

**ԴԻՏԱՐԿՈՒՄՆԵՐ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ  
ՍՏՈՒԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ  
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ**

**ORCID 0009-0008-7911-7610**

**Մինասյան Անժելա Իսրայելի**

Խ. Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ, ՀՀ



*Մինասյան Ա. Ի.*

մանկ. գիտ. թեկնածու, դասախոս

**Ներածություն**

Անցած դարում գիտության մեջ հայտնվեցին ստոխաստիկական (հավանականությունների տեսություն, մաթեմատիկական վիճակագրություն, կոմբինատորիկա և պատահական գործընթացներ) գաղափարների, մեթոդների կիրառություններ, որոնք թույլ են տալիս հասկանալ և բացատրել ստոխաստիկական օրինաչափությունների բազմազանությունը, շրջակա աշխարհի բազմաթիվ երևույթների պատահական բնույթը, բնական և հասարակական բազմաբնույթ գործընթացներում ստոխաստիկական մոդելների կիրառման հնարավորությունները: Ներկայումս հավանականային հայեցակարգերը և պատկերացումները թափանցելով մարդկային գործունեության ամենատարբեր ոլորտներ՝ դարձել են ընդհանուր մաթեմատիկական մշակույթի անբաժանելի մասը [10, էջ 82]: Հավանականային-վիճակագրական պատկերացումները դարձել են ժամանակակից գիտության հիմքը ձևավորող հիմնական և ինտեգրող գաղափարներից [15]: Ստոխաստիկական աշխարհաճանաչողության, աշխարհընկալման հատուկ ձև է, բնության և այն ուսումնասիրող գիտությունների համար հետազոտման օրինաչափությունների ստացման, հաստատման և հավաստման միջոց:

Ստոխաստիկական գրագիտության, մշակույթի դերին և նշանակությանն անդրադարձել են մի շարք անվանի գիտնականներ. Ա. Ն. Կոլմոգորով, Ա. Յա. Խինչին, Բ. Վ. Գնեդենկո, Ս. Պ. Վինոգրադով, Ի. Մ. Յագլով, Ի. Ի. Կիկոյին, Դ. Կ. Կրանկիչ, Գ. Լ.

Լուկանկին, Ա. Ի. Մարկուշևիչ, Վ. Վ. Ֆիրսով, Ջ. Մ. Ուոթսոն և այլք:

Հաշվի առնելով ստոխաստիկայի ողջ կարևորությունը և հնարավորությունները՝ կրթական բարեփոխումների մեր օրերում ընդգծվում է ժամանակակից կրթական հայեցակարգերում, մաթեմատիկական կրթության բովանդակության մեջ, դպրոցական կրթական համակարգում պատահականության հայեցակարգերի ներառման անհրաժեշտությունը և ընդլայնման կարևորությունը: Այդպիսի մոտեցման համար հիմք է ծառայում այն վիթխարի ներուժը, որն ունի ստոխաստիկական՝ որպես ճանաչողական և կիրառական լայն գործառնություններ ունեցող գիտություն:

Ներկայումս ՀՀ-ում տեղի է ունենում դպրոցական ծրագրերում ստոխաստիկայի տարրերի ընդլայնման գործընթացը: Ըստ կրթական նոր չափորոշիչների՝ հանրակրթության մեջ ստոխաստիկայի տարրերն արդեն իսկ իրենց ուրույն տեղն ունեն: Սակայն, հակառակ բազմաթիվ գիտական մշակումների, հարուստ ու բազմաբնույթ միջազգային փորձի՝ մեր դպրոցներում ստոխաստիկայի ուսուցման մեթոդների, ձևերի հետ կապված զանգվածային քննարկումներ դեռևս չեն իրականացվել: Ուստի, չափազանց կարևորում ենք ստոխաստիկայի ուսուցման մակարդակի և որակի բարձրացման հարցը:

Վստահությամբ կարելի է ասել, որ հավանականային-վիճակագրական գծի ներառումը դպրոցական ծրագրեր պատահականություն չէ, այլ բնական ու սոցիալ-տնտեսական բարդ երևույթների ուսումնասիրության անհրաժեշտության ինքնատիպ պատասխան է, ինչի վերաբերյալ նախորդ մաթեմատիկական ապարատն ու մեթոդները բավարար արդյունք չեն տվել՝ միայն մասամբ արտացոլելով բնական և սոցիալական բարդ երևույթների օբյեկտիվ օրինաչափությունները: Ստոխաստիկական, լինելով գիտահետազոտական գործունեության համար կարևորագույն գործիքներից մեկը, պետք է բացահայտվի սովորողների համար: Հավանականային-վիճակագրական պատկերացումները պետք է դառնան սովորողների աշխարհայացքի ձևավորման անբաժանելի բաղադրիչը և ապահովեն, որ նրանք հասկանան ստոխաստիկական օրինաչափությունների բազմազանությունը, բնության և հասարակության մեջ բազմաբնույթ գործընթացներում ստոխաստիկական մոդելների կիրառման հնարավորությունները:

Ինչպես նշում է Բ. Վ. Գնեդենկոն. «Դպրոցն ավարտելով՝ շրջանավարտները պետք է հստակ գիտակցեն, որ բնության մեջ և հասարակական կյանքում ոչ բոլոր գործընթացներն են կրում զուտ դետերմինիստական բնույթ, որ նման մոտեցումն իրականության առաջնային և պարզագույն մոտարկումն է: Ճանաչողության հաջորդ քայլը դա վիճակագրական մոտեցումն է: Դրանում է կայանում հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդաբանական նշանակությունը: Մենք իրավունք չունենք մեր սովորողներին զրկել կյանքի, բնության, տեխնիկայի, հումանիտար հետազոտությունների նկատմամբ այս առավել լայն հայացքներից՝ թողնելով նրանց 18-րդ դարի մեթոդաբանական պատկերացումների մակարդակում» [5, էջ 4]:

Հավանականությունների տեսությանը և մաթեմատիկական վիճակագրությանը

նվիրված նյութերն աչքի են ընկնում ինքնատիպությամբ, հավանականային մտածողության ձևավորման ու զարգացման եզակի հնարավորություններով, գեղագիտական յուրօրինակ գրավչությամբ և մի շարք այլ առանձնահատկություններով, որոնց բացահայտումն ու հաշվառումը առանձնահատուկ դեր կարող են ունենալ ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացի և ընդհանրապես, դպրոցական մաթեմատիկական կրթության որակի բարձրացման և կատարելագործման հարցում: Մեր փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկական նյութի բովանդակային առանձնահատկությունները նպաստում են սովորողների հետաքրքրության և ակտիվության մեծացմանը, ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը:

Անշուշտ, չափազանց կարևոր է ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում տեսության խիստ տրամաբանական շարադրումը: Սակայն մանկավարժական փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկական նյութի ներկայացման միայն ձևական-տրամաբանական կողմը բավարար չէ այն ընկալելու համար: Ընկալման գործընթացի վրա ազդում են նաև մի շարք հոգեբանամանկավարժական գործոններ: Հետևաբար, ուսուցման գործընթացում պետք է հաշվի առնել ինչպես ստոխաստիկայի (հասկացություններ, թեորեմներ և այլն), այնպես էլ սովորողների հոգեբանական և անհատական առանձնահատկությունները (բնավորությունը, մտային գործունեության առանձնահատկությունները, հույզերը, զգացողությունները և այն ամենը ինչն ազդում է դրա վրա): Ուսուցման գործընթացում շեշտը պետք է դնել ոչ թե ինչպիսի՞ն պետք է լինի սովորողը, ի՞նչ պետք է իմանա, ի՞նչ պետք է հիշի, այլ մենք պետք է մեր առջև տեսնենք կենդանի էակի, իր գիտելիքներով, հիշողությամբ, հետաքրքրություններով ու հնարավորություններով: Պարզվում է, որ իրականում հավանականային-վիճակագրական նյութի ընկալման վրա հենց այդ հոգեկան գործոններն են որոշիչ կերպով ազդում:

Մտածողության արդյունավետ զարգացումը կախված է առաջին հերթին սովորողի պահանջմունքադրդապատճառային ոլորտից: Փորձով հաստատված է, որ ինքնուրույն որոնման արդյունքում ձեռք բերված գիտելիքներն առավել արագ են ընկալվում և առավել լավ են հիշվում, քան գիտակցության մեջ պարտադրաբար ներմուծված գիտելիքները: Դրա հետ մեկտեղ միևնույն մարդը դատում է ճիշտ կամ սխալ, արագ կամ դանդաղ, տրամաբանորեն կամ ոչ տրամաբանորեն. կախված է ոչ միայն նրա ընդունակություններից, այլ նաև այն բանից, թե նա ինչպես է տրամադրված, հանգիստ է, թե անհանգիստ, վստահ է իր ուժերի նկատմամբ, թե ոչ և այլն: Այսպիսով, կարելի է ասել, որ մարդու ուսումնական հնարավորությունները, նրա տրամաբանական մտածողության մակարդակն անընդհատ փոփոխվում են և կախված են հենց նշված զուտ հոգեբանական գործոններից: Եվ, ուրեմն, մաթեմատիկական գիտելիքների արդյունավետ ուսուցմանը և դրանց արդյունավետ յուրացմանը միտված ստոխաստիկայի դասավանդման գործընթացը կազմակերպելիս պետք է հաշվի առնել այդ գործոնները, քանի որ դրանցից է կախված սովորողների մտածական գործունեությունը և մտածողության զարգացումը: Եվ, հետևաբար, հանրակրթության մաթեմատիկայի դասընթացի ստոխաստիկական նյութի ընկալման հոգեբանամանկավարժական տեսանկյունից չափազանց կարևոր է

ապահովել սովորողների դրդապատճառային ոլորտի խթանումը:

Կարծում ենք, որ վերոնշյալ խնդիրների հաղթահարման հարցում կարևոր դեր կարող է խաղալ ստոխաստիկայի, դրա ուսուցման ձևերի և տեխնոլոգիաների, ուսումնական նյութի՝ հասկացությունների, թեորեմների, խնդիրների ու դրանց լուծման առանձնահատկությունների բացահայտումն ու հաշվառումը:

### **Ստոխաստիկական նյութը և սովորողների ստոխաստիկական մտածողությունը**

*Հավանականությունների տեսությանը և մաթեմատիկական վիճակագրությանը նվիրված նյութերն աչքի են ընկնում հավանականային մտածողության ձևավորման ու զարգացման բացառիկ ու եզակի հնարավորություններով:* Հավանականային մոդելների հետ աշխատանքի, ստոխաստիկական խնդիրների և հիմնախնդիրների ըմբռնման ու գիտակցման արդյունքում ձևավորվում և զարգանում է սովորողների հավանականային մտածողությունը, ինչը թույլ է տալիս հասկանալ շրջապատող աշխարհի հավանականային բնույթը, զարգացնում է նրանց անհատականությունը:

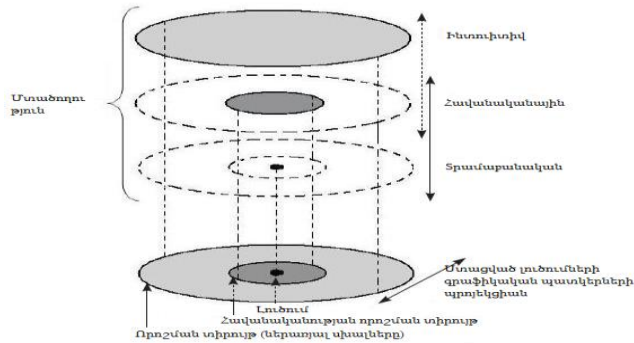
Կ. Կ. Պլատոնովը նկատում է, որ «*Հավանականային մտածողություն*» տերմինը և հասկացությունը 1945 թ. ներմուծել է խորհրդային հոգեբան Բ. Մ. Տեպլով: Այն մտածողության տեսակ է, որի կառուցվածքի մեջ են մտնում սպասվելիք իրադարձությունների հավանականության աստիճանի մասին դատողություններ [9]:

Մանկավարժական և հոգեբանական գրականության մեջ օգտագործում են նաև նշված հասկացության հոմանիշները՝ «հավանականային-վիճակագրական», «վիճակագրական», «ստոխաստիկական» մտածողություն:

Հիմնվելով հավանականային մտածողության Բ.Մ. Տեպլովի կողմից առաջարկված սահմանման վրա և հաշվի առնելով ստոխաստիկայի ուսուցման հետ սերտորեն կապված մտածողության քննադատական բնույթը՝ Ս. Վ. Շերբատիխը հետազայում տվել է հավանականային մտածողության հետևյալ սահմանումը. «*Ստոխաստիկական մտածողությունը* մտածողության հատուկ տեսակ է, որը թույլ է տալիս դատողություններ անել և եզրահանգումներ կատարել այս կամ այն իրադարձության տեղի ունենալու հնարավորության, դրանց հավանականության մասին, քննադատաբար գնահատել պատահականության աշխարհով ծնված իրավիճակը, դրանցից դուրս գալու ելքեր գտնել և կանխատեսել սեփական վարքն ապագայում» [12, էջ 149]:

Հավանականային մտածողության նկարագրման մեկ այլ մոտեցում է առաջարկել Ս. Ն. Դվորյատսկինան: Հեղինակը, տարբերակելով մտածողության տրամաբանական և ինտուիտիվ տեսակները, ենթադրում է, որ հավանականային մտածողությունը միջանկյալ տեղ է զբաղեցնում վերջիններիս միջև: Ըստ Ս. Ն. Դվորյատսկինայի՝ հավանականային մտածողությունը առանձնահատուկ հոգեբանական գործընթաց է, որը միավորում է մտածողության ինչպես տրամաբանական, այնպես էլ ինտուիտիվ բաղադրիչները՝ միա-

Ժամանակ ձեռք բերելով նոր որակներ և իրականացվելով այլ հոգեբանական մեխանիզմներով: Գործելով տրամաբանության և ինտուիցիայի հիման վրա ստեղծված պատկերացումներով՝ հավանականային մտածողությունը գնահատում է դրանց հավանականությունը և թույլ է տալիս ավելի ճիշտ որոշումներ կայացնել [7, էջ 19]: Դվորյատկինայի այդ մոտեցումը հստակ երևում է նկար 1-ում, որտեղ ներկայացված է տրամաբանական և ինտուիտիվ մտածողությունների համեմատության մեջ հավանականային մտածողության մոդելը.



Նկ. 1. Տրամաբանական, ինտուիտիվ և հավանականային մտածողությունների համեմատության մոդել ըստ Ս. Ն. Դվորյատկինայի

Տարբեր աղբյուրներում հավանականային մտածողությանը վերագրվում է ինչպես մտածողության ոճ, այնպես էլ՝ տեսակ: Մտածողության հավանականային ոճում որպես մտածողության հիմնական որակներ առանձնացվում են համեմատումը, ընդհանրացումը և վերացարկումը [14]:

Առանձնացվում են հավանականային մտածողության երեք հիմնական բաղադրիչներ՝ *տրամաբանական, կոմբինատորային և հավանականային-վիճակագրական:*

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հավանականային-վիճակագրական ուղղվածությունը կոչված է ձևավորել ներկայիս հարափոփոխ աշխարհում մտածող և գործող անհատ: Բացի այդ, ինչպես նկատում է Վ. Դ. Սեյյուտինը, նշված առանձնահատկությունն առաջադրում է դասավանդման առանձնահատուկ մեթոդիկայի կիրառում՝ ուղղված ոչ դետերմինացված պատկերացումների ձևավորմանը և հավանականային-վիճակագրական մտածողության զարգացմանը [8]:

Սովորողների հավանականային մտածողության ձևավորման հարցում ստոխաստիկայի դերին և նշանակությանը անդրադարձել են այնպիսի անվանի գիտնականներ, ինչպիսիք են Ա. Ն. Կոլմոգորովը, Բ. Վ. Գնեդենկոն, Ա. Յա. Խինչինը, Ի. Ս. Յագլումը, Վ. Դ. Սեյյուտինը Դ. Վ. Մանսիչը, Ս. Վ. Շերբատիխը, Գ. Ս. Եվդոկիմովան, Է. Տիշբեյնը, Ժ. Պիաժեն, Բ. Ինհելդերը, Ն. Մ. Սիլը, Ջ. Մ. Շոգենսին, Ռ. Բիլդերը և այլք: Նրանց հետազոտությունների արդյունքները վկայում են, որ սովորողների հավանականային մտածողության, որն անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր մարդու, ով ապրում է ժամանակակից

բարդ ու հարափոփոխ հասարակությունում, ձևավորման միջոցը ստոխաստիկական խնդիրների համակարգն է: Ընդ որում, Դ. Վ. Մաննիչն առաջարկում է վերջինիս ձևավորման հիմնախնդիրը դնել հետևյալ կերպ. հանրակրթական դպրոցի յուրաքանչյուր սովորողի անհրաժեշտ է տիրապետել ոչ միայն ստոխաստիկական գիտելիքների որոշակի ծավալի, այլև կարողանալ կիրառել այդ գիտելիքները այն դեպքերում, երբ մարդը հանդիպում է ինչ-որ երևույթների հաճախության: Նման դեպքերում աշակերտը պետք է կարողանա ստացված տեղեկատվությունից ինդուկտիվ եզրահանգումներ կատարել:

Հոգեբանների (Ա. Վ. Բրուշլինսկի, Բ. Ինհելդեր, Ժ. Պիաժե, Ե. Ֆիշբեյն, Ի. Ս. Ֆեինգենբերգ և այլք)՝ հետազոտությունները վկայում են, որ մարդն ի սկզբանե պրակտիկորեն ունակ չէ տալ հավանական գնահատական կամ գիտակցել և ճիշտ մեկնաբանել ստոխաստիկական բնույթի տեղեկատվությունը:

Մանկավարժական պրակտիկան ցույց է տալիս, որ հավանականային-վիճակագրական խնդիրների լուծման գործընթացը սովորողների մոտ մեծ դժվարություններ է առաջացնում: Դա առաջին հերթին պայմանավորված է նրանով, որ իրենց բնույթով այս խնդիրները տարբերվում են մաթեմատիկական մյուս խնդիրներից, խնդիրներում հանդիպող հավանականային վիճակագրական հասկացությունները ազատորեն չեն օգտագործվում սովորողների մտածողության մեջ, ավելին, մաթեմատիկական խնդիրների լուծման իրենց հայտնի մեթոդները, որպես կանոն, գրեթե պիտանի չեն հավանականային-վիճակագրական խնդիրների լուծման համար:

Ինչպես նկատում է Ե. Ա. Բունիմովիչը՝ նույնիսկ մաթեմատիկայի այլ բաժինների լավ իմացությունն ու ըմբռնումը չի ապահովում սովորողների հավանականային մտածողության զարգացումը [3, էջ 53]:

Հավանականային մտածողության ձևավորման արդյունավետ ճանապարհներ որոնելու ուղղությամբ կատարված հետազոտությունների շարքում նշանակալի են Վ. Դ. Սեյուտինի հետազոտությունները [8]: Ըստ հեղինակի՝ հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների մեթոդաբանական հիմքը պատահականի և անհրաժեշտի դիալեկտիկական միասնության մասին ուսմունքն է: Նա հավանականային մտածողության ձևավորման հիմքում դնում է նախնական հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների ձևավորումը՝ գտնելով, որ հավանականությունների տեսության և վիճակագրության նախնական հասկացությունների հաջող յուրացման համար անհրաժեշտ է շրջապատող աշխարհի հավանականային պատկերի մասին պատկերացումների պաշար՝ *նախնական վիճակագրական պատկերացումներ*:

Իսկ այն հարցին, թե ինչպե՞ս է իրականացվում այդ նախնական պատկերացումների ձևավորման գործընթացը. այն բնական գործընթաց է, թե՞ հատուկ կազմակերպված ուսուցման արդյունք, իրենց հետազոտություններում փորձել են պատասխանել մի շարք հոգեբաններ, մեթոդիստ-մանկավարժներ:

Հավանականային մտածողության զարգացման հիմնախնդիրը դիտարկելով կոգնիտիվ զարգացման ընդհանուր համատեքստում, որտեղ գերակշռող դիրք ունեն Ժ.

Պիաժեի և Լ. Վիգոտսկու իրար փոխընդհանուր տեսությունները, հեղինակներից շատերը գալիս են այն եզրահանգման, որ պատկերացումների ձևավորումը տեղի է ունենում ոչ թե բնականորեն, այլ որոշակի գործունեության գործընթացում:

Ուսուցման և զարգացման հարաբերակցության խնդրի հետ կապված ռուս հոգեբան Լ. Վիգոտսկու տեսության էությունն արտահայտվում է նրանով, որ ուսուցման մեջ առաջնահերթությունը տրվում է զարգացմանը: Նման մոտեցումը երեխային նպատակաուղղում է ոչ թե այս կամ այն հասկացության յուրացմանը, այլ նրա մտածողության մակարդակի «բարձրացմանը»՝ գիտական հասկացությունների համակարգի հատուկ կառուցված ուսուցման օգնությամբ: Բայց այս մոտեցմամբ հասկացությունների յուրացումը մի շարք դեպքերում իրագործվում է ձևականորեն:

Իր հերթին շվեյցարացի հոգեբան Ժ. Պիաժեն, չհամաձայնվելով Լ. Վիգոտսկու տեսակետի հետ՝ այն կարծիքին է, որ կարևոր նշանակություն ունի հենց երեխայի սեփական ակտիվությունը: Նա պնդում է, որ զարգացող ուսուցման դերը երեխայի արդեն իսկ ունեցած ճանաչողական կառույցների խթանումն է:

Այս համատեքստում Վ. Դ. Սեյյուտինը նշում է, որ նախնական հավանականային-վիճակագրական պատկերացումները ձևավորվում են պատահականության մասին աշակերտների առօրյա, չհամակարգված պատկերացումների հիման վրա: Հավանականային-վիճակագրական նյութի հատուկ կազմակերպված ուսուցումը կոչված է ընդհանրացնելու, համակարգելու սովորողների արդեն իսկ ունեցած թերի, կցկտուր, ինտուիտիվ պատկերացումները [8, էջ 30-31]:

Վ. Ա. Բոլոտյուկն ընդգծում է, որ օբյեկտիվ իրականության առանձնահատկություններին համապատասխան հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների ձևավորումը տեղի է ունենում ոչ տարերայնորեն, այլ նպատակաուղղված ուսուցման արդյունքում, որի հիմքերը ձևավորում են ուսուցման հոգեբանական հայեցակարգերը:

Այսպիսով՝ այս ուղղությամբ կատարված հետազոտությունների արդյունքները հիմք է տալիս ասելու, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հավանականային-վիճակագրական պատկերացումների, հավանականային մտածողության ձևավորումն ու զարգացումն իրականացվում է ստոխաստիկայի փուլ առ փուլ, նպատակաուղղված, համակարգված, երկարատև, սովորողների տարիքային առանձնահատկություններին համապատասխան ուսուցման արդյունքում՝ ոչ միայն տեսական, այլ նաև գործնական առումով:

### **Ստոխաստիկական նյութը կիրառական միջավայրում**

*Ստոխաստիկական նյութի կարևորագույն առանձնահատկություններից մեկն էլ դրա կիրառական բնույթն է:* Ստոխաստիկական հայեցակարգերն արմատապես կապված են բնագիտության և տեխնիկայի զարգացման հիմնախնդիրների հետ: Աշխարհի փիլիսոփայական ընկալումը, դրա ընդհանուր օրինաչափություններն ու գիտական հայեցակարգն անհնար է պատկերացնել առանց ստոխաստիկայի: Նշվում է, որ

պատահականության գոյության հերքումը բերում է մեր աշխարհընկալման սահմանափակմանը: Դեռևս 1896 թ. Ա. Պուանկարեն գրել է. «Հավանականության հաշվումը, ընդհանուր առմամբ, մեզ սովորեցնում է մի բան. իմանալ, որ մենք ոչինչ չգիտենք» [11, էջ 127]:

Հավանականային-վիճակագրական հասկացությունները սերտ կապված են շրջապատող աշխարհի հետ: Ստոխաստիկայի տեսական գաղափարները, մեթոդներն ու արդյունքները կիրառվում են տնտեսագիտության, արտադրության կազմակերպման, բժշկության, սոցիոլոգիայի, հոգեբանության, լեզվաբանության, կապի մեջ, արտակարգ իրավիճակներում, բնագիտական ու տեխնիկական գիտություններում: Եվ, ուրեմն, ստոխաստիկական նյութը շարադրելիս՝ անհրաժեշտ է անընդհատ լուսաբանել հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդների և գաղափարների դերը, լայն կիրառությունները ողջ բնագիտական և սոցիալ-տնտեսական բնագավառներում: Դրանով իսկ կապահովենք, որ դպրոցականները, ովքեր ուղղակիորեն չեն հետաքրքրվում ծրագրային նյութով, հասկանան դասի ժամանակ ուսումնասիրվող երևույթների գործնական նշանակությունը, ինչը, ըստ էության, շատ կարևոր է հումանիտար մտածողությամբ սովորողների համար: Փորձով հաստատված է, որ սովորողների ուշադրությունը ակամայից կենտրոնանում է առարկայի վրա այն դեպքում, երբ խոսքը ստացված գիտելիքները պրակտիկայում կիրառելու մասին է:

Մեր օրերում հավանականությունների տեսությունը կիրառական գիտությունների շարքում օգտագործման տեսանկյունից առաջատարներից է. «չկա ոչ մի բնական գիտություն, որում այս կամ այն կերպ չեն օգտագործվում հավանականությունների տեսության մեթոդները» [4, էջ 17]:

Մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդներն այսօր արդեն լայն կիրառություն ունեն տնտեսագիտության, սոցիոլոգիայի, հոգեբանության, բժշկության, քիմիայի, կենսաբանության, ֆիզիկայի մեջ և բազմաթիվ այլ բնագավառներում: Հավանականությունների տեսությունն ու մաթեմատիկական վիճակագրությունը կարևորագույն դեր ունեն նաև արտակարգ իրավիճակների հետ կապված խնդիրներում:

Ժամանակակից քիմիայի շատ հասկացություններ պահանջում են հավանականային-վիճակագրական պատկերացումներ: Օրինակ՝ դինամիկական հավասարակշռության, քիմիական ռեակցիաների բնույթն անհնար է հասկանալ առանց վիճակագրական պատկերացումների:

Ողջ տեսական գենետիկական հիմնված է հավանականային-վիճակագրական օրենքների վրա: Այսպես, օրինակ, ավստրիացի գիտնական Գ. Մենդելը կենսաբանական մի շարք փաստերը կարողացավ հիմնավորել մաթեմատիկական օրինաչափություններով: Նա կարողացավ բացատրել բույսերի ժառանգական հատկանիշների փոփոխության և փոխանցման օրինաչափությունները: Ժամանակակից գենետիկայի հիմքում ընկած Մենդելի երեք հիմնական օրենքներն իմաստավորվում են հավանականությունների տեսության հիմնական դրույթների և ընդհանրապես, ստոխաստիկական քննարկումների օգնությամբ [6]: Բ. Գնեդենկոն նշում է, որ



կենսաբանական այնպիսի հիմնախնդիրների ուսուցումը, ինչպիսիք են, օրինակ, բնաշխարհում կենդանիների բնակեցումը, ժառանգական հատկությունների փոխանցումը, գիշատչի և որսի փոխհարաբերությունները, գրգռվածության, հուզմունքի փոխանցումը պահանջում են հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության լավ իմացություն [5, էջ 3]: Այսօր արդեն հավանականությունների տեսության մեթոդները դարձել են գենետիկական հաշվարկների հիմքը: Դրանք օգտագործվում են նաև կենսաբանական պոպուլյացիաների զարգացման վերահսկման ու ուսումնասիրման գործում: Իսկ ահա ընդհանուր կենսաբանության այնպիսի հարցեր, ինչպիսիք են բնական ընտրության ճանապարհով էվոլուցիայի, ընտրության ձևերի, բնակչության գենետիկայի հարցերը չեն կարող հասկանալի լինել առանց վիճակագրական օրինաչափությունների մասին պատկերացումների [5]:

Աստղագիտությունն իր տարբեր ոլորտներում լայնորեն օգտագործում է հավանականային-վիճակագրական ապարատն ու պատկերացումները: Տարածության մեջ նյութի բաշխման հետազոտությունները, տիեզերական մասնիկների խմբերի ուսումնասիրությունները և շատ այլ հարցեր ստոխաստիկական պատկերացումների համակարգված օգտագործման կարիքն ունեն [5, էջ 3]:

Համանման միտում է դիտվում նաև հումանիտար գիտություններում:

Հետազոտության հավանականային-վիճակագրական մեթոդները ներգրավվել են պատմական հետազոտությունների մեջ, հատկապես, հնագիտության մեջ:

Ներկայումս լեզվաբանական հաշվարկներ կատարելու համար լայնորեն կիրառվում են հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդները: Գրառումների կոդավորումը և վերծանումը, բառերի և տառերի հաճախությունների ուսումնասիրությունը հիմնված են լեզվի վիճակագրական օրինաչափությունների օգտագործման վրա: Այս մեթոդները վաղուց արդեն օգտագործվում են գրական կեղծիքները պարզելու և հեղինակային իրավունքները պաշտպանելու համար [5, էջ 3-4]:

Հանրահայտ է տնտեսագիտության և մաթեմատիկական վիճակագրության խորը կապը: Առանց բազմակողմանի վիճակագրական հետազոտությունների հնարավոր չէ հուսալիորեն պլանավորել տնտեսական գործունեությունը: Ցանկացած արտադրություն պլանավորելիս՝ ուղղակիորեն գործ ենք ունենում զանգվածային պահանջարկի պատահական փոփոխությունների հետ, որոնք հնարավոր է կանխատեսել անցյալի փորձով: Պետական եկամուտների ավելացման և միաժամանակ քաղաքացիների կենսամակարդակի բարձրացման, բնակչության թվի, նրա կարիքների, զբաղվածության փոփոխությունների կանխատեսման հարցերի դիտարկումը պահանջում է մանրակրկիտ վիճակագրական վերլուծությունների իրականացում և դրա հիման վրա ճիշտ եզրակացությունների կատարում [5, էջ 4]:

Ներկայումս ոչ մի փորձարարական աշխատանք (կենսաբանական, քիմիական, սոցիոլոգիական, հոգեբանական, մանկավարժական, տնտեսագիտական և այլն) լուրջ չի համարվում, եթե վիճակագրորեն հիմնավորված չէ կատարված գիտափորձերի ծավալը և

բերված չէ ստացված արդյունքների վստահելի գնահատական:

Չոգեբանների և մանկավարժ-գիտնականների հետազոտությունների արդյունքների համաձայն՝ ներկայումս ուսուցման գործընթացի նկատմամբ, ընդհանուր առմամբ, դիտվում է հետաքրքրության անկում: Մաթեմատիկայի առումով նկատենք, որ աշակերտի մոտ դպրոցական դասընթացում ուսումնասիրվող օբյեկտների և շրջապատող աշխարհի միջև անթափանց պատնեշի տպավորություն է ստեղծվում: Ավելին, ավագ դպրոցում հումանիտար հոսքերի աշակերտները, ըստ էության, անտեսում են մաթեմատիկա առարկան: Կարծում ենք, որ այդ խնդիրների հաղթահարման հիմնական ճանապարհներից մեկը մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը դեպի գործնական-կիրառական դաշտ նպատակաուղղելն է: Մեր խորին համոզմամբ, ստոխաստիկայի դերը ուսուցման գործընթացի մոտիվացիայի հարցում առանձնակի կարևոր է: Ստոխաստիկական նյութը, որի ուսուցումն անհնար է առանց իրական աշխարհում դիտվող գործընթացների, առանց աշակերտի իրական կյանքի փորձի վրա հենվելու, թույլ կտա հաշվի առնել սովորողների հետաքրքրությունները, ինչը կնպաստի մաթեմատիկայի նկատմամբ վերաբերմունքի բարելավմանը, մաթեմատիկայից չառաջադիմող աշակերտների մոտ առարկայի հանդեպ հետաքրքրություն ձևավորմանը, միևնույն ժամանակ կընդլայնի ձեռք բերած գիտելիքները կիրառելու հնարավորությունները:

Վ.Վ. Ֆիրսովն իր թեկնածուական ատենախոսությունում առաջ է քաշում և ապացուցում է վարկածն առ այն, որ դպրոցում հավանականությունների տեսության դասընթացի հենց կիրառական ուղղվածություն է հանդես գալիս որպես ուսուցման նպատակներին հասնելու անհրաժեշտ պայման [10, էջ 13]: Վ.Դ. Սելյուտինը ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում որպես ուսուցիչների մեթոդական պատրաստվածության հիմնական բաղադրիչ առանձնացնում է կիրառականը՝ ուղղված իրական աշխարհի հետ հավանականային մոդելների սերտ կապի ստեղծմանը, մոդելների կառուցման և մեկնաբանման գործընթացի կազմակերպմանը՝ որպես գործունեության առաջատար ձև [8, էջ 65]:

Այսպիսով՝ ուսուցման գործընթացում շատ կարևոր և անհրաժեշտ է առավելագույնս օգտագործել ստոխաստիկայի կիրառական բնույթը՝ ընդլայնելով երեխայի մտահորիզոնը մաթեմատիկայի և նրա օգտակար լինելու մասին:

### **Ստոխաստիկական նյութի ներուժը միջառարկայական կապերի ոլորտում**

Մյուս կարևոր առանձնահատկությունն այն է, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հավանականային-վիճակագրական գիծը լայնամասշտաբ կապեր ունի դպրոցական այլ դասընթացների հետ: *Այն առանձնահատուկ է իր ներառարկայական և միջառարկայական կապերի ուժով:* Ստոխաստիկական կարող է հանդես գալ որպես հանրակրթական դպրոցի մի շարք առարկաներն ինտեգրող՝ կիրառությունների համատեքստում: Ինտեգրման շրջանակի մեջ ներառելով ֆիզիկան, կենսաբանությունը, քիմիան, աշխարհագրությունը, լեզվաբանությունը և այլ ուսումնական բնագավառներ:

Ստոխաստիկայի ամենաբազմազան կիրառություններն այնքան ընդարձակ են, որ կրթական յուրաքանչյուր աստիճանի համար կարելի է գտնել նշված բոլոր ոլորտների ինտեգրման համար համապատասխան նյութ:

Նշված առանձնահատկությունը չի կարելի հաշվի չառնել դասավանդման գործընթացում: Վերջինիս կիրառական բնույթը թույլ է տալիս ամրապնդել մաթեմատիկայի և այլ բնագավառների տարբեր բաժինների գիտելիքները:

Ներկայումս անժխտելի է այն փաստը, որ հավանականային-վիճակագրական գրագիտությունը բավարար հիմք է ժամանակակից մակարդակով բնագիտական և սոցիալ-տնտեսական առարկաների ուսումնասիրության համար: Ստոխաստիկայի միջառարկայական կապերը գիտության այլ բնագավառների հետ կարելի է իրականացնել են մի շարք խնդիրների միջոցով, որոնք ունեն համապատասխան հենք, ուղղվածություն և պրոբլեմատիկա: Այսպես օրինակ, վիճակագրության ուսուցման գործընթացում ներգրավելով տնտեսական, ժողովրդագրական, սոցիալական բնույթի իրական վիճակագրական տվյալներ, հավանականային նյութերը և խնդիրները համաձայնեցնելով կենսաբանության, քիմիայի, ֆիզիկայի, երկրաչափության, հումանիտար գիտությունների դասընթացների հետ՝ լայն հնարավորություններ են ստեղծվում միջառարկայական կապերի ապահովման համար: Նկատենք նաև, որ սովորողների ծանոթացումը ստոխաստիկայի տարրերի հետ նպաստում է ֆիզիկայի, կենսաբանության և քիմիայի հայտնի օրենքների գիտակցված ըմբռնմանը, ցույց է տալիս մաթեմատիկական օրենքների կապը նշված բնագավառների հետ՝ դրանով իսկ ամրապնդելով միջառարկայական կապերը:

Նման միջառարկայական կապերի ապահովումը մեծ հնարավորություններ է ստեղծում ցույց տալու համար մաթեմատիկայի նշանակությունը կիրառական խնդիրների լուծման մեջ: Նշվում է, որ ավանդական մաթեմատիկայի հետ ստոխաստիկայի համաձայնեցմանը խանգարող հիմնական խնդիրներից մեկը ներառարկայական կապերի ոչ բավարար չափով զարգացումն է: Դասընթացի շրջանակներում սովորողներին պետք է ցույց տալ, որ մաթեմատիկան միասնական է:

Լ. Ա Տերեխովան արդարացիորեն նշում է, որ ստոխաստիկական ավանդական մաթեմատիկայում «օտարականի» կարգավիճակում է: Համաձայնելով նրա հետ՝ մենք ևս գտնում ենք, որ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում հավանականային-վիճակագրական գիծը ներկայացնելով ոչ թե մեկուսի, այլ օրգանապես ինտեգրելով ընդհանուր դասընթացին՝ կվերացնենք վերջինիս «օտարականի» կարգավիճակը և կապահովենք արդյունավետ ուսումնական գործընթաց: Ստոխաստիկական հասկացությունների և օրենքների կիրառումը նպաստում է մաթեմատիկայի ավանդական թեմաների, ուսուցանվող նյութի ամրապնդմանը:

Այսպիսով՝ մաթեմատիկայի դասաժամերի շրջանակներում ստոխաստիկայի ողջ բովանդակությունն ապահովվելով ներառարկայական և միջառարկայական կապերով՝ պրակտիկորեն բացահայտում ենք մաթեմատիկայի կիրառական կողմը:

*Ստոխաստիկական նյութն առանձնահատուկ են նաև նրանով, որ դրա*

դասավանդման գործընթացում պահանջված են դառնում ուսուցման տարբեր մեթոդների և հնարների, ուսումնական գործունեության տարբեր տեսակների համադրումը, նոր մեթոդական-տեխնոլոգիական ապահովվածության օգտագործումը, մասնավորապես, աշակերտների տարիքային հետաքրքրություններին համապատասխան ուսուցման ուսումնական և արտաուսումնական ձևերը, փոխներգործուն մեթոդները, դիդակտիկ խաղերն ու իրական տվյալներով փորձերը, այդ թվում նաև նպատակային գործունեությանը միտված կենդանի դիտարկումները, ինչպես նաև միջառարկայական կապեր արտացոլող գործնական ու կիրառական խնդիրները:

*Հավանականությունների տեսության ու մաթեմատիկական վիճակագրության այն առանձնահատկությունը, որ դրանք հենվում է փորձարարական հետազոտությունների վրա, պետք է իր համապատասխան արտացոլումը գտնի ստոխաստիկայի ուսուցման բովանդակության և մեթոդների մեջ:* Այլ կերպ ասած՝ ուսումնական գործընթացը պետք է կառուցվի փորձարարական հետազոտությունների հիման վրա: Նշված առանձնահատկությունը ուսուցչին կողմնորոշում է դեպի այն, որ համապատասխան հարցերի դասավանդումն իրականացվի հետազոտության տեսքով, երբ սովորողը դեռևս փոքր տարիքից հանդես է գալիս հետազոտողի դերում՝ պատասխանելով իրեն շրջապատող աշխարհի մասին իր մոտ ծագած հարցերին՝ հավաքելով, մշակելով և վերլուծելով անհրաժեշտ տեղեկատվությունը: Դասավանդման գործընթացն ամբողջությամբ կառուցելով կյանքի տարբեր իրավիճակներ նկարագրող նյութի հիման վրա՝ ապահովում ենք սովորողների առօրյա կյանքում մաթեմատիկայի նշանակության գիտակցումը:

### **Ստոխաստիկական նյութի գեղագիտական գրավչությունը**

*Ստոխաստիկայի կարևորագույն առանձնահատկություններից մեկն էլ նյութի գեղագիտական յուրօրինակ գրավչությունն է:* Եվ, հետևաբար, չափազանց կարևոր է նաև հանրակրթության մաթեմատիկայի դասընթացի հավանականային-վիճակագրական նյութի գեղագիտական գրավչության բացահայտման և ուսուցման գործընթացում դրա օգտագործման խնդիրը, ինչը դուրս է մնացել հետազոտողների ուշադրությունից:

Ստոխաստիկական բովանդակային նյութն աչքի են ընկնում իր ինքնատիպությամբ, ունի գեղագիտական արժեքների ձևավորման, գեղագիտական դաստիարակության մեծ ներուժ, ինչն անհրաժեշտ է օգտագործել ինչպես բուն ստոխաստիկական նյութի յուրացման հետագա հաջողությունն ապահովելու, այնպես էլ գեղագիտական արժեքների ձևավորման համար: Ընդ որում, խոսքը վերաբերում է ոչ միայն և ոչ այնքան բուն ստոխաստիկայի միջոցով գեղագիտական արժեքների ձևավորման լրացուցիչ հնարավորությունների ստեղծմանը, որքան ստոխաստիկայի տարրերի ներգրավման միջոցով մաթեմատիկական ողջ նյութի շարադրման գեղագիտական գրավչության

մեծացմանը:

Այդ ներուժն, առաջին հերթին, արտահայտվում է նրա բովանդակային կառույցի լեզվի, կիրառությունների գրավչությամբ, դրանց մեջ գիտական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշների և ուսուցման գործընթացում գիտական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշների ամենալայն դրսևորումներով, նրա ներառարկայական և միջառարկայական կապերի ուժով, ներքին և արտաքին գեղագիտությամբ [2]:

Ստոխաստիկական նյութը և գործնական՝ վարժությունների և խնդիրների համակարգը հնարավորություն են տալիս ուսումնական գործընթացի մեջ ներգրավել գիտական գեղեցիկի այնպիսի հատկանիշներ, ինչպիսիք են կիրառելիությունը, օգտակարությունը, անսպասելիությունը, անկանխատեսելիությունը, ինտելեկտուալ որոնումը, հայտնագործելը, նպատակաուղղված բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարումը և այլն:

Բնականաբար, ինչպես բուն ստոխաստիկայի տարրերի ուսուցման, այնպես էլ հատկապես նրանում գեղագիտական տարրի բացահայտումը պահանջում են մանկավարժական և մեթոդական մեծ վարպետություն, որոնցով օժտված կադրերի պատրաստումը բարձրագույն դպրոցի առջև կանգնած լուրջ մանկավարժական խնդիր է:

Պետք է նշենք նաև, որ ուսուցման գործընթացով, դասավանդման մեթոդներով, սովորողների տարիքային առանձնահատկություններով և մի շարք այլ գործոններով պայմանավորված՝ այդ հատկանիշները ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում ունեն իրենց յուրահատկությունները:

Նկատենք, որ հանրակրթության մաթեմատիկայի դասընթացում ստոխաստիկայի տարրերի ներառումը շոշափելիորեն մեծացնում է մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով գեղագիտական արժեքների ձևավորման հնարավորությունները: Այստեղ ընդգրկվում են հիմնականում մաթեմատիկայի կիրառությունների հետ կապված նոր օբյեկտներ, ինչն իր հերթին, նոր երանգներ է հաղորդում մաթեմատիկական գեղեցիկի օբյեկտիվ հատկանիշներին:

Այսպես օրինակ, ստոխաստիկայի տեսական նյութն ամբողջությամբ՝ իր կիրառական ուղղվածության, խնդիրների համակարգի ընձեռնած հնարավորությունների շնորհիվ, գիտական գեղեցիկի *կիրառելիության* օբյեկտիվ հատկանիշի դրսևորման լայն հնարավորություն ունի:

Ստոխաստիկայի կիրառական ոլորտը ներառում է այնպիսի գիտելիքներ ու կարողություններ, որոնք կազմում մարդու ֆունկցիոնալ գրագիտության անբաժան մասը: Ասվածը վերաբերում է ինչպես կյանքում ստոխաստիկայի ամենալայն կիրառություններին, այնպես էլ սովորողի աշխարհընթացմանը և աշխարհայացքի ձևավորմանը:

Ստոխաստիկական նյութի ուսուցումը ենթադրում է մաթեմատիկական նպատակաուղղել դեպի իրականության երևույթների ուսումնասիրություն,

պատահական երևույթների օրինաչափությունների գիտակցում և բացահայտում, կիրառական ուղղվածություն, կյանքի և գիտության այլ բնագավառներում առաջացած խնդիրների մոդելավորում և գործնական վարժությունների ու խնդիրների լուծում: Այստեղ գեղագիտական տարրն ավելի ակտիվ է դրսևորվում մաթեմատիկական մոդելավորման ընթացքում: Պատահական երևույթներում դրսևորվում են մաթեմատիկական գեղեցիկի գանազան հատկանիշներ, ինչի պատճառով դրանց գիտակցումը, բացահայտումը և ուսուցումը կարելի է համարել նաև գեղագիտական գործունեություն: Այն կոչված է ստեղծելու աշակերտների ընդունակությունների և ստեղծագործական կարողությունների զարգացման հնարավորություններ, ենթադրում է սովորողի մոտ ձևավորել երևույթների կանխատեսման ունակություններ, առաջադրել վարկածներ, գտնել այլընտրանքային լուծումներ, գնահատել դրանք: Մինևույն ժամանակ, նշված գործընթացները ենթադրում են ինտելեկտուալ որոնում, և դրա արդյունքում գտնելու, հայտնագործելու գործառույթի իրականացում, ինչը մաթեմատիկական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշ է:

Ուսուցման գործընթացում ստոխաստիկական նյութի շարադրանքն ուղեկցելով նրա բազմազան կիրառություններով և արժեքների ձևավորմամբ ապահովում ենք նաև *օգտակարության* գեղագիտական հատկանիշի դրսևորումը, որը ծառայում է նաև որպես ուսուցման մոտիվացիայի աղբյուր:

Օրինակ, դասական «հանդիպման խնդիրը» [4] ունի արտահայտված կիրառական բնույթ: Մասնավորաբար դիտարկենք հետևյալ տարբերակը.

*Խնդիր:* Երկու նավ պետք է մոտենան մինևույն կառանատեղին: Այդ նավերի՝ նավահանգստին հասնելու պահերը տվյալ օրվա ընթացքում իրարից անկախ են և հավասարահնարավոր: Հայտնի է, որ առաջին նավի կանգառը կառանատեղում տևում է 1 ժամ, իսկ երկրորդինը՝ 2 ժամ: Գտնել նավերից մեկի՝ կառանատեղի ազատմանը ստիպված սպասելու հավանականությունը:

Նման խնդիրների և դրանց լուծման հավանականային հաշվումների միջոցով լուծվում են կյանքի տարբեր իրավիճակներ նկարագրող բազմաթիվ կիրառական խնդիրներ: Այս խնդրի գեղագիտական գրավչությունը առաջին հերթին պայմանավորված է գիտական գեղեցիկի կիրառելիության հատկանիշով:

Այսպիսով՝ ստոխաստիկայի յուրաքանչյուր թեմայի ուսուցման առաջին քայլերից սկսած գիտական գեղեցիկի կիրառելիության հատկանիշի բացահայտումը ոչ միայն թույլ է տալիս ավելի արդյունավետ դարձնել բուն մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացը, այլև՝ ապահովում է սովորողների մոտիվացիայի հարցը, և, հետևաբար, ուսուցման արդյունավետությունը:

Ինչպես արդեն նշել ենք, ստոխաստիկայի առանձնահատկությունների մեկն էլ այն էր, որ նրանում առկա բազմաթիվ փորձարկումների և փաստարկների հետ մեկտեղ քիչ են բանաձևերի քանակը, բացակայում են խրթին հաշվարկները, ինչը լայն շրջանակ է բացում աշակերտների ստեղծագործական գործունեության համար: Իսկ աշակերտների

ստեղծագործական գործունեությունն անմիջապես զուգորդվում է գեղագիտական զգացողությունների հետ:

Այսպիսով՝ ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացում ստեղծագործական տարրի ներառումը զգալիորեն մեծացնում է ուսուցման գործընթացի գեղագիտական գրավչությունը, որտեղ կարող են դրսևորվել մաթեմատիկական գեղեցիկի ինչպես օբյեկտիվ, այնպես էլ սուբյեկտիվ հատկանիշներ:

Ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացի կարևոր բաղադրիչներից մեկը ստոխաստիկական խնդիրն է, որը ունի նաև սովորողի գեղագիտական որակների ձևավորման և զարգացման լայն հնարավորություններ: Ստոխաստիկական խնդիրների գեղեցկության բնութագրման հայտանիշ կարելի է համարել դրանց և դրանց լուծման *ինքնատիպությունը, անսպասելիությունը, անկանխատեսելիությունը, կիրառելիությունը, օգտակարությունը, նպատակատուղիված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտի հաղթահարումը:*

Խնդրի բովանդակության մեջ ներառելով մաթեմատիկական գեղեցիկի արտահայտման տարբեր դրսևորումներ և խնդրի լուծման ընթացքը լցնելով գեղագիտական գրավչությամբ ապահովում ենք սովորողների մի շարք գեղագիտական որակների զարգացումը:

Ստոխաստիկական հասկացությունների ուսուցումը և խնդիրների լուծումը նպատակատուղիված, բարդ ու դժվարին քայլերի իրականացում ենթադրող գործընթացներ են: Մինևույն ժամանակ, այստեղ ենթադրվում է սովորողի առօրյա կենսագործունեության հետ անմիջական կապ ունեցող խոչընդոտների հաղթահարում, ինչը աշակերտին կարող է ոգևորել և ներքաշել ուսումնական գործընթացի մեջ: Արդյունքում՝ նույնիսկ առաջադրվող ամենապարզ խոչընդոտի հաջող հաղթահարումը աշակերտին կարող է մոտիվացնել և պարգևել բազմաբնույթ գեղագիտական զգացողություններ: Հետևապես, ստոխաստիկայի ուսուցումը պատշաճ ձևով կազմակերպելու դեպքում պետք է, որ այն ընթանա գեղագիտական որոշակի գրավչությամբ, ուղեկցվի գեղագիտական հույզերի, զգացմունքների դրսևորումներով:

Փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկական խնդիրների լուծման որոնումը սովորողների մոտ մեծ դժվարություններ է առաջացնում, մասնավորապես խնդիրների լուծման մոտեցումների ընտրության դեպքում: Բայց դրա հետ մեկտեղ, ստոխաստիկայում բազմաթիվ են հետաքրքրաշարժ և ինքնատիպ խնդիրները, որոնց հետաքրքիր ֆաբուլան, հասկանալու և լուծելու համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական բանաձևերի նվազագույն պահանջը սովորողներին ակտիվորեն ներգրավում են խնդրի լուծման գործընթացի մեջ և ծառայում են որպես ուսուցման մոտիվացիայի միջոց: Իհարկե, դրանք պահանջում են ինքնատիպ մոտեցում, ենթադրում են մտքի լարում և ճկունություն, մտածողության տրամաբանություն, վերլուծելու և որոշումներ կայացնելու կարողություններ, ինտելեկտի, նրա դրական հատկանիշների (հետաքրքրասիրություն, քննադատականություն, խորաթափանցություն և այլն) զարգացվածություն:

Ստոխաստիկական խնդիրների գեղագիտական գրավչությունը մեծամասամբ

պայմանավորված է դրանց ուսուցման կազմակերպումից, որի ընթացքում դրսևորվում են մաթեմատիկական գեղեցիկի մի շարք հատկանիշներ: Այստեղ, առաջին հերթին, պետք է նկատի ունենալ, որ գեղագիտական տարրն առավելագույնս դրսևորվում է, երբ սովորողն ինքն է գտնում խնդրի լուծումը: Նշված հարցում մեծ դեր ունի իհարկե, ուսուցչի մոտեցումը: Ստոխաստիկայի յուրաքանչյուր թեմայի և այդ թեմայի հետ առնչվող խնդիրների ուսուցման գործընթացում ուսուցիչը համապատասխան հարցադրումների միջոցով, վարկածների առաջաշմամբ աշակերտներին հանգեցնելով հայտնագործության, խնդրի լուծման գտնելուն՝ կապահովի ուսուցման արդյունավետությունը: Հարկ է, որ ուսուցիչը նշի նաև խնդրի գեղագիտական գրավչության այնպիսի որակներ, որոնք տեսանելի չեն սովորողին՝ խնդրի անկանխատեսելիությունը, անսպասելիությունը և այլն [2, էջ 403]:

Ստոխաստիկական, ավելի քան մաթեմատիկայի այլ բաժին, լայն հնարավորություններ է ստեղծում որոնելու, գտնելու, հայտնագործելու, ինտելեկտի, նրա դրական հատկանիշների (հետաքրքրասիրություն, քննադատականություն, խորաթափանցություն և այլն) ձևավորման և զարգացման համար: Եվ, ուրեմն, ստոխաստիկայի ուսուցման գործընթացը պետք է հագեցած լինի ինտելեկտուալ որոնման, նպատակաուղղված, բարդ ու դժվարին խոչընդոտների հաղթահարման, գտնելու, հայտնագործելու գործողություններով, որոնք մաթեմատիկական գեղեցիկի սուբյեկտիվ հատկանիշներ են:

Ինչ վերաբերում է հայտնագործություններին, ապա նկատենք, որ փորձառու ուսուցիչը կարող է արդեն հայտնի փաստերի ուսուցումն այնպես կազմակերպել, որ դրանք «հայտնագործվեն» աշակերտների կողմից՝ նկատի ունենալով դրանց անսպասելիությունը: Ընդ որում, հայտնագործումը հնարավոր է իրագործել ինչպես էվրիստիկական, այնպես էլ էմպիրիկ ճանապարհով՝ տարբեր փորձերի, վիճակագրական հետազոտությունների ընթացքում [2]:

Ստոխաստիկական նյութը օրինաչափությունների և կապերի անսպասելիության և անկանխատեսելիության դրսևորման լայն հնարավորություններ ունի, դրսևորվում է հայտնագործության պահը: Իսկապես, ստոխաստիկական երբեմն առաջ է քաշում փաստեր, որոնց առաջին հայացքից դժվար է հավատալ, բայց այնուամենայնիվ դրանք հաստատված են գիտության կողմից: Այս համապատասխան գեղագիտական հատկանիշների ներգրավումը ուսումնական գործընթացին գեղագիտական գրավչություն են հաղորդում:

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գեղագիտական արժեքների ձևավորման տեսակետից ուշագրավ են պարադոքսները, որոնք անսպասելիության և անկանխատեսելիության լավագույն օրինակներ են. դրանց պայմաններից եզրակացության ստացումը զարմացնում է և գեղագիտական մեծ հաճույք է պատճառում, մեկնաբանման գործընթացը լրացուցիչ հուզական լիցք է հաղորդում աշխատանքին:

Անկանխատեսելիությունը հանդես է գալիս, երբ մարդն ի գորու չէ կռահելու խնդրի եզրակացությունը, իսկ անսպասելիությունը՝ երբ խնդրի պայմանները չեն թելադրում նրա եզրակացությունը: Նման դեպքերում դժվար է լինում հավատալ խնդրում



առաջադրված պահանջի ճշմարտացիությանը [2, էջ 397-398]:

Որպես անսպասելիության գեղագիտական հատկանիշի դրսևորման օրինակ դիտարկենք աշակերտների համար անսպասելի և հետաքրքիր «տարեդարձի պարադոքսը»:

*Եթե խմբում կա 23 (կամ ավել շատ թվով) մարդ, ապա հավանականությունը, որ նրանցից առնվազն երկու հոգի ծնվել են նույն ամսի նույն օրը գերազանցում է 50%-ը:*

Նման պնդումը պարադոքս է համարվում միայն այն պատճառով, որ հակասում է մարդկանց ինտուիտիվ ընկալմանը: Պարադոքսի ձևակերպման մեջ խոսքը գնում է խմբի ինչ-որ երկու անդամների ծննդյան օրերի համընկնման մասին: Մոլորություններից մեկն այն է, որ խմբից ընտրում են մեկ մարդ և գնահատում են հավանականությունն այն բանի, որ խմբի ինչ-որ այլ անդամների ծննդյան օրերը համընկնում են ընտրված մարդու ծննդյան օրվա հետ: Տվյալ դեպքում համընկնման հավանականությունը նշանակալիորեն փոքր է: Իրականում 23 մարդկանցից բաղկացած խմբում երկու մարդու ծննդյան օրերի համընկնման հավանականությունը մեծանում է, քանի որ դիտարկվում է խմբի ցանկացած երկու մարդու ծննդյան օրերի համընկնման հավանականությունը: Այդ հավանականությունը որոշվում է մարդկանց զույգերի քանակով, որոնք հնարավոր է կազմել 23 մարդկանցից: Քանի որ զույգերում մարդկանց կարգը նշանակություն չունի, ապա նման զույգերի ընդհանուր թիվը հավասար է  $C_{23}^2 = 253$ :

Հաշվենք հավանականությունը, որ  $n$  թվով մարդկանցից կազմված խմբում առնվազն երկուսի ծննդյան օրերը համընկնում են:

Դիցուք ծննդյան օրերը բաշխված են հավասարաչափ, այսինքն ընդունենք, որ տարին ունի 365 օր (նահանջ տարի չկա), խմբում չկան երկվորյակներ, ծնելիությունը կախված չէ շաբաթվա օրերից կամ այլ գործոններից (ոչ հավասարաչափ բաշխումը միայն մեծացնում է ծննդյան օրերի համընկնման հավանականությունը): Նախ հաշվենք հավանականությունը, որ խմբի բոլոր անդամների ծննդյան օրերը տարբեր են. երբ  $n > 365$ , ապա Դիրիխլեի սկզբունքի համաձայն այդ հավանականությունը հավասար է զրոյի, երբ  $n \leq 365$ , ապա կվարվենք հետևյալ կերպ. պատահականորեն խմբից ընտրենք մեկին և հիշենք նրա ծննդյան օրը: Այնուհետև պատահականորեն ընտրենք երկրորդին և հավանականությունը այն բանի, որ նրա ծննդյան օրը չի համընկնի առաջինի ծննդյան օրվա հետ կլինի՝  $1 - \frac{1}{365} = \frac{364}{365}$ : Պատահականորեն ընտրված երրորդ մարդու համար այդ հավանականությունը կլինի՝  $1 - \frac{2}{365} = \frac{363}{365}$ : Համանման ձևով  $(n-1)$ -րդ մարդու համար այդ հավանականությունը կլինի՝  $1 - \frac{n-1}{365}$ :

Բազմապատկելով այս բոլոր հավանականությունները՝ կստանաք հավանականությունն այն բանի, որ խմբի բոլոր  $n$  մարդկանց ծննդյան օրերը տարբեր են՝

$$\left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{2}{365}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{365}\right) = \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365-n+1)}{365^n} = \frac{365!}{365^n (365-n)!}$$

Այդ դեպքում հավանականությունը, որ խմբի առնվազն երկու անդամի տարեդարձերը համընկնում են կլինի՝

$$P = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - n + 1)}{365^n}$$

Երբ  $n = 23$ , ապա համընկնման հավանականությունը լինում է 50,7 %:

Բերված թվերն այնքան անսպասելի են, որ դրա փորձնական ստուգումը կարող է հիանալի զբաղմունք լինել աշակերտների համար:

Այստեղ գեղագիտական տարրն արտահայտում է պնդման կիրառության անսպասելիությունը:

Փորձը ցույց է տալիս, որ այս տեսակ հանձնարարությունները հետաքրքրում են նաև ցածր առաջադիմությամբ սովորողներին, քանի որ այստեղ նրանք կարողանում են ասվածը ստուգել փորձի միջոցով: Այսպիսի աշխատանքների միջոցով աշակերտներն առավելագույնս ներգրավվում են ուսուցման գործընթացում [1]:

Պարադոքսները նաև պատմություններ են իրենց ժամանակի նշանավոր մարդկանց և իրադարձությունների մասին, որոնց իմացությունը գիտական գեղեցիկի լրացուցիչ երանգներ է հաղորդում խնդրին: Նկատենք նաև, որ վերջիններիս դիտարկումն ընդլայնում է սովորողների մտահորիզոնը, նպաստում են նրանց ինտուիցիայի զարգացմանը: Դրանք հետաքրքիր և կրթող են:

Այսպիսով, հավանականային մոտեցումը մաթեմատիկայի գեղագիտական էությունն արտահայտող կարևորագույն ճանապարհներից մեկն է, և դրա լիարժեք դրսևորման գործում անգնահատելի է ստոխաստիկայի տարրերի դերը: Սովորողներին ներգրավելով ստոխաստիկական իրավիճակների ու գործընթացների ակտիվ ուսումնասիրության ու հետազոտության մեջ (նման ուսումնասիրության առարկան շատ ծավալուն է), նրանց համար բացահայտելով նյութի գեղագիտական մեծ ներուժը՝ ապահովում ենք նրանց մոտիվացիայի հարցը ոչ միայն ստոխաստիկայի բաղադրիչի ուսուցման, այլև՝ մաթեմատիկայի այլ բաժինների այլ հասկացությունների նկատմամբ, և, հետևաբար, ուսուցման արդյունավետությունը [1]:

Աշակերտների և ապագա ուսուցիչների հետ աշխատելու մեր փորձը ցույց է տալիս, որ ստոխաստիկայի դասընթացի և հատկապես գործնական պարապմունքների կազմակերպման գործընթացը շատ ավելի արդյունավետ է լինում, երբ մենք փորձում ենք բացահայտել ուսուցանվող նյութի կամ խնդիրների գեղագիտական կողմը [1]:

Ավելացնենք նաև, որ աշխարհի ճանաչումը չի կարող խստորեն իրագործվել առանց հավանականային հիմնավորվածության: Հետևաբար, մաթեմատիկայի դասընթացի ստոխաստիկական բաղադրիչն առանցքային նշանակություն ունի մաթեմատիկական կրթության կազմակերպման համար: Եվ դա, իր հերթին, օգնում է սովորողների մոտ հետաքրքրություն առաջացնել գիտելիքի ձեռքբերման նկատմամբ, զարգացնել նրանց ճանաչողական ունակությունները, ստեղծագործական հմտությունները:

Այսպիսով՝ հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության վերոնշյալ առանձնահատկություններն առաջադրում են հանրակրթական դպրոցներում ստոխաստիկայի տարրերի բովանդակությունը, մեթոդաբանությունը և դասավանդման մեթոդները ընտրելիս նորովի և առանձնահատուկ մոտեցումներ,

միաժամանակ, թելադրում են, որ աշակերտների գործունեությունը պետք է չսահմանափակվի միայն պատրաստի հավանականային մոդելների ուսուցմամբ: Հավանականային-վիճակագրական մեթոդներն ու հասկացություններն աշակերտների կողմից ճիշտ և գիտակցված կրնկալվեն, եթե դրանք ներկայացվեն ոչ թե որպես պատրաստի արդյունք, այլ որպես ձևավորման գործընթաց (սովորողը պետք է մասնակցի գիտելիքների բացահայտման գործընթացին): Հավանականային մոդելների կառուցման և մեկնաբանման գործընթացը պետք է դիտվի որպես աշակերտների գործունեության առաջատար ձև: Ուսուցիչը կոչված է ուղղորդելու նման գործունեությանը: Ուսուցման գործընթացում խաղային, իրական բովանդակությամբ, ինչպես նաև միջառարկայական և ներառարկայական կապեր իրականացնող գործնական ու կիրառական նշանակություն ունեցող խնդիրների և օրինակների դիտարկումը թույլ կտա մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը դարձնել հետաքրքիր և բովանդակալից: Անհրաժեշտ է ստոխաստիկական դիտել ոչ միայն որպես հասկացությունների, փաստերի և պնդումների համակարգ, այլ որպես, իրենց փոխկապակցվածության համատեքստում, հավանականային և վիճակագրական մտահանգումներ ընդգրկող առանձնահատուկ մեթոդաբանություն:

### Գրականության ցանկ

- 1. Մինասյան Ա.Բ. (2020),* Հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության տարրերի դասավանդման առանձնահատկությունները հանրակրթական դպրոցում, Թեկնածուական ատենախոսություն, Երևան, 191 էջ:
- 2. Միքայելյան Հ.Ս. (2015),* Գեղեցիկը, մաթեմատիկական և կրթությունը, մաս II, Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Եր., Էդիտ Պրինտ, 2015 թ., 440 էջ:
- 3. Бунимович Е.А. (2002),* Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики/ Математика в школе, 2002. №4. С. 52- 58.
- 4. Вентцель Е.С. (1969).* Теория вероятностей. Изд. 4-е, стереотипное. М.: Наука, 1969. 577 с.
- 5. Гнеденко Б.В. (1999)* Статистическое мышление и школьное математическое образование// Математика в школе. 1999. №6. С. 2-6.
- 6. Гольдфайн И.И. (2009).*\_ Статистические законы и понятия в современной школьной программе. // Математика в школе. 2009. № 7. С. 59-64.

7. *Дворяткина С.Н. (2010).*\_ Вероятностное мышление и его роль в учебной деятельности студентов //Вестник Российского университета дружбы народов. 2010. №3. С. 16-21.
8. *Селютин В.Д. (2002).*\_ Научные основы методической готовности учителя к обучению школьников стохастике. Монография. Орёл: ОГУ, 2002. 200 с.
9. *Теплов Б.М. (1985).*\_ Избранные труды. Т. 1. М.: Педагогика, 1985. 328 с.
10. *Фирсов В.В. (1974).*\_ Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине: дис. ... канд. пед. наук. М., 1974. 161с.
11. *Фройденталь Г. (1983).*\_ Математика как педагогическая задача: книга для учителя/ Под общ. ред. П. Я. Виленкина. М.: Просвещение, 1983. Ч.2. 192 с.
12. *Щербатых С.В. (2013).*\_ Актуализация проблемы формирования стохастического мышления у старшеклассников//Вестник Брянского государственного университета. Брянск: РИО БГУ, 2013. №1. С. 148-150.
13. *Ben-Zvi D. & Garfield J. (2011).*\_ The Meaning of Statistical Thinking and Learning [in Korean]. Seoul, Korea: Kyung Moon Publishers. (Translation of the book The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking to Korean). 2011. 494 p.
14. *Biehler R.& Meletiou-Mavrotheris M. (2007).*\_ Developing Stochastic Thinking – A Working Group Report of CERME-5. 2007. pp. 686-692.
15. *Agazzi E. (1988).*\_ Probability in the Sciences. Dordrecht. 1988. P. VII.

**ԴԻՏԱՐԿՈՒՄՆԵՐ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՅՈՒՄ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԻ  
ԲՈՎԱՆԴԱԿԱՅԻՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ**

***Մինասյան Անժելա Իսրայելի***

**Ամփոփում:** Աշխատանքը նվիրված է դպրոցական մաթեմատիկայի դասընթացում ընդգրկված ստոխաստիկական նյութի բովանդակության առանձնահատկություններին: Այդ առանձնահատկություններից առաջին հերթին դիտարկվում են հավանականությունների տեսությանը և մաթեմատիկական վիճակագրությանը նվիրված նյութերի բացառիկ ու եզակի հնարավորությունները սովորողների հավանականային մտածողության ձևավորման ու զարգացման գործում: Դիտարկվող հաջորդ

առանձնահատկությունը ստոխաստիկայի կիրառական միջավայրն է. դրա ընդարձակությունը, ինչը հիմք է ստեղծում նաև հանրակրթության շրջանակներում միջառարկայական լայն կապեր հաստատել ինչպես բնագիտական, այնպես էլ հումանիտար առարկաների հետ: Հավանականությունների տեսության ու մաթեմատիկական վիճակագրության բովանդակության կարևոր տարր են հանդիսանում փորձարարական հետազոտությունները, ինչը նույնպես դիտվում է որպես կարևոր առանձնահատկություն, վիճակագրական մտահանգումների հաստատման կարևոր դասական մաթեմատիկայում ընդունված ճանապարհից տարբեր, ճանապարհ: Ստոխաստիկայի կարևորագույն առանձնահատկություններից մեկն էլ նյութի գեղագիտական յուրօրինակ գրավչությունն է, գիտական գեղեցիկի հայտանիշների հետ դրանց կապը, հավանականային երևույթների անսպասելիությունը, մաթեմատիկական բանաձևերի սակավությունը և այլն:

Ցույց է տրվում, որ ստոխաստիկական նյութի առանձնահատկություններից յուրաքանչյուրի համար առկա է յուրովի մոտեցում. դրանց նկատմամբ սովորողների հետաքրքրությունների ակտիվացման, ուսուցման արդյունավետության բարձրացման և կրթական այլ խնդիրների արդյունավետ լուծման հարցերում:

**Բանալի բաներ:** Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթաց, ստոխաստիկա, բովանդակություն, առանձնահատկություններ, հետաքրքրություն, արդյունավետություն, հավանականային մտածողություն, գեղագիտական գրավչություն:

## OBSERVATIONS ABOUT THE CONTENT FEATURES OF STOCHASTIC MATERIAL IN A MATHEMATICS COURSE

*Minasyan Anzhela Israyel*

**Summary.** The work is devoted to the peculiarities of the content of stochastic material included in the school course of mathematics. Among these features, the exceptional and unique potential of materials on probability theory and mathematical statistics in shaping and developing students' probabilistic thinking is first and foremost considered. The next feature to be taken into account is the applied orientation of stochastics: its extensiveness, which creates the basis for establishing broad interdisciplinary links with both natural science and humanities subjects within the framework of general education. An important element of the content of probability theory and mathematical statistics is experimental research, which is also seen as an important feature, an important way of confirming statistical representations, different from the way adopted in classical mathematics. One of the most important features of stochasticity is the unique aesthetic appeal of the material, its association with signs of scientific beauty, the unexpectedness of probabilistic phenomena, the paucity of mathematical formulas, and so on.

It is shown that there is a unique approach for each feature of stochastic material: in terms of activating students' interest in them, increasing learning efficiency and effectively solving other educational tasks.

**Key words.** The process of teaching mathematics, Key words. Mathematics learning process, stochastic, content, features, interest, effectiveness, probabilistic thinking, aesthetic appeal.

## НАБЛЮДЕНИЯ О СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЯХ СТОХАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

*Минасян Анжела Израеловна*

**Резюме.** Работа посвящена особенностям содержания стохастического материала, входящего в школьный курс математики. Среди этих особенностей прежде всего рассматриваются исключительные и уникальные возможности материалов, посвященных теории вероятностей и математической статистике, в формировании и развитии вероятностного мышления учащихся. Следующая особенность, которую следует учитывать, — прикладная направленность стохастики: ее обширность, что создает основу для установления широких межпредметных связей как с естественнонаучными, так и с гуманитарными предметами в рамках общего образования. Важным элементом содержания теории вероятностей и математической статистики являются экспериментальные исследования, которое также рассматривается как важная особенность, важный способ подтверждения статистических представлений, отличающийся от способа, принятого в классической математике. Одной из важнейших особенностей стохастики является уникальная эстетическая привлекательность материала, его связь с признаками научной красоты, неожиданность вероятностных явлений, скудость математических формул и т. д.

Показано, что для каждой особенности стохастического материала существует уникальный подход: с точки зрения активизации интереса учащихся к ним, повышения эффективности обучения и эффективного решения других образовательных задач.

**Ключевые слова.** Процесс обучения математике, стохастика, содержание, особенности, интерес, эффективность, вероятностное мышление, эстетическая привлекательность.