

ՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԻՋԻՆ ԴՊՐՈՑԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

Համլետ Սուրենի Միքայելյան
Արաքսյա Տիգրանի Մկրտչյան
Խաչատուր Աբովյանի անվան հայկական պետական
մանկավարժական համալսարան



Արաքսյա Մկրտչյան
մանկ. գիտ.թեկնածու, դոցենտ

Ներածություն

Ներկայումս ՀՀ հանրակրթական միջին դպրոցի ինչպես հանրահաշվի առարկայական չափորոշիչում, այնպես էլ նրա հիման վրա ստեղծված ծրագրում հավասարությունները մաթեմատիկական բանաձևերի հիմնական տեսակներն են: Թեև հաճախ դրանք բացորոշ ձևով չեն մասնակցում նշված կրթական փաստաթղթերի ձևակերպումներում, սակայն այդ փաստաթղթերի պահանջների իրականացումը հնարավոր է դառնում միայն հավասարության և հավասարման գործիքակազմի կիրառման շնորհիվ:

Չուտ տեսական մոտեցման տեսակետից կարևոր է դառնում նաև հավասարության գաղափարի հստակեցումը, մասնավորապես՝ նույնության գաղափարի հետ նրա փոխհարաբերության հարցի պարզաբանումը: Կարևոր է նաև հանրահաշվի կիրառական միջավայրի դիտարկման, նրանում առաջացած իրադրությունների մոդելավորման խնդրի լուծումը, ինչն արդեն մեծ մասամբ իրականացվում է հավասարման միջոցով, և հավասարությունը ավելի համեստ տեղ է զբաղեցնում:



Հ.Ս. Միքայելյան. Մանկ. գիտ. դոկտոր,
Ֆ.մ.գ.թ., պրոֆեսոր

1. Հավասարությունը որպես հանրահաշվական խոսքի հիմնական բաղադրիչ

Հավասարության գաղափարը երևան է գալիս միջին դարոցի հանրահաշվի լեզվի կառուցման ընթացքում, որպես հանրահաշվական խոսքի կարևորագույն բաղադրիչ՝ նախադասության հիմնական տեսակ: Հավասարությունների կազմման պահանջը առաջանում է, երբ մենք սկսում ենք ուսումնասիրել հանրահաշվի հիմնական օբյեկտների՝ հանրահաշվական արտահայտությունների հատկությունները: Կան չէ՞ հայրենում հոմանիշներ՝ բառեր, որոնք արտաքինով տարբեր են, բայց նույն իմաստն են արտահայտում: Հանրահաշվում այս միտումը հիմնարար նշանակություն ունի, սակայն այստեղ նման բառերը կամ արտահայտությունները ոչ թե հոմանիշներ են, այլ կոչվում են հավասար: Օրինակ, 2, 1+1, 3-1 բառերը կամ արտահայտությունները ունեն նույն իմաստը՝ նույնական են: Նույնական են նաև $x + y$ և $y + x$ արտահայտությունները, թեև ունեն տարբեր տեսքեր: Հայերենում դրանք կկոչվեին հոմանիշներ, իսկ մաթեմատիկայում կոչվում են հավասար: Եվ եթե հայերենում երկու բառերի հոմանիշ լինելու արձանագրումը որպես նախադասություն առանձնապես կարևոր նշանակություն չունի: Իսկ ահա հանրահաշվում արտահայտությունների հավասարությունը մաթեմատիկական լեզվի կառուցման հիմնական մոտիվներից մեկն է: Հանրահաշվում երկու արտահայտությունների հավասարությունը արձանագրվում է հավասարության նշանի միջոցով. x և y արտահայտությունների հավասարությունը գրառվում է $x = y$ բանաձևի տեսքով:

Կանգ առնենք նաև հանրահաշվի լեզվի մի առանձնահատկության վրա: Հիմնական հարցը, որ առաջանում է հանրահաշվի լեզվում, բանաձևերի կամ հանրահաշվի նախադասությունների՝ բանաձևերի ճշմարտացիության խնդիրն է: Բնական լեզուներում նույնպես կա այդ խնդիրը, որ լուծվում է այդ լեզվից դուրս՝ փորձի կամ պրակտիկայի միջոցով: Հանրահաշվի բացառիկ լեզու է, որում նախադասությունների կամ բանաձևերի ճշմարտացիության հարցը լուծվում է իր միջոցներով: Ընդ որում այստեղ լուծումը կատարվում է երկու՝ աքսիոմատիկ և տրամաբանական ճանապարհներով: Հարցը չբարդացնելու համար կանգ առնենք միայն հանրահաշվական բանաձևերի՝ դպրոցական մաթեմատիկայի տեսակետից մեզ հետաքրքրող տեսակներից մեկի՝ հավասարությունների ճշմարտացիության խնդրի վրա: Հասկանալի է, որ հավասարությունը հանրահաշվում նշանակում է նրա աջ և ձախ մասերի նույնականացում: Այսինքն, ապացուցել հավասարությունը նշանակում է հաստատել նրա երկու մասերի նույնականացումը: Կանգ առնենք նույնականացման երկու ճանապարհների վրա, որ իրականացվում է միջին դարոցում [2-4]:

2. Նույնականացման առաջին ճանապարհը

2.1. Հավասարությունները և նրանց հիմնական հատկությունները: Թեև գոյություն ունի հանրահաշվական արտահայտությունների կազմման հստակ ու պարզ կանոն, սակայն պարզվում է, որ միևնույն հանրահաշվական արտահայտությունը կարող է ներկայացվել տարբեր տեսքերով: Ահա այդ տարբեր տեսքերի նույնականությունը հանրահաշվում, ինչպես և թվաբանության մեջ, գրառվում է հավասարության նշանի միջոցով և ստացված բանաձևերն էլ կոչվում են հավասարություններ: Օրինակ, թվաբանության մեջ 10 և $5 + 5$ թվաբանական արտահայտությունները նույնական են, ինչը գրառվում է $5+5=10$ հավասարության միջոցով: x և y հանրահաշվական արտահայտությունների նույնականությունն էլ գրառվում է $x = y$ հավասարության միջոցով:

Հանրահաշվում հավասարությունների կազմման արքսիոմատիկ մեթոդում նախ կազմվում են հավասարության նշանով որոշակի բանաձևեր, որոնք համարվում են հավասարություններ: Դրանք արտահայտում են հանրահաշվական օբյեկտների նույնականացման առնաքնային հատկությունները և հանրահաշվում կոչվում են արքսիոմներ, իսկ հանրահաշվի դպրոցական դասընթացում՝ օրենքներ: Հանրահաշվական օբյեկտների նույնականացման մնացած հատկությունները կամ հանրահաշվի մնացած հավասարությունները բխեցվում են այդ օրենքներից տրամաբանության կանոնների հիման վրա: Բխեցման ընթացքն էլ սովորաբար կոչվում է ապացուցում կամ արտածում [1]: Ցուցադրենք ասվածը միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացում հանրահաշվական կոտորակների ներառման օրինակի վրա [2-4]:

Հանրահաշվական արտահայտությունների նույնականությունը օժտված է հետևյալ երեք հիմնական հատկություններով կամ բավարարում է հետևյալ օրենքում նշված երեք օրենքներին:

Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար.

Հավասարության անդրադարձելիության օրենքը՝ $x = x$ (կամայական արտահայտություն հավասար է ինքն իրեն),

Հավասարության համաչափելիության օրենքը՝ եթե $x = y$ ապա $y = x$ (եթե մի արտահայտություն հավասար է մյուսին, ապա այդ մյուսն էլ հավասար է էն մեկին),

Հավասարության փոխանցելիության օրենքը՝ եթե $x = y$ և $y = z$, ապա $x = z$ (եթե առաջին արտահայտությունը հավասար է երկրորդին, երկրորդը՝ երրորդին, ապա առաջինը հավասար է երրորդին):

Հավասարության համաչափելիության և փոխանցելիության օրենքներից կարելի է ստանալ հետևյալ հատկությունը:

Հատկություն 1: Միևնույն արտահայտությանը հավասար արտահայտությունները իրար հավասար են: Այսինքն՝ կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝ եթե $x = z$, $y = z$, ապա $x = y$:

Ապացուցումը: Դիցուք x, y, z արտահայտությունների համար ունենք $x = z$, $y = z$: Համաձայն հավասարությունների համաչափության օրենքի $y = z$ հավասարությունից կստանանք $z = y$ հավասարություն: Այժմ էլ $x = z$ և ստացված $z = y$ հավասարություններից, համաձայն հավասարությունների փոխանցական օրենքի, կստանանք $x = y$:

2.2. Հավասարությունների գումարային հատկությունները: Հանրահաշվական արտահայտությունների նույնականացման հարցը ավելի ակտուալ է դառնում դրանց հետ գործողություններ կատարելիս: Հասկանալի է, որ միևնույն փոփոխականների հետ գումարման, հանման, բազմապատկման, բաժանման և այլ գործողություններ կարելի է կատարել տարբեր հերթականություններով ու տարբեր կերպ: Սակայն երբեմն դրանք հանգեցնում են միևնույն արդյունքին, ինչը արտահայտվում է դրանց հավասարությունների միջոցով: Այստեղ նույնպես կան հիմնարար հատկություններ, որոնք ընդունվում են որպես օրենքներ, որոնցից էլ բխեցվում են մնացած հատկությունները:

Գումարի տեղափոխական օրենքը: Կամայական x, y արտահայտությունների համար՝ $x + y = y + x$ (գումարելիների տեղափոխումից գումարը չի փոխվում):

Գումարի գույգորդական օրենքը: Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝ $x + (y + z) = (x + y) + z$:

Քանի որ $(x + y) + z$ և $x + (y + z)$ արտահայտությունները նույնական կամ հավասար են դրանցից յուրաքանչյուրը ընդունվում է որպես երեք՝ x, y, z արտահայտությունների գումարը՝ $x + y + z = (x + y) + z = x + (y + z)$:

Չրոյի օրենքը: Կամայական x արտահայտության համար $x + 0 = x$:

Հատկություն 2: Չորոն միակն է:

Ապացուցումը: Դիցուք գոյություն ունեն երկու զրոներ՝ 0_1 և 0_2 , այսինքն՝ կամայական x արտահայտության համար՝ $x + 0_1 = x$ և $x + 0_2 = x$: Այս հավասարություններից առաջինում x -ի փոխարեն ընդունելով 0_2 , իսկ երկրորդում՝ 0_1 , կստանանք՝ $0_2 + 0_1 = 0_2$ և $0_1 + 0_2 = 0_1$: Այս հավասարությունների ձախ մասերը հավասար են համաձայն գումարի տեղափոխական օրենքի: Հետևաբար հավասար կլինեն նաև նրանց աջ մասերը՝ համաձայն հատկություն 1-ի:

Հակադիր օրենքը: Կամայական արտահայտություն ունի հակադիր: Այսինքն, կամայական x արտահայտության համար գոյություն ունի նրա հակադիրը՝ այնպիսի y արտահայտություն, որ $x + y = 0$:

Հատկություն 3: Կամայական արտահայտության հակադիրը միակն է:

Ապացուցումը: Դիցուք x արտահայտությունը ունի y_1 և y_2 հակադիրներ: Այսինքն՝ $x + y_1 = 0$, $x + y_2 = 0$: Ունենք՝

$$y_2 = y_2 + 0 = (y_1 + x) + y_2 = y_1 + (x + y_2) = y_1 + 0 = y_1: \quad y_2 = y_1:$$

Այսպիսով ստացանք, որ x արտահայտությունը չի կարող երկու հակադիր ունենալ: Նրա միակ հակադիրը ընդունված է նշանակել $-x$: Այսպիսով՝ $-x + x = 0$:

Վերջին հավասարությունից անմիջապես ստացվում է հետևյալ հատկությունը:

Հատկություն 4: Արտահայտության հակադիրի հակադիրը այդ նույն արտահայտությունն է, այսինքն՝ կամայական x արտահայտության համար $-(-x) = x$:

Նկատենք, որ նկատի ունենալով սովորողների տարիքային առանձնահատկությունները և ելնելով մատչելիության դիդակտիկական սկզբունքից՝ [?] դասագրքում որպես օրենք ընդունվում է ոչ միայն հակադիր գոյությունը, այլև միակությունը:

Հավասարությունների գումարման օրենքը: Հավասարությունները կարելի է մաս առ մաս գումարել: Այսինքն, կամայական x, y, z, t արտահայտությունների համար՝ եթե $x = y$ և $z = t$, ապա $x + z = y + t$:

Հեշտությամբ կարելի է ապացուցել որ՝

Հատկություն 5: Հավասարության երկու մասերին կարելի է գումարել միևնույն արտահայտությունը. Այսինքն՝ կամայական x, y, z արտահայտությունների համար, եթե $x = y$, ապա $x + z = y + z$:

Ապացուցումը: Դիցուք ունենք $x = y$ հավասարությունը և z արտահայտությունը, որի համար էլ ունենք $z = z$ հավասարությունը: Այս երկու հավասարություններից, հավասարությունների գումարման օրենքի համաձայն, կստանանք՝ $x + z = y + z$:

Հատկություն 6: Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար, եթե

$$x + z = y + z, \text{ ապա } x = y:$$

Ապացուցումը: Ապացուցելու համար բավական է $x + z = y + z$ հավասարության երկու մասերին գումարել $-z$:

2.3. Հավասարությունների հանման հատկությունները: Ինչպես թվերի, այնպես էլ արտահայտությունների տարբերությունը բնորոշվում է գումարման միջոցով հետևյալ կերպ:

Կամայական x և y արտահայտությունների տարբերությունը այն z արտահայտությունն է, որը գումարելով y -ին կստանանք z , այսինքն՝ z -ը x -ի և y -ի տարբերությունն է, եթե $y + z = x$:

Հատկություն 7: Կամայական երկու արտահայտությունների տարբերությունը գոյություն ունի և միակն է: x և y արտահայտությունների տարբերությունը $x + (-y)$ արտահայտությունն է:

Ապացուցումը: Իսկապես, $y + x + (-y) = x + y + (-y) = x + 0 = x$: Այսինքն, $x + (-y)$ արտահայտությունը x և y արտահայտությունների տարբերությունն է: Դիցուք z -ը նույնպես այդ

արտահայտությունների տարբերություն է՝ $y + z = x$: Գումարելով այս հավասարության երկու մասերին $-y$, կստանանք $-y + y + z = -y + x$ հավասարությունը, որից էլ կստանանք $z = x + (-y)$:

Ընդունված է x և y արտահայտությունների տարբերությունը նշանակել $x - y$: Այսպիսով, նկատի ունենալով վերջին հայտկությունը, ստանում ենք տարբերությունը բնութագրող հետևյալ հավասարությունը՝ $x - y = x + (-y)$:

Նկատենք, որ այստեղ արտահայտությունների տարբերության համար օգտագործ “-” նշանը, որ գործածել էինք նաև արտահայտության հակադիրը նշանակելու համար:

Վերջին հատկությունը կարևոր դեր է խաղում հանման վերաբերյալ ուսումնասիրություններում: Օրինակ, ցույց տանք, որ կամայական x արտահայտության համար՝ $0 - x = -x$: Ունենք՝ $x + (-x) = 0$: Իսկ սա նշանակում է, որ

$$0 - x = -x:$$

2.4. Հավասարության արտադրյալային հատկությունները: Բազմապատկման գործողությունը առիթ է ստեղծում կամ պատճառ է դառնում արտահայտությունների ավելի մեծ խմբերի նույնականացման և, հետևաբար, հավասարությունների նոր տեսակներ ստանալու համար: Այդ հավասարություններից որոշները ընդունվում են առանց ապացուցման՝ որպես օրենքներ:

Արտադրյալի տեղափոխական օրենքը: Արտադրիչների տեղափոխումից արտադրյալը չի փոխվում: Այսինքն՝ կամայական x, y արտահայտությունների համար՝ $x \cdot y = y \cdot x$:

Արտադրյալի գույքորդական օրենքը: կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝ $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$:

Քանի որ $(x \cdot y) \cdot z$ և $x \cdot (y \cdot z)$ արտահայտությունները նույնական կամ հավասար են դրանցից յուրաքանչյուրը ընդունվում է որպես երեք՝ x, y, z արտահայտությունների գումար՝ $x \cdot y \cdot z = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$:

Մեկի օրենքը: $x \cdot 1 = x$:

Ապացուցումը: Դիցուք գոյություն ունեն երկու մեկեր՝ 1_1 և 1_2 , այսինքն՝ կամայական x արտահայտության համար՝ $x \cdot 1_1 = x$ և $x \cdot 1_2 = x$: Այս հավասարություններից առաջինում x -ի փոխարեն ընդունելով 1_2 , իսկ երկրորդում՝ 1_1 , կստանանք՝ $1_2 \cdot 1_1 = 1_2$ և $1_1 \cdot 1_2 = 1_1$: Այս հավասարություններից էլ կստանանք $1_1 = 1_2$:

Հավասարությունների բազմապատկման օրենքը: Հավասարությունները կարելի է մաս առ մաս բազմապատկել: Այսինքն, եթե $x = y$, $z = t$, ապա $x \cdot z = y \cdot t$:

Հեշտությամբ կարելի է ապացուցել հետևյալ հատկությունը.

Հատկություն 9: Հավասարության երկու մասերը կարելի է բազմապատկել միևնույն արտահայտությամբ: Այսինքն, կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝ եթե $x = y$, ապա $x \cdot z = y \cdot z$:

Ապացուցումը կատարվում է հատկություն 5-ի ապացուցման նմանությամբ:

2.5. Բազմապատկման կապը գումարման հետ: Հավասարության նոր հատկություններ են առաջանում գումարման և հանման գործողությունների հետ արտահայտությունների բազմապատկման գործողության կապերում: Գլխավորը այստեղ հետևյալ օրենքն է:

Գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական օրենքը: Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝ $x(y + z) = xy + xz$:

Այս և արդեն հայտնի հատկություններից օգտվելով, կարելի է ապացուցել հետևյալ հատկությունը:

Հատկություն 10: Կամայական x, y, z արտահայտությունների համար՝

$$1) x \cdot 0 = 0,$$

$$2) x \cdot (-y) = -x \cdot y,$$

$$3) (-x) \cdot (-y) = xy,$$

$$4) \text{Հանման նկատմամբ արտադրյալի բաշխական հատկությունը}$$

$$x \cdot (y - z) = x \cdot y - x \cdot z:$$

Ապացուցումը: 1) Կամայական x արտահայտության համար ունենք՝

$$x + x \cdot 0 = x \cdot 1 + x \cdot 0 = x \cdot (1 + 0) = x \cdot 1 = x, \quad x + x: \text{Ուրեմն՝ } x \cdot 0 = 0:$$

2) Կամայական x և y արտահայտությունների համար ունենք՝

$$x \cdot (-y) + x \cdot y = x \cdot (-y + y) = x \cdot 0 = 0, \quad x \cdot (-y) + x \cdot y = 0, \text{ ուրեմն՝ } x \cdot (-y) = -x \cdot y:$$

3) $x \cdot (-y) = -x \cdot y$ հավասարությունից կստանանք $(-x) \cdot (-y) = -(-xy)$ Ունենք նաև $-(-xy) = xy$:
Հետևաբար՝ $(-x) \cdot (-y) = xy$:

$$4) \text{Ունենք՝ } x \cdot (y - z) = x \cdot (y + (-z)) = x \cdot y + x \cdot (-z) = x \cdot y - x \cdot z:$$

2.6. Արտահայտությունների հակադարձը: Արտահայտության հակադարձը այն արտահայտությունն է, որը բազմապատկվելով տրված արտահայտությամբ, ստացվում է զրո: Այսինքն՝ y արտահայտությունը x արտահայտության հակադարձն է, նշանակում է $xy = 1$: Պարզ է, որ 0-ն հակադարձ չունի, քանի որ այն ինչ արտահայտությամբ էլ բազմապատկենք, կստանանք 0 և ոչ թե 1:

Չրոյից տարբեր կամայական արտահայտություն ունի հակադարձ, ինչը ապահովվում է հետևյալ օրենքով:

Օրենք հակադարձի գոյության մասին: Չրոյից տարբեր յուրաքանչյուր արտահայտություն ունի հակադարձ:

Հատկություն 11: Չրոյից տարբեր կամայական արտահայտության հակադարձը միակն է:

Ապացուցումը: Իսկապես, եթե զրոյից տարբեր x արտահայտությունը ունենար y և z հակադարձներ, ապա կունենանք՝ $z(xy) = z \cdot 1 = z$, $(zx)y = 1 \cdot y = y$: Բայց $z(xy) = (zx)y$: Հետևապես՝ $z = y$:

Չրոյից տարբեր x արտահայտության հակադարձը նշանակվում է $1/x$ տեսքով: Այսպիսով՝ $x \cdot 1/x = 1$:

Հատկություն 12: Չրոյից տարբեր արտահայտությունների արտադրյալի հակադարձը հավասար է արտադրիչների հակադարձների արտադրյալին: Այսինքն՝ զրոյից տարբեր կամայական x և y արտահայտությունների համար՝ $1/xy = 1/x \cdot 1/y$:

$$\text{Ապացուցումը: Ունենք՝ } xy \cdot 1/x \cdot 1/y = x \cdot 1/x \cdot y \cdot 1/y = 1 \cdot 1 = 1, \quad xy = 1:$$

Հակադարձի միջոցով ապացուցվում է հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Հատկություն 13: Եթե արտահայտությունների արտադրյալը հավասար է զրոյի, ապա արտադրիչներից որևէ մեկը հավասար է զրոյի:

Ապացուցումը: Դիցուք $xy = 0$ և x արտահայտությունը զրոյից տարբեր է: Այդ դեպքում այն ունի $1/x$ հակադարձը, որով բազմապատկենք այդ հավասարության երկու մասերը: Կստանանք՝ $1/x \cdot xy = 1/x \cdot 0$ կամ $1 \cdot y = 0$, $y = 0$:

2.7. Հավասարության քանորդային հատկությունները: Հավասարությունների միջոցով նույնականացման կարևոր հարցեր են առաջանում արտահայտությունների բաժանման գործողության ներգրավմամբ: Արտահայտությունների քանորդը սահմանվում է բազմապատկման գործողության միջոցով:

Կամայական x և y արտահայտությունների քանորդը այն z արտահայտությունն է, որի համար $yz = x$: Այս դեպքում ասում ենք նաև, որ x -ը բաժանվում է y -ի վրա:

Հասկանալի է, որ 0-ի վրա չի կարելի բաժանել, քանի որ 0-ի և կամայական արտահայտության արտադրյալի արդյունքում կստացվի 0: Ինչպես ցույց է տալիս հետևյալ հատկությունը, 0-ից տարբեր բոլոր արտահայտությունների վրա կարելի է կատարել բաժանում:

Հատկություն 14: Կամայական x և զրոյից տարբեր y արտահայտությունների համար գոյություն ունի նրանց միակ քանորդը, որն հավասար է $x \cdot 1/y$ արտահայտությանը:

Ապացուցումը: Ունենք՝ $y \cdot x \cdot 1/y = y \cdot 1/y \cdot x = 1 \cdot x = x$: Այսինքն՝ $x \cdot 1/y$ -ը x -ի և y -ի քանորդն է: Մյուս կողմից, եթե z -ը x և y արտահայտությունների քանորդն է, ապա կունենանք՝ $yz = x$: Բազմապատկելով այս հավասարության երկու մասերը y -ի հակադարձով, կստանանք՝ $z = x \cdot 1/y$:

Ընդունված է x և y արտահայտությունների քանորդը նշանակել x/y : Այսպիսով մենք ունենք՝ $x/y = x \cdot 1/y$:

Քանի որ $x \cdot 1/x = 1$, ապա այստեղից հետևում է նաև, որ x արտահայտության հակադարձը նաև $1/x$ -ը և x -ի քանորդն է:

3. Նույնականացման երկրորդ ճանապարհը

3.1. Արտահայտության թվային արժեքը: Կիրառական միջավայրում դիտարկվող իրադրություններ բնութագրվում են զանազան տվյալներով, որոնք արտահայտվում են թվերով կամ տառերով: Դրանց մի մասը մնում են անփոփոխ տվյալ իրադրության պայմաններում և կոչվում են հաստատուններ: Հաստատուններ են բոլոր թվերը, որոնք անփոփոխ են բոլոր իրադրություններում: Թվերից բացի հաստատուն կարող են լինել նաև տառերը: Նման տառերի համար հատուկ շեշտվում է, որ նրանք հաստատուններ են: Ի տարբերություն հաստատունների, արտահայտության մեջ մասնակցող փոփոխականները այն տառերն են, որոնք կարող են ընդունել զանազար թվային արժեքներ: Եթե արտահայտության մեջ մտնող բոլոր փոփոխականներն ընդունում են որոշակի թվային արժեքներ, ապա արտահայտությունը նույնպես ընդունում են որոշակի թվային արժեք:

3.2. Նույնաբար հավասար արտահայտություններ կամ նույնություններ: Հանրահաշվական արտահայտությունների նույնականացման երկրորդ եղանակը կատարվում է դրանց ընդունած թվային արժեքների համեմատության միջոցով: Երկու հանրահաշվական արտահայտություններ կոչվում են նույնաբար հավասար, եթե նրանք ընդունում են միևնույն արժեքները նրանցում մասնակցող փոփոխականների ընդունած միևնույն արժեքների դեպքում: x և y արտահայտությունների նույնական հավասարությունը դարձյալ արձանագրվում է $x = y$ հավասարության տեսքով: Այդ դեպքում հավասարությունը կոչվում է նաև նույնություն:

3.4. Հիմնական խնդիրը և նրա լուծումը: Հիմնական խնդիրը: Արդյո՞ք հավասարության և նույնության գաղափարները չեն համընկնում: Այսինքն, արդյո՞ք յուրաքանչյուր հավասարություն նույնություն է և յուրաքանչյուր նույնություն՝ հավասարություն:

Բազմանդամների հավասարությունը: Երկու բազմանդամներ կոչվում են հավասար, եթե նրանք հնարավոր է բերել միևնույն կանոնական տեսքի:

Հատկություն 1: Մեկ փոփոխականով երկու բազմանդամներ հավասար են նշանակում է նրանք նույնաբար են հավասար:

Ապացուցումը: Եթե մեկ փոփոխականով երկու $f(x)$ և $g(x)$ բազմանդամներ հավասար են, ապա բերվում են միևնույն կանոնական տեսքի և հետևաբար նույնաբար հավասար են:

Հակառակը, դիցուք $f(x)$ և $g(x)$ բազմանդամները նույնաբար հավասար են: Ցույց տանք, որ նրանք նաև հավասար են: Դիտարկենք $f(x) - g(x)$ բազմանդամը: Ակնհայտ է, որ այն կունենա

անթիվ բազմությամբ արմատներ: Իսկ մենք գիտենք, որ n աստիճանի բազմանդամը ունի n -ից ոչ ավելի արմատներ: Հետևաբար $f(x) - g(x)$ բազմանդամի անթիվ բազմությամբ արմատներ կունենա, միայն այն դեպքում, եթե այն հավասար է զրոյի՝ $f(x) - g(x) = 0$ և ուրեմն $f(x) = g(x)$:

Հատկություն 2: Ռացիոնալ արտահայտությունները հավասար են նշանակում է նրանք նույնաբար են հավասար: Այսինքն՝

ա. ռացիոնալ արտահայտությունների հավասարությունը նույնություն է,

բ. ռացիոնալ արտահայտությունների նույնությունը հավասարություն է:

Ապացուցումը: ա. Ցույց տանք, որ ռացիոնալ արտահայտությունների յուրաքանչյուր հավասարություն նույնություն է: Սկսենք բազմանդամներից: Թվում է հասկանալի, որ եթե երկու բազմանդամներ բերվում են միևնույն կատարյալ տեսքի, ապա նրանք փոփոխականների կամայական արժեքների դեպքում իրենց կատարյալ տեսքերի հետ միասին ընդունում են միևնույն արժեքը:

Այնուհետև, եթե ունենք երկու ռացիոնալ արտահայտություններ, դրանք ներկայացնենք f/h և g/q ռացիոնալ կոտորակների տեսքով: Պարզ է, որ կունենանք նաև $f/h = g/q$ հավասարությունը, ինչից էլ կհետևի բազմանդամների $fq = gh$ հավասարությունը: Այդ վերջինս նաև նույնական հավասարություն է, ըստ նախորդ պարբերության մեջ արված դիտարկման: Հետևաբար f/h և g/q ռացիոնալ կոտորակների մեջ մտնող փոփոխականների կամայական թույլատրելի արժեքների դեպքում դրանք իրար հավասար են: Այդտեղից կստանանք նաև համապատասխան հավասարություն f/h և g/q ռացիոնալ կոտորակների և ուրեմն՝ տրված ռացիոնալ արտահայտությունների համար:

Հակառակը, դիցուք ունենք երկու ռացիոնալ արտահայտությունների նույնական հավասարություն: Ապացուցենք, որ այն հավասարություն է: Այդ ռացիոնալ արտահայտությունները ներկայացնելով համապատասխանաբար f/h և g/q ռացիոնալ կոտորակներ տեսքով, կստանանք $f/h = g/q$ նույնական հավասարությունը կամ նույնությունը: Պարզ է, որ նույնություն կլինի նաև բազմանդամներով գրառված $fq = gh$ բանաձևը: Ցույց տանք, որ այն հավասարություն է: Դիցուք այն հավասարություն չէ: Դիտարկենք $fq - gh$ բազմանդամը u կատարյալ տեսքով: Այն նույնաբար հավասար է զրոյի, բայց նրա ոչ բոլոր գործակիցներն են զրոյական: Պատճառը u -ի մեջ ոչ նման անդամների առկայությունն է: Իսկ դա տեղի կունենա, եթե u -ի միանդամներում մասնակցող փոփոխականներից գոնե մեկը, դիցուք՝ x -ը այդ բազմանդամի գումարելիներում մասնակցի տարբեր աստիճանացույցերով: Այժմ եթե u -ի մեջ մտնող բոլոր փոփոխականներին, բացի x -ից, տանք 1 արժեքը, կստանանք մեկ՝ x փոփոխականով մի v բազմանդամ, որը դարձյալ կլինի նույնաբար 0, այսինքն՝ x -ի բոլոր արժեքների դեպքում հավասար է զրոյի, բայց նրա ոչ բոլոր գործակիցներն են հավասար զրոյի: Այստեղից ստացվում է, որ ունենք ոչ զրոյական v բազմանդամ, որն ունի անթիվ բազմությամբ արմատներ, ինչը հնարավոր չէ, որովհետև հեշտությամբ կարելի է ցույց տալ, որ մեկ փոփոխականով յուրաքանչյուր բազմանդամի արմատների թիվը չի կարող գերազանցել փոփոխականի ամենաբարձր աստիճանացույցին: Ստացված հակասությունն էլ ցույց է տալիս, որ ինչպես v և u , այնպես էլ $fq-gh$ բազմանդամները հավասար են զրոյի: Հետևաբար $fq=gh$ նույնությունը նաև բազմանդամների հավասարություն է: Իսկ այդ հավասարության երկու մասերը բաժանելով hq ոչ զրոյական արտադրյալի վրա, կստանանք պահանջվող $f/h=g/q$ հավասարությունը:

Գրականության ցանկ

- 1.Յ. *Мендельсон* Введение в математическую логику. М.: Книга по Требованию, 2013.
- 2.Հ.Ս. *Միրայեղյան*, Հանրահաշիվ 7, Էդիթ Պրինտ, 2006:
- 3.Հ.Ս. *Միրայեղյան*, Հանրահաշիվ 8, Էդիթ Պրինտ, 2024:
- 4.Հ.Ս. *Միրայեղյան*, Հանրահաշիվ 9, Արեգ, 2025:

ՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԻՋԻՆ ԴՊՐՈՑԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ Համլետ Սուրենի Միրայեղյան, Արաքսյա Տիգրանի Մկրտչյան

Ամփոփում: Աշխատանքում դիտարկվում է ռացիոնալ կոտորակների նույնականացման խնդիրը հանրակրթական միջին դպրոցի հանրահաշվի դասընթացի շրջանակներում: Նախ ցույց է տրվում հավասարության գաղափարի կարևորությունը հանրահաշվական արտահայտությունների դաշտում՝ որպես այդ օբյեկտների հատկությունների բացահայտման հիմնական ուղիներից մեկը: Հաջորդիվ որպես նման ուղի է ներկայացվում նաև նույնականացման երկրորդ ճանապարհը՝ հանրահաշվական արտահայտությունների նույնությունը: Վերջում ցույց է տրվում, որ նույնականացման այդ երկու եղանակները հանգեցնում են նույն արդյունքին: Միջին դպրոցի հանրահաշվի դասագրքերում այս փաստի վրա սովորաբար ուշադրություն չի դարձվում, և սովորողը այդպես էլ չի հասկանում հավասարության և նույնության տարբերությունը: Ընդ որում, հիմնական արդյունքի այստեղ բերված ապացուցումը շատ պարզ է և վերցված է հեղինակներից մեկի միջին դպրոցի համար գրված դասագրքից: Հարկ ենք համարում նշել նաև հանրահաշվի ոչ միայն կիրառական, տեխնիկական –վարժանքային նշանակության, այլև մշակութային, իմաստասիրական, արժեքականական ներուժի արժարժման խնդիրը, ինչին միտված են ինչպես սույն աշխատանքը՝ մասամբ, այնպես էլ հիշատակված դասագիրքը:

Բանալի բառեր: Միջին դպրոց, հանրահաշվի դասընթաց, հանրահաշվական կոտորակ, հավասարություն, նույնություն, նույնականացում:

УРАВНЕНИЕ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ Гамлет Суренович Микаелян, Араксия Тиграновна Мкртчян

Аннотация. В статье рассматривается задача идентификации рациональных дробей в рамках курса алгебры для средней школы. Сначала показывается важность идеи равенства в области алгебраических выражений как одного из основных способов выявления свойств этих объектов. Затем в качестве такого способа представлен второй способ идентификации – тождество алгебраических выражений. Наконец, показано, что эти два способа идентификации приводят к одному и тому же результату. В учебниках по алгебре для средней школы этот факт обычно не учитывается, и ученик не понимает разницы между равенством и тождеством. Более того, доказательство основного результата, представленного здесь, очень простое и взято из учебника для средних школ, написанного одним из авторов. Мы также считаем необходимым затронуть вопрос о раскрытии не только прикладного, технико-образовательного значения алгебры, но и её культурного, философского и ценностного потенциала, на что, в частности, направлены настоящая работа и упомянутый учебник.

Ключевые слова: Средняя школа, курс алгебры, алгебраическая дробь, равенство, тождество, идентификация.

EQUATION IN THE SECONDARY SCHOOL ALGEBRA COURSE

Hamlet Sureni Mikayelyan, Araksya Tigrani Mkrtchyan

Summary. The paper considers the problem of identifying rational fractions within the framework of the secondary school algebra course. First, the importance of the idea of equality in the field of algebraic expressions is shown as one of the main ways of revealing the properties of these objects. Next, the second way of identification is presented as such a way - the identity of algebraic expressions. Finally, it is shown that these two methods of identification lead to the same result. In secondary school algebra textbooks, this fact is usually not paid attention to, and the student does not understand the difference between equality and identity. Moreover, the proof of the main result presented here is very simple and is taken from a textbook written for secondary schools by one of the authors. We also consider it necessary to mention the issue of addressing not only the applied, technical-training significance of algebra, but also its cultural, philosophical, and value-based potential, which is what this work, in part, and the aforementioned textbook are aimed at.

Keywords: High school, algebra course, algebraic fraction, equality, identity, identification.

Получено в редакцию - 23.02.2025

Рецензирована – 11.04.2025

Отправлен на сайт – 12.06.2025