

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧНЫХ СЕРИАЛОВ И ПРИМЕРЫ ИХ
ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТЕРЕОМЕТРИИ**

ORCID 0000-0003-2295-3067

Кузнецова Елена Павловна, Денисюк Анастасия Игоревна

*Белорусский государственный педагогический университет имени М. Танка,
г. Минск, Республика Беларусь*



Кузнецова Е. П., к. п. н., доцент

Умение изображать на плоскости трехмерные фигуры для учащихся старших классов является трудноформируемым. Навыки правильного восприятия на плоскости готовых чертежей стереометрических конфигураций формируются также очень непросто, хотя белорусские

учебные пособия по планиметрии, в соответствии с принципом фузионизма, включают изображения пространственных объектов и информацию о них, обеспечивая пропедевтику ряда стереометрических понятий. Обычно переход к изображению на плоскости трехмерных фигур для учащихся 10-х классов остаётся весьма проблематичным. Для них трудно как правильное восприятие готовых двумерных графических моделей стереометрических конфигураций, так и самостоятельное создание таких моделей. Это связано, во-первых, с относительно малой алгоритмизацией курса стереометрии, где почти все задачи и теоремы решаются и доказываются, на взгляд обучаемых, по-новому. А во-вторых, трудности графического моделирования при обучении стереометрии объясняются недостатками методики формирования пространственных представлений учащихся. Разглядывание (созерцание) готовых чертежей в учебных пособиях по стереометрии и/или на классной доске в какой-то степени развивает пространственные представления обучаемых, но не заменяет в полной мере их самостоятельную работу по созданию графических моделей трёхмерных фигур. Деятельность учащихся как по созерцанию (прочтению) готовых чертежей, так и по их самостоятельному созданию становится более эффективной, когда есть ситуации для сравнения, которые позволяют анализировать их содержание, выявлять сходства и различия.



Денисюк А. И.

Целесообразно, чтобы условия учебных заданий по любому разделу математики, в том числе и по стереометрии, давали возможность сравнивать действия по их выполнению, а также результаты этих действий. Такие ситуации для сравнений на материале стереометрии не всегда встречаются в учебных пособиях в готовом виде. Но учитель может сам создавать специальные комплексы задач, при решении которых учащиеся будут вынуждены сравнивать разные особенности изображаемых (или уже изображённых) пространственных объектов, получая тем самым больше возможностей для продуктивного формирования своих пространственных представлений и мышления.

***Понятие задачного сериала как методического средства,
интенсифицирующего аналитическое мышление учащихся***

Специальный комплекс тесно взаимосвязанных между собою задач будем называть **задачным сериалом**, если в тексте условия есть некоторая **неизменная математическая информация**, которая используется во всех задачах (сериях) и, кроме того, каждая отдельная задача (серия) содержит **изменяемую информацию**, выделяющую её среди других.

Наличие общей части условия (*константной части*) позволяет объединить на основе некоторой дидактической цели совокупность нескольких задач в комплекс задач или в одну укрупнённую задачу – **задачный сериал**, а **отдельные задачи** рассматривать как его **серии**, особенность каждой из которых обуславливается изменяемой частью её условия (*вариативной частью*).

Понятие задачного сериала было введено в статье, там же приведены конкретные примеры задачных сериалов на материале школьного курса алгебры.

Смысл термина комплекс хорошо согласуется с тем дидактическим содержанием, которое вкладывается в понятие «задачный сериал».

Задачные сериалы в стереометрии можно отличить от набора отдельных задач по следующим признакам: ● в условии всех частей (серий) задачного сериала присутствует некоторая **постоянная стереометрическая конфигурация** и, кроме того, ● каждая часть (серия) содержит некоторую **варьируемую информацию о заданной конфигурации**, выделяющую её среди других.

Отметим некоторые теоретические предпосылки идеи комплекса задач, реализуемой в задачном сериале.

В книге «Сумерки просвещения», где собраны педагогические статьи (периода 1883-1898 годов) российского философа и религиозного деятеля В.В. Розанова (1856-1919), изложен **принцип целости** – один из трёх принципов (индивидуальности, целости, единства типа) его образовательной концепции. Согласно этому принципу, обучая ребёнка чему бы то ни было, «нельзя дробить очень сильно знания, ощущения» [8, с. 96], то есть, говоря современным языком, материал для обучения должен быть целостным. Успешности усвоения учебного материала способствует, с одной стороны, возможность погрузиться в него, а с другой стороны – необходима и возможность обзора разнообразных его использований, то есть возможность сравнений. «Принцип целости» В.В. Розанова хорошо согласуется со смыслом и трактовкой понятия системы (в том числе и системы обучения), где определяющим является именно

свойство целостности, а также с принципом целостности, характерным для реализации современного системного подхода в научных исследованиях.

На сходных идеях базируется применение в обучении укрупнения дидактических единиц (УДЕ). В 50-70-х годах XX века на материале школьной математики П.М. Эрдниевым (1921-2019) была разработана система УДЕ как технология изучения взаимосвязанных понятий. Он объединил в общие блоки понятия, которые в традиционном обучении попадают в отдельные, а часто и довольно удалённые друг от друга, тематические разделы (уравнения и неравенства; обыкновенные и десятичные дроби; пропорции и проценты и т.д.). Образовательная технология УДЕ, предлагая совместное изучение взаимообратных действий (задач, функций), обращённых упражнений и других взаимообратимых объектов, позволяет рационально интенсифицировать учебный процесс, повысить его качество за счёт освоения учащимися знаний и навыков, важных для целостного восприятия учебного предмета и многих явлений действительности [13].

Психолого-физиологическим научным фундаментом системы УДЕ стали: идея контрастных раздражителей (И.П. Павлов, 1849-1936), идея "обратной афферентации" в циклически замкнутых мыслительных процессах (П. К. Анохин, 1898-1974), а также идея о механизмах сознательного и бессознательного при образовании умозаключений (И.Р. Пригожин, 1917-2003).

Задачные сериалы, развивая идеи УДЕ и системного подхода, могут стать одним из средств реализации продуктивного обучения, приближающего его к народной мудрости "Все познается в сравнении".

Приёмы разработки задачных сериалов и их дидактические возможности при обучении стереометрии

Можно выделить несколько приёмов разработки математических задачных сериалов.

Приём 1. «Раскрытие параметра» – рассмотрение в серии задач всех частных случаев (влияющих на ход решения задачи) значения некоторой величины, фигурирующей в варьируемой и/или константной части условия.

Приём 2. «Динамизация» – конкретизация в варьируемой части каждой из серий варианта расположения одного или нескольких элементов конструкции (конфигурации), заданной в константной части условия задачи.

Приём 3. «Варьирование условия» – изменение каких-либо данных в варьируемой части каждой из серий при сохранении одной и той же конструкции (конфигурации) и требования задачи.

Приём 4. «Перечень итогов» – указание в варьируемой части каждой серии результата (подхода, метода решения), который надо получить (использовать) при одном и том же условии в константной части задачи.

Приём 5. «Типология и варьирование» – рассмотрение в варьируемой части серий признаков разных видов задач на основе одной их классификации (типологии) при сохранении условия константной части.

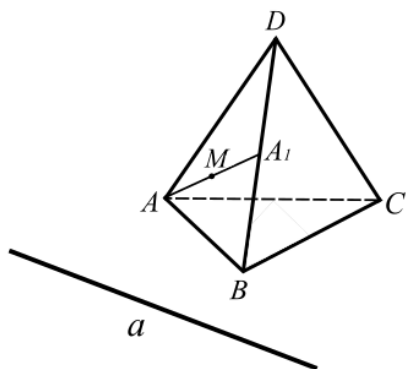
Разумеется, можно выявить и назвать и какие-то другие приёмы разработки задачных сериалов. Здесь остановимся на указанных приёмах и проиллюстрируем их примерами задачных сериалов, содержание которых связано с проблемами развития пространственных представлений и обучения созданию графических моделей в стереометрии.

Применение приёма 3 («Варьирование условия») может быть проиллюстрировано на примере 1 задачного сериала для обучения построению сечений и пересечений многогранников плоскостью.

Пример 1. Постройте пересечение тетраэдра плоскостью α , проходящей через точку M – середину медианы AA_1 грани ABD , и прямую a , если: а) $a(ABC)$; б) $a(ABD)$; в) $a(BCD)$; г) $a(ACD)$.

Дидактическая цель задачного сериала из примера 1: развитие навыков построения сечений (и других пересечений) тетраэдра плоскостью α на проекционном чертеже, усвоение истинности утверждения «Для однозначного восприятия по двумерной графической модели особенностей трехмерной конфигурации, кроме её изображения, необходима дополнительная информация (словесная и / или символическая)».

Полезно, изобразив конфигурацию по условию примера 1, как на рисунке слева,



предложить учащимся решить задания задачного сериала из примера 1 самостоятельно. Умеющие решать задачи на сечения часто сразу начинают выполнять построения, не обращая внимания на информацию в условии заданий сериала о расположении прямой a . Обычно, глядя на рисунок, многие учащиеся мысленно представляют лишь один из четырёх (хотя их бесконечно много!) случаев

размещения прямой (чаще – случай а), когда прямая a лежит в плоскости основания тетраэдра.

Как показывает многолетний опыт использования этого задания в разных, в том числе, учительских аудиториях, построение сечений в случаях в), г) и особенно в случае б) вызывает затруднения. На рисунке 1 показаны (для внешне одинаковых четырёх исходных чертежей) совершенно различные сечения, полученные в процессе решения. В результате у обучаемых начинает складываться понимание роли информации в вариативных частях задачного сериала (здесь она задана символами) из примера 1 и приёмов её использования для построения сечения.

Становится понятным и отличие случая б) от остальных (здесь пересечение тетраэдра с заданной плоскостью совпадает с гранью ABD). Треугольник ABD – пересечение тетраэдра с плоскостью α – нельзя называть сечением, поскольку в нём нет внутренних точек многогранника. Аналогичный вывод следует из определений многих учебных пособий (в том числе – пособий [4], [11], [12]).

Работа над задачным сериалом (комплексом из k задач) имеет ряд существенных преимуществ перед решением набора из k разрозненных задач по изучаемой теме. Среди явных преимуществ работы над отдельными сериями – значительное уменьшение времени, затрачиваемого на осознание особенностей условия в этих задачах, что позволяет учащимся легче обнаруживать нюансы сходства и различий между сериями и быстрее делать необходимые выводы по результатам их сравнения. Задачные сериалы нацелены на формирование у учащихся практических умений и на осознание теоретического материала, заложенного в содержание серий. По итогам сравнения сути варьируемой части условий при решении задачных сериалов учащиеся оказываются более подготовленными и способными самостоятельно: • формулировать узловые положения теории темы; • указывать признаки задач разных типов; • составлять алгоритм решения данного типа задач; • называть конкретные особенности варьируемого элемента и т. д. В задачном сериале обеспечивается смысловая целостность за счёт наличия текстового единства в константной части условия, концентрация, локализация и варьирование учебного материала в одном комплексе задач. Отчасти становится возможным «преодоление содержательно-смысловой раздробленности предметного содержания» [6, с. 62], возникающей вследствие фрагментарной подачи учебного материала, характерной для практических заданий во многих пособиях.

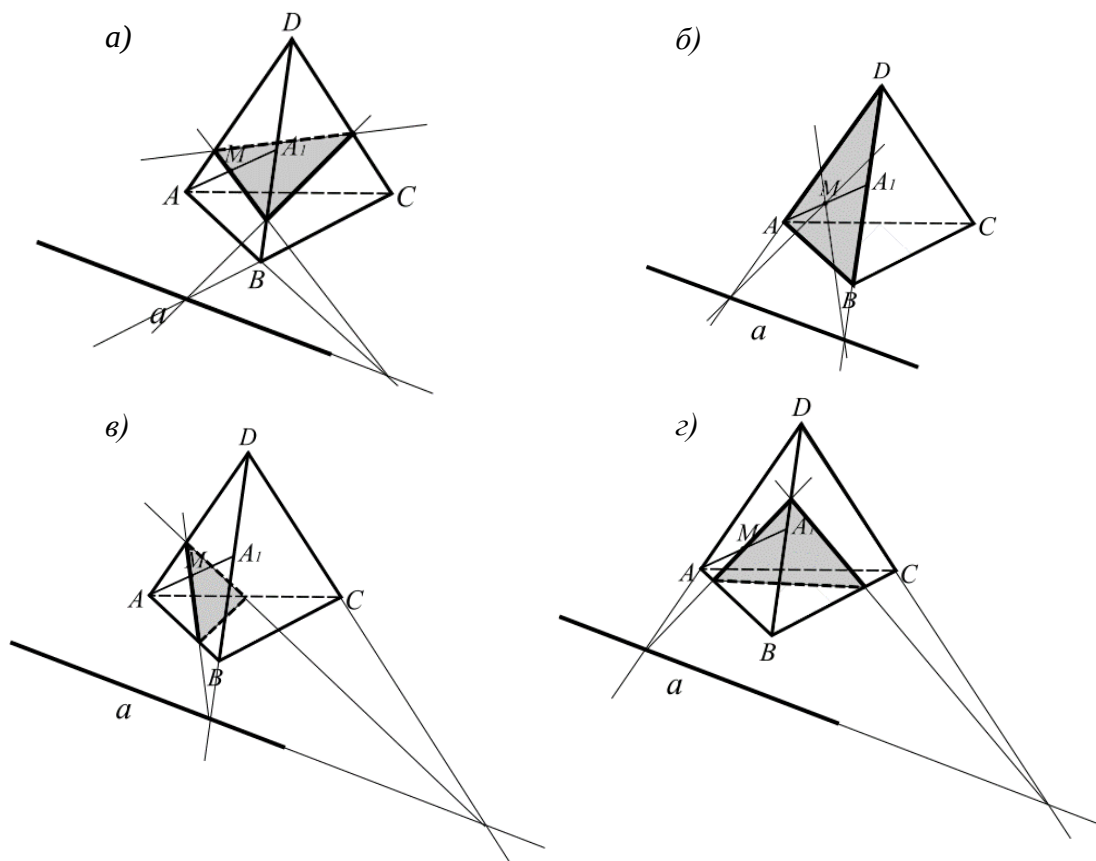


Рис. 1. Решение задачного сериала из примера 1

Благодаря заметному присутствию во многих задачных сериалах идеи параметра (а параметр – это всегда интеграция в целое разных случаев и своего рода реализация идеи УДЕ), работа над ними способствует формированию ряда полезных для школьников качеств мышления. Решение сериалов из задач учит их концентрации внимания, критичности, умению сравнивать, обобщать и конкретизировать, порождает привычку рассматривать контекст и всевозможные варианты математической ситуации. Это создает условия для развития способностей к анализу и синтезу явлений, для формирования качеств аналитического ума. Решение задачного сериала направляет учащихся в сторону развивающего, исследовательского взгляда на изменения в каждой его серии, помогает заметить и рассмотреть в непосредственной близости несколько математических и дидактических проблем, акцентировать внимание на нюансах.

Решение задачного сериала, нацеленного на графическое моделирование, может облегчить школьникам анализ особенностей конкретной стереометрической конструкции (конфигурации), описанной в его условии, и соответствующей её трехмерной модели, а значит, упростить и процесс создания адекватного ей чертежа.

Виды задачных сериалов и их функции при обучении созданию графических моделей в стереометрии

Задачные сериалы, дидактическая цель которых способствовать развитию пространственных представлений учащихся в процессе изучения стереометрии, содержательно должны быть направлены на формирование следующих основных умений школьников:

- умение изображать основные виды многогранников, то есть их двумерные графические модели по правилам параллельной проекции;
- умение строить сечения многогранников плоскостью на проекционном чертеже;
- умение создавать графическую модель конструкции (конфигурации), заданной условием стереометрической задачи (то есть графическую модель геометрического объекта по его словесной модели);
- умение правильно читать информацию по готовой двумерной графической модели трехмерной фигуры на проекционном чертеже;
- умение описывать с помощью символов и обозначений графической модели (чертежа) особенности геометрического объекта адекватно тексту условия задачи.

Заметим, что в процессе решения стереометрической задачи обучаемый должен работать с тремя видами моделей некоторой геометрической конструкции (конфигурации), заданной её условием: 1) словесная модель, 2) графическая модель и 3) словесно-символьная модель. Словесная модель – это словесное описание рассматриваемой в условии задачи геометрической конфигурации; графическая модель – двумерный чертёж конструкции (конфигурации), адекватный словесной модели; словесно-символьная модель – запись известных и неизвестных свойств конфигурации, её элементов, отношений между ними в виде «Дано: Найти: ...» с использованием буквенных обозначений чертежа, символики и слов. Все три модели должны быть изоморфны (эквивалентны) друг другу, поскольку описывают один и тот же геометрический объект. Это значит, что при правильном моделировании всё содержание исходного текста задачи об этом объекте должно быть правильно (без потерь) отражено и во второй, и в третьей его модели. Другими словами, по правильной словесно-символьной модели можно воссоздать графическую модель (чертёж) объекта, адекватную и изоморфную (эквивалентную) по содержанию его исходной словесной модели, т.е. условию задачи, не видя при этом ни чертежа, ни текста исходного условия.

Работа по созданию этих моделей составляет самую важную часть анализа условия задачи и определяет, как пишут некоторые наиболее радикальные авторы, 90 и более

процентов успешного решения задачи. К сожалению, многие учителя допускают небрежное выполнение чертежей к задачам и не считают необходимым тратить время на полноценное обучение словесно-символьному моделированию условия задачи по готовому чертежу. Объясняют это недостатком времени и тем, что на Централизованном тестировании в Республике Беларусь (ЦТ) такие навыки не требуются, как не актуальны на ЦТ и навыки аргументации, обоснования рассуждений (ведь все ответы там – либо выборочные, либо в краткой форме). А при обучении школьники зачастую (и не они одни) достигают 100% «успеха» в решении задач, списывая готовые (и порой некачественные) тексты из многочисленных бумажных и электронных «решебников». Умение учителя находить, конструировать и продуктивно использовать задачные сериалы (как и умение доходчиво пояснять вред «решебников» учащимся и их родителям) отчасти может быть некоторым противовесом, препятствующим наступлению антиобразовательного фастфуда.

Во многих учебных пособиях можно найти задания и вопросы, которые можно использовать как основу для разработки задачного сериала, нацеленного на формирование пространственных представлений. Например, вопрос «Правда ли, что сечением пятиугольной призмы может быть: а) отрезок; б) четырёхугольник; в) шестиугольник; г) семиугольник; д) восьмиугольник?» из книги [4, с. 41] можно преобразовать в задачный сериал из примера 2 о призме и разработать аналогичный сериал о пирамиде.

Напомним, что самостоятельное выполнение заданий на построение сечений многогранников плоскостью на проекционном чертеже максимально способствует развитию пространственных представлений и мышления учащихся.

Пример 2. Задать плоскость α так, чтобы пересечение призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ и плоскости α имело вид:

а) точки E ; б) отрезка BC ; в) треугольника с вершиной B ; г) трапеции; д) пятиугольника; е) шестиугольника.

Может ли сечением призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ быть семиугольник? А восьмиугольник? В каких случаях пересечение заданной призмы с плоскостью α можно будет называть сечением, а в каких – нет?

Дидактическая цель задачного сериала из примера 2 – развитие пространственных представлений, формирование конструктивных умений работы на проекционном чертеже, творческого мышления, умений представлять и аргументировать варианты возможных решений.

Некоторые задания из учебных пособий можно рассматривать в качестве уже готовых задачных сериалов. Так, всем признакам задачного сериала соответствуют некоторые задания из книги.

Пример 3. Ученик нарисовал сечение куба плоскостью (рис. 2). Есть ли ошибки на рисунке? [1, с. 25-26]

Заметим, что примеры 2 и 3 можно отнести к задачным сериалам, составленным на основе приёма 4 «Перечень итогов». В сериале 3 перечисляемыми итогами оказываются рисунки с вариантами ошибочных изображений сечений куба.

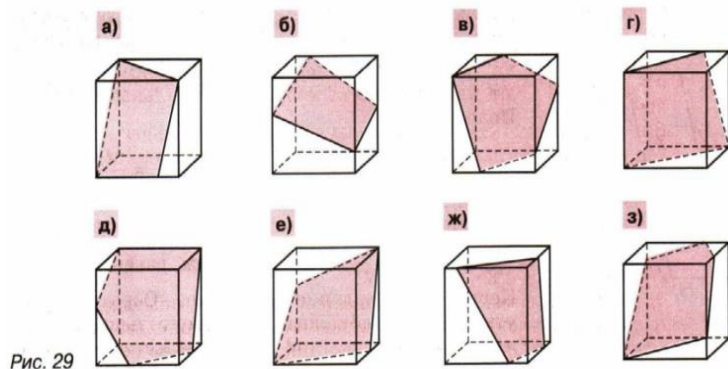


Рис. 2. Скриншот рисунка 29 из пособия [1]

Сравнивать задачные сериалы (созданные учителем или собранные по разным источникам) можно не только по приёмам их разработки. Полезно выделять группы (подмножества) задачных сериалов с учётом их:

а) математического содержания; б) дидактических целей; в) наличия (или отсутствия) алгоритма решения и др.

Можно конструировать стереометрические задачные сериалы, ориентируясь на достижение учащимися в результате их решения, например, следующих конкретных целей:

- ✓ усвоение содержания аксиом и овладение аксиоматическим методом;
- ✓ усвоение приёмов создания графических моделей отдельных геометрических тел и их комбинаций;
- ✓ усвоение методов решения задач определенного типа (например, метода следов при построении сечений многогранников плоскостью);
- ✓ усвоение особенностей/признаков каждого класса (типа) задач при их классификации или типологии;
- ✓ усвоение нового теоретического материала (например, понятия линейного угла для двугранного угла);

- ✓ освоение разных способов решения одного и того же задания.

Задачные сериалы при их использовании могут выполнять различные методические и/или дидактические функции. При первом знакомстве с двумерными графическими моделями многогранников задачные сериалы могут выполнять функцию аргументации (доказательства) истинности утверждения о неоднозначности восприятия таких моделей без наличия дополнительной информации (словесной, символической или графической). В этом убеждает, например, опыт решения задачного сериала из примера 1. Достижение аналогичной цели подразумевается и при решении комплекса задач из примера 4.

Пример 4. Изобразите четырехугольную пирамиду $SABCD$, зная, что SO – её высота, O – точка пересечения диагоналей основания $ABCD$, которое представляет собой:

- 1) прямоугольник со сторонами 3 и 5;
- 2) параллелограмм со сторонами 3 и 5 и острым углом 40° ;
- 3) ромб со стороной 5 и острым углом 40° ;
- 4) квадрат со стороной 5.

Похожи ли полученные графические модели 1) – 4) пирамиды $SABCD$? Чем они отличаются? Есть ли среди них изображение правильной пирамиды?

Дидактические цели задачного сериала из примера 4 – развитие пространственных представлений, формирование конструктивного умения изображать пирамиду приёмом «снизу вверх», используя предварительный вынос её основания во фронтальную плоскость и применяя правила кабинетной проекции при моделировании трёхмерного объекта; убеждение учащихся в неоднозначности восприятия графической модели пирамиды без дополнительной

информации о её основании в виде варьируемого текста в исходном условии или изображения во фронтальной плоскости.

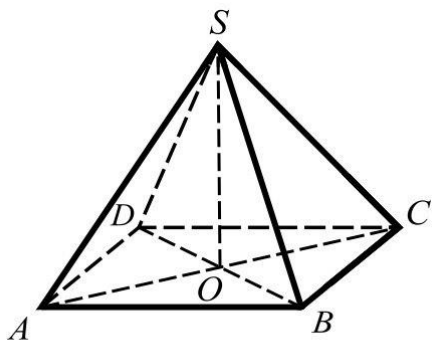


Рис.3. Графическая модель пирамиды $SABCD$

После решения такого сериала полезно предложить задание обратной направленности: «Опишите вид пирамиды по ее графической модели на рисунке 3».

Желательно, чтобы учащиеся умели взвешенно формулировать свой ответ примерно так: «На рисунке 3 дано изображение четырёхугольной пирамиды, основанием которой

является параллелограмм, вид которого не уточнён, а высота пирамиды проходит через точку пересечения его диагоналей».

Полезно дополнительно обсудить со школьниками, что надо сделать, чтобы изображение на рисунке 3 однозначно воспринималось как изображение правильной пирамиды?

Варианты предложений могут (и должны!) быть разными:

- написать рядом с чертежом, что $SABCD$ – правильная пирамида;
- написать рядом с чертежом, что $ABCD$ – квадрат;
- чёрточками на чертеже отметить равенство сторон параллелограмма $ABCD$ и специальным обозначением прямого угла хотя бы один его угол;
- чёрточками на чертеже отметить равенство всех отрезков диагоналей AC и BD , пересекающихся в точке O , а также обозначить их перпендикулярность;
- изобразить рядом с графической моделью пирамиды вынос во фронтальную плоскость квадрата $ABCD$.

Одна из функций задачных сериалов при формировании навыков графического моделирования – корректировка количественных и содержательных перекосов подбора задач в учебной литературе. Например, анализ содержания заданий о пирамидах в пособиях [4; 12] по стереометрии для 10-го класса общеобразовательных школ Беларуси показывает, что число некоторых видов пирамид, используемых в условиях задач, явно преобладает над другими. В зависимости от этого формируются, укрепляются и развиваются (или не формируются, не укрепляются и не развиваются) соответствующие пространственные представления, конструктивные навыки и умения учащихся. Общее количество задач из учебных пособий [4; 12], заданных на неправильных и правильных пирамидах (их принято называть «задачи на пирамиды»), по числу вершин в их основании представлено в таблицах 1 и 2.

По таблицам 1 и 2 видно, что в задачах обоих пособий чаще всего (около 60% и более) рассматриваются треугольные пирамиды, четырехугольные пирамиды используются гораздо реже, пятиугольные пирамиды вообще отсутствуют, а шестиугольные встречаются только в пособии [4] в 5,3% случаев. Пирамиды с n -угольником в основании даны в одной-двух задачах, без конкретизации значений n . Отсутствуют в условиях задач обоих книг и правильные пирамиды с n -угольником для $n > 6$. По данным таблиц 1 и 2, очевидно, что значительную долю (около 40% и 60% соответственно) в этих книгах для десятиклассников составляют задачи на правильные пирамиды.

Таблица 1. Количественное распределение задач на пирамиды по числу вершин n их оснований в учебных пособиях для общеобразовательных школ Республики Беларусь

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на пирамиды ($k / \%$)					
		всего	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	n
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д. и др. [4]	2020	113/10 0	64/56, 6	41/36, 3	0/0	9/5,3	2/1, 8
Шлыков В.В. [12]	2013	109/10 0	71/65, 2	37/33, 9	0/0	0/0	1/0, 9

Таблица 2. Количественное распределение задач на правильные пирамиды по виду n -угольника основания в учебных пособиях для общеобразовательных школ Республики Беларусь

Авторы учебного пособия РБ по стереометрии для 10 класса	Год изд.	Число задач на пирамиды ($k / \%$)					
		любые	из них задачи на правильные пирамиды				
		всего	всего	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д. и др. [4]	2020	113/10 0	45/39,8	18/15,9	21/18,6	0/0	6/5,3
Шлыков В.В. [12]	2013	109/10 0	62/56,8	42/38,5	20/18,3	0/0	0/0

Можно заранее предвидеть трудности учащихся при изображении графических моделей тех пирамид (правильных и неправильных), которые редко встречались им в учебных пособиях 10-го класса, но используются в содержании дальнейшего обучения стереометрии. Напомним, что пирамиды в пособиях для 10-го класса являются средством моделирования и иллюстрирования изучаемых фактов о прямых и плоскостях, а в 11-м классе, где они являются уже основным объектом изучения, работа с их графическими моделями продолжается, особенно интенсивно при решении вычислительных задач.

Заметить перекосы в подборе заданий учебных пособий и облегчить процесс обучения решению задач помогает их классификация по какому-либо из оснований [7]. (Например, основанием для классификации задач об n -угольных пирамидах могут быть значения n).

Функцию корректировки пробелов в подборе задач учебных пособий могут исполнять задачные сериалы. Решение, например, сериала из примера 5, будет полезно для работы на уроке и дома. При разработке этого сериала использован приём 1 «Раскрытие параметра»; параметром является n – количество вершин в основании пирамиды.

Пример 5. Найдите радиус окружности, описанной около основания правильной n -угольной пирамиды с объемом V и высотой h , если:

а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 5$; г) $n = 6$; д) $n = 7$; е) $n = 8$; ж) $n = k$.

Дидактическими целями задачного сериала из примера 5 являются: формирование навыков создания графической модели и выноса во фронтальную плоскость основания для соответствующей правильной пирамиды; обобщение приёмов работы по графическому моделированию правильных пирамид, а также развитие вычислительных навыков при использовании формулы площади правильного многоугольника и формулы объёма пирамиды.

Заметим, что особого внимания требует формирование навыков (у наиболее подготовленных учащихся) изображения n -угольных правильных призм и пирамид, отдельно для конкретных значений n хотя бы от 5 до 8 и для обобщенного варианта, где n – произвольное натуральное число. Проблемы с изображением таких многогранников заметны и на страницах разных учебных пособий по стереометрии для 11-х классов. Учителю самому следует иметь необходимые навыки и свою чёткую позицию как по оценке качества соответствующих графических моделей, встречающихся в книгах, так и по формированию соответствующих навыков у учащихся.

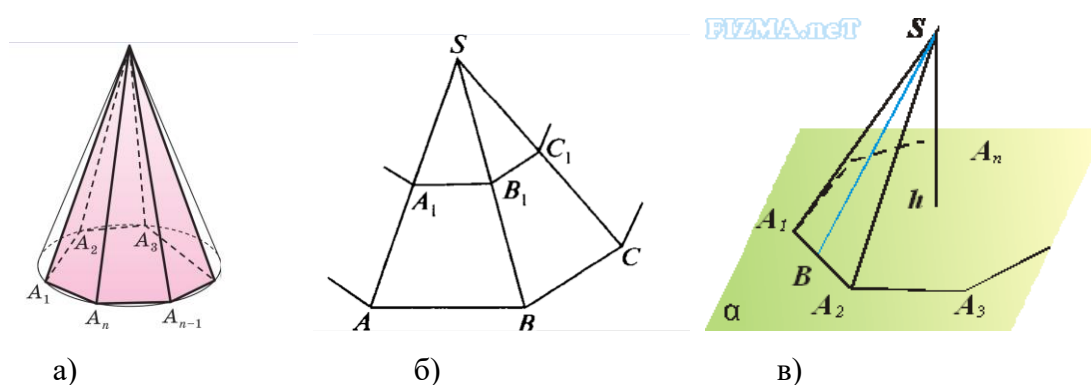


Рис. 4. Скриншоты изображений n -угольных пирамид из учебных пособий по стереометрии для 11-х классов ([5] – а, [10] – б) и из интернета – в

Для правильной пирамиды (призмы) с большим числом сторон в основании целесообразно изображать: во фронтальной плоскости многоугольник её основания; графическую модель её части, ограниченной одной-двумя боковыми гранями; а также её

высоту. Такие умения востребованы при решении многих теоретических и практических проблем курса стереометрии. Изображение одной-двух «долек» пирамиды (призмы) вместе с её высотой и вида основания во фронтальной плоскости, по нашему мнению, легче воспринять в качестве «незаконченной» модели n -угольного многогранника, чем вариант типа а) на рисунке 4.

В целом задачные сериалы дают учителю возможность управлять процессом формирования навыков решения, в частности, стереометрических задач, и оптимизировать его. Задачные сериалы могут выполнять множество дидактических и методических функций, в том числе закрепления, обобщения и контроля усвоения учащимися определённого тематического блока изученного материала. При правильном использовании таких комплексов задач, в том числе созданных на основе классификации практических заданий, можно избежать ряда промахов в работе педагога. Например, таких как:

- многократность рассмотрения задач одного из типов в ущерб другим; ●пропуск существенных для обучения типов задач;
- случайность подбора заданий для работы дома и в классе; ●нерациональность траты времени на анализ условий различных задач.

Применяя задачные сериалы в обучении, можно усиливать концентрацию внимания учащихся на основной идее урока, уменьшая тем самым и разрозненность впечатлений учащихся от его материалов, если их связь между собой продумана недостаточно.

Итак, при обучении учащихся созданию графических моделей трехмерных фигур следует обращать внимание не только на правила параллельного проецирования и требования черчения, но и на выделение удобных ракурсов изображения отдельных видов фигур и их комбинаций, на приёмы и алгоритмы их изображения, на пользу выносов во фронтальную плоскость отдельных элементов конструкций. Существенно помочь учителю в формировании учебных умений и навыков по графическому моделированию могут задачные сериалы, решение которых порождает привычку рассматривать контекст и всевозможные варианты математической ситуации, описанной в константной части условия сериала. Работа с задачными сериалами облегчает концентрацию внимания школьника на выделенном блоке содержания и способствует формированию у него ряда полезных качеств мышления (критичности, навыков сравнения, обобщения, конкретизации). Многие существенные моменты графического моделирования геометрических конструкций и их особенности учащиеся замечают только при решении задачных сериалов соответствующего содержания (примеры 1, 4, 5).

Литература

1. **Александров, А.Д. (2014).** Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учеб. для общеобраз. организ.: базовый и углубл. уровни /А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.
2. **Кузнецова, Е.П. (2022).** Понятие задачного сериала в обучении математике /Е.П. Кузнецова, А.И. Денисюк // Mathematical Education 10 Proceedings of international conference, Yerevan, 6–8 October, 2022. – Yerevan, 2022. – С. 59–61.
3. **Кузнецова, Е.П. (2022).** Задачные сериалы на пересечение многогранников плоскостью как средство развития мышления и пространственных представлений учащихся/Е.П. Кузнецова, А.И. Денисюк //International Scientific and Practical Conference. – Atyrau. 2022. – С. 55 –59.
4. **Латотин, Л.А. Геометрия. (2020).** Учебное пособие для 10 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен. (базовый и повышенный уровни) /Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский, И.В. Горбунова. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2020. – 200 с.
5. **Латотин, Л.А. Геометрия. (2020).** Учеб. пособ. для 11 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен. (базовый и повышенный уровни) /Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский, И.В. Горбунова, О.Е Цыбулько. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2020. – 232 с.
6. **Марчукова, О. Г. (2021).** Дидактическое обоснование содержательно-смыслового метода обучения /О. Г. Марчукова // Педагогика. – 2021 – №8 – С. 58 – 67.
7. **Пойа, Д. (1976).** Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание/ Д. Пойа. – М., 1976. – 448 с.
8. **Розанов, В. В. (1900).** Сумерки просвещения /В.В. Розанов. – М.: Педагогика, 1990. – 624 с.
9. **Советский энциклопедический словарь (1981).** / Научно-редакционный совет: А. М. Прохоров (пред.). – М.: Советская Энциклопедия, 1981. – 1600 с.
10. **Тухолко, Л.Л. (2019).** Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л.Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 246 с
11. **Шарыгин, И.Ф. (2013).** Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Базовый уровень. 10-11 классы : учебник /И.Ф. Шарыгин. – М.: Дрофа, 2013. – 236 с.

12. **Шлыков, В.В. (2013).** Геометрия, Учебное пособие для 10 класса учрежд. общ. среднего образ. с рус. яз. обучен./ В.В. Шлыков. – Минск: Народная асвета, 2013. – 160 с.
13. **Эрдниев, (1986).** П.М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: книга для учителя / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.

**ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՀԱՄԱԼԻՐՆԵՐԻ ԴԻԴԱԿՏԻԿԱԿԱՆ
ԱՌԱՋՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՆ ՕՐԻՆԱԿՆԵՐ
ՍՏԵՐԵՈՄԵՏԻԱՅՈՒՄ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼՈՒԹՅԱՆ ՀՄՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ
ՁԵՎԱՎՈՐԵԼԻՍ**

Կուզնեցովա Ելենա Պավլովնա, Դանիսյուկ Անաստասիա Իզորովնա

Անվտիում: Հոդվածը բացահայտում է առաջադրանքների համալիրի բովանդակությունը, բացատրում է առաջադրանքների այս համալիրի նմանություններն ու տարբերությունները առանձին առաջադրանքների թեմատիկ ընտրությունից, տեսականորեն հիմնավորվում է համալիրի արդյունավետությունը որպես ընդլայնված առաջադրանքների ամբողջություն և նկարագրում է դրա դերը սովորողների մտածողության զարգացման գործում: Բնութագրված են ուսուցչի կողմից առաջադրանքների համալիրի մշակման դիդակտիկ նպատակներն ու մեթոդները, նկարագրված են դրանց առավելությունները մաթեմատիկայի դասավանդման մեջ, տրված են կոնկրետ համալիրի օրինակներ տարածաչափության դասավանդման գործընթացից՝ ուղղված գրաֆիկական մոդելավորման հմտությունների ձևավորմանը:

Ցույց է տրվում, որ պատշաճ բովանդակությամբ առաջադրանքների համալիրը կարող է դասակարգվել որպես մեթոդական միջոց, որն ուժեղացնում է եռաչափ օբյեկտների գրաֆիկական մոդելների ստեղծման, ուսուցման և հմտությունների ձևավորման գործընթացը: Առաջադրանքների համալիրի օգտագործումը օգնում է խուսափել մաթեմատիկայի դասավանդման մի շարք թերություններից. առաջադրանքների մի տեսակի գերակշռումը՝ ի վնաս մյուսների. էական առաջադրանքների տեսակների բացթողումներ. առաջադրանքների պատահական ընտրություն, ժամանակի վատնում դասարանում, դասի նյութերից սովորողների տպավորությունների շփոթություն և մասնատվածություն:

Բանալի բառեր՝ խնդիրների համալիր, դիդակտիկա, ստերեոմետրիա, գրաֆիկական մոդելավորում:

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧНЫХ СЕРИАЛОВ И ПРИМЕРЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТЕРЕОМЕТРИИ

Кузнецова Елена Павловна, Денисюк Анастасия Игоревна

Резюме: В статье раскрыто содержание понятия задачного сериала, разъясняются сходства и отличия этого комплекса задач от тематической подборки отдельных задач, дано теоретическое обоснование продуктивности сериала как укрупненного задачного образования, описана его роль в развитии мышления учащихся. Характеризуются дидактические цели и приёмы разработки учителем задачных сериалов, описаны их преимущества при обучении математике, приведены примеры конкретных задачных сериалов при обучении стереометрии, ориентированные на формирование навыков графического моделирования.

Показано, что задачные сериалы при надлежащем содержании могут быть отнесены к методическим средствам, интенсифицирующим процесс образования и закрепления соответствующих навыков по созданию графических моделей трехмерных объектов. Применение задачных сериалов помогает избежать ряда изъянов в обучении математике: перевеса задач одного из типов в ущерб другим; пропуска существенных типов задач; случайного подбора заданий; нерациональной траты времени на уроке; спутанности и разрозненности впечатлений учащихся от материалов урока.

Ключевые слова: задачные сериалы, дидактика, стереометрия, графическое моделирование.

DIDACTIC FEATURES OF TASK SERIES AND EXAMPLES OF THEIR USE TO FORM GRAPHIC MODELING SKILLS IN STEREOMETRY

Kuznetsova Elena Pavlovna, Denisyuk Anastasia Igorevna

Summary. The article continues disclosing the content of the concept of the task series, explains the similarities and differences between this complex of tasks and a thematic selection of individual tasks. The theoretical background of the series as an enlarged set of task education and its role in the development of students' thinking are described. The didactic goals and methods of developing task series by the teacher are characterized, their advantages in teaching mathematics are described, and examples of specific task series in teaching stereometry, focused on the formation of graphic modeling skills, are given.

Task series with the appropriate content can be referred to the methodological means, intensifying the process of education and consolidation of relevant skills to create graphical models

of three-dimensional objects. The use of task series helps to avoid a number of flaws in teaching mathematics: the overweighting of tasks of one type to the detriment of others; skipping essential types of tasks; random selection of tasks; irrational waste of lesson time; confusion and disconnectedness of students' impressions of the lesson materials.

Key words: task series, didactics, stereometry, graphic modeling .

Получено в редакцию - 22.03.2023

Рецензирована – 22. 08.2023

Отправлен на сайт – 28.08.2023