններ դիտարկվում են ուղղագիծ և շրջանաձև հավասարաչափ շարժման, ջրավազանը լցվել-դատարկվելու, համատեղ աշխատանքի, խառնուրդների և

համաձուլվածքների, վերաբերյալ զանազան իրավիճակներ, ներկայացվում է դրանց վերաբերյալ խնդիրների կազմման մեխանիզմը:

Բանալի բառեր՝ ռացիոնալ կոտորակներ, հանրահաշվի լեզու, բազմանդամներ, մաթեմատիկական մոդելավորում, կիրառական խնդիրներ, հավասարություն, նույնություն:

О НЕКОТОРЫХ СОДЕРЖАТЕЛЕВЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ОБУЧЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫМ ДРОБЯМ

Гамлет Суренович Микаелян, Аракся Тиграновна Мкртчян, Сюзанна Григоревна Акобян

Резюме. В статье рассматриваются несколько важных содержательных особенностей обучения рациональным дробям в курсе алгебры средней школы. Во-первых, показана комплексная роль понятия рациональной дроби в зависимости от класса средней школы. В седьмом классе понятие рациональной дроби как алгебраического выражения выступает в качестве основной составляющей алгебраического языка, включая теорию многочленов со многими переменными. В восьмом классе ситуация упрощается путем введения понятия рациональной дроби, а в девятом классе подход конкретизируется для многочленов с одной переменной. Следующая важная особенность – роль рациональных дробей в определении понятий равенства и тождества. Также обсуждается роль рациональных дробей в моделировании и решении задач, возникающих в прикладной среде. В качестве ситуаций прикладной среды рассматриваются различные ситуации, связанные с прямолинейным и круговым равномерным движением, заполнением и опорожнением бассейна, совместной работой, смесями и сплавами, представлен механизм формулирования соответствующих задач.

Ключевые слова: рациональные дроби, алгебраический язык, многочлены, математическое моделирование, прикладные задачи, равенство, тождество

ON SOME CONTENT-RELATED FEATURES OF TEACHING RATIONAL FRACTIONS

Hamlet Suren Mikaelian, Araksia Tigran Mkrtchyan, Suzanna Grigor Akobyan

Summary. This article examines several important content-relevant aspects of teaching rational fractions in middle school algebra. First, the complex role of the concept of a rational fraction is demonstrated depending on the grade level of middle school. In seventh grade, the concept of a rational fraction as an algebraic expression is a fundamental component of algebraic language, including the theory of polynomials with many variables. In eighth grade, the situation is simplified by introducing the concept of a rational fraction, and in ninth grade, the approach is refined for polynomials with one variable. Another important feature is the role of rational fractions in defining the concepts of equality and identity. The role of rational fractions in modeling and solving problems arising in applied settings is also discussed. Various situations related to rectilinear and circular uniform motion, filling and emptying of a pool, joint work, mixtures and alloys are considered as situations of the applied environment, and a mechanism for formulating the corresponding problems is presented.

Key words: rational fractions, algebraic language, polynomials, mathematical modeling, applied problems, equality, identity.