

ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԿԻՐԱՌՄԱՍԲ ԷՔՍՏՐԵՄԱԼ
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

ORCID 0000-0002-7704-5747

Պետրոսյան Լեոնիկ Նահապետի,

ՀԱՊՀ Կապանի մասնաճյուղ

ORCID 0000-0002-9587-1428

Դավաթյան Գուրգեն Վանիկի

Խ.Աբովյանի անվան ՀՊՄՀ



*Պետրոսյան Լ. Ն., մանկավարժական գիտ. դոկտոր,
պրոֆեսոր*

Նախաբան

Գործունեության այս կամ այն իրավիճակում մարդը միշտ ձգտում է գտնել, որքան հնարավոր է, լավագույն լուծումը, որն ենթադրում է ցանկալի արդյունքի հասնելու համար անհրաժեշտ նվազագույն ծախս կամ, ընդհակառակը, տրված ծախսերով՝ առավելագույն արդյունքի ստացում (Буслаева И. П., 1995), (Габасов Р. Ф., 1997), (Ударцева Д. А., Бодряков В. Ю., 2018):

Այդպիսի լուծումը հաճախ անվանում են օպտիմալ: «Օպտիմալ» բառը ծագում է լատիներեն «optimus» բառից, որը նշանակում է՝ «լավագույն, կատարյալ»: Հնարավորություններից լավագույնը (օպտիմալը) գտնելու համար հաճախ հարկ է լինում լուծել «մինիմումի» կամ «մաքսիմումի», այսինքն՝ ինչ-որ մեծության առավելագույն կամ նվազագույն արժեքի որոնման խնդիր: Մաքսիմումի և մինիմումի հասկացությունները միավորվում են մեկ ընդհանուր «էքստրեմում» (լատիներենից՝ *extremum* «ծայրագույն» նշանակությամբ) տերմինում: Այդ պատճառով մաքսիմումի կամ մինիմումի որոնման խնդիրներն անվանում են էքստրեմալ խնդիրներ:



*Դավաթյան Գ. Վ., ֆիզմաթ գիտ. թեկնածու,
դոցենտ*

Մաքսիմումի և մինիմումի խնդիրների գիտական հետազոտությունը առաջ է եկել բավականին հին ժամանակներում, մասնավորապես, հայտնի է շուրջ երեք հազար տարի առաջ ֆինիկական Մաթեմատիկա Դիդոնի (մ.թ.ա. 9-րդ դար) տրված պարագծով պարփակված առավելագույն մակերեսի վերաբերյալ խնդիրը (Γαδισος Ρ. Φ., 1997), (Προχοροβα Ο. Μ. 1993): Էքստրեմալ (գերազանցապես երկրաչափական) խնդիրներ են լուծել Էվկլիդեսը, Արքիմեդը, Արիստոտելը և այլոք: Երկար ժամանակ էքստրեմալ խնդիրների լուծման ընդհանուր մեթոդներ չեն ձևակերպվել, սակայն մաթեմատիկական անալիզի ձևավորման շրջանում (15-16-րդ դարեր) հաջողվեց կառուցել այդ խնդիրների լուծման ընդհանուր մեթոդներ, հիմնված՝ դիֆերենցիալ հաշվի մեթոդների վրա (Կեպլեր, Ֆերմա, Նյուտոն, Լայբնից, Բեռնուլլի, Լագրանժ, Էյլեր և այլոք): Այդ նույն ժամանակաշրջանում հայտնաբերվեց, որ էքստրեմումի խնդիրները բնագիտության մեջ գրավում են շատ կարևոր տեղ, քանզի շատ շարժումներ կամ վիճակներ, օրինակ, լույսի, գազի, հեղուկի կամ մարմինների համակարգի վիճակները այնպիսին են, որ դրանք նվազագույնի են հասնում այդ օբյեկտների վիճակը բնութագրող ֆունկցիաները: Այսպես, Պյեռ Ֆերման ենթադրեց, որ տարածության երկու կետերի միջև լույսը տարածվում է այնպես, որ տարածման ժամանակը լինի նվազագույնը (Ֆերմայի սկզբունքը): 17-րդ դարի վերջում ձևակերպվեցին բնագիտական և մաթեմատիկական բովանդակությամբ մի շարք դասական էքստրեմալ խնդիրներ: Հետագայում էքստրեմալ խնդիրների լուծման անհրաժեշտություն առաջացավ արդյունաբերության, տնտեսագիտության մեջ, ռազմական գործում: Դրանց լուծմանը մասնակցեցին յուր ժամանակի գրեթե բոլոր մաթեմատիկոսները:

Ներկայումս դեռևս արդիական է ֆունկցիաների էքստրեմալ արժեքների, ինչպես նաև պարամետրերի այն արժեքների, որոնց դեպքում այդ արժեքներին նրանք հասնում են,

որոնումը: Լավարկված (օպտիմալացված) խնդիրների լուծման կայուն կարողություններ պետք կզան ապագա հետազոտողներին, ճարտարագետներին, տնտեսագետներին, ովքեր լուծում են եկամտի առավելագույնի հասցման, պատրաստի արտադրանքի ելքի, ծախսերի նվազագույնի հասցման, վնասակար թափոնների հաշվարկման, էներգառեսուրսների խնայողության և այլնի վերաբերյալ հիմնախնդիրները: Մեծաքանակ տվյալները (Big Data), որ կուտակել և շարունակում է կուտակել մարդկությունը, նույնպես պահանջում են ադեկվատ մեթոդներով օպտիմալ մշակում (Նիկոլսկի Ս. Մ., Պոտապով Մ. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելկին Ա. Վ. 2012):

Ժամանակակից օպտիմալացման էքստրեմալ խնդիրները պարունակում են ուսումնասիրվող երևույթի ադեկվատ մաթեմատիկական մոդելի կառուցման համար անհրաժեշտ նախնական հետազոտության շատ ավելի մեծ բաժին:

Շատ դեպքերում ոչ միշտ է, որ դիֆերենցիալ հաշվի հայտնի մեթոդների անմիջական կիրառումը հանդիսանում է էքստրեմալ խնդիրների լուծման լավագույն մեթոդ: Երբեմն էլ պարզվում է, որ այդ մեթոդով խնդրի լուծումը, պարզապես, անհնար է: Ժամանակակից էքստրեմալ խնդիրների տեսության առաջացմանը զուգընթաց մաթեմատիկոսներին հարկ է լինում ավելի ու ավելի հաճախ գործ ունենալ ածանցյալ չունեցող կամ էլ՝ խզվող ֆունկցիաների հետ: Դրա հետ կապված առաջացավ ուռուցիկ անալիզը, որում ուռուցիկ կոչվող ֆունկցիաների հատուկ դասը (օրինակ՝ $f(x) = |x|$) հետազոտվում է առանց դասական ածանցյալների:

Վերը ասվածի հետ կապված կարևոր հարց է առաջանում. պատրաստել մասնագետներ, որոնք ընդունակ են լուծելու էքստրեմալ խնդիրներ կոնկրետ պայմաններում և նպատակաուղղված փնտրել դրանց լուծման (ցանկալի է անալիտիկ) օպտիմալ մեթոդներ: Անշուշտ՝ դպրոցականներին, ուսանողներին, հետազոտողներին, ճարտարագետներին, տնտեսագետներին, կառավարիչներին, անհրաժեշտ է համոզվել դրանց արդյունավետության մեջ և տարբեր բովանդակության և մակարդակի օպտիմալացված խնդիրներ լուծելու նպատակով «զինվել» ածանցյալի գաղափարը չներառող մաթեմատիկական գործիքակազմով:

Առանձնապես կարևոր և անհրաժեշտ է ապագա ուսուցիչներին՝ մաթեմատիկոս-մանկավարժ ուսանողներին ծանոթացնել այդպիսի խնդիրների «կառուցման» և լուծման մեթոդներին, իսկ դպրոցականներին՝ դրանց լուծման մեթոդիկային:

Սույն աշխատանքի նպատակը քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունների ուսումնասիրությունն է՝ որպես լավարկված (օպտիմալացված) խնդիրների լուծման շարժառիթային (մոտիվացիոն) գործիքի, ինչպես նաև՝ նման խնդիրների լուծման ուսուցումը:

Հոդվածի հիմնական բովանդակությունը

Հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի դասագրքերում և խնդրագրքերում ոչ հաճախ են հանդիպում ֆունկցիայի էքստրեմալ (առավելագույն կամ նվազագույն) արժեքների որոշման

վերաբերյալ բովանդակալից, հետաքրքիր խնդիրներ (Առաքելյան Կ. Գ., Նավասարդյան Հ. Ս., Սարգսյան Ա. Հ. 2016), (Միքայելյան Հ. Ս. 2008), (Նիկոլսկի Ս. Ս., Պոտապով Ս. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելկին Ա. Վ. 2012): Նույն պատկերն է նաև խորհրդային կրթական համակարգի մյուս ժառանգների, մասնավորապես, ՌԴ-ի հիմնական դպրոցներում (տե՛ս, օրինակ, (Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др., 2012), (Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.; под ред. Г. В. Дорофеева, 2010). (Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. Л. Теляковского, 2009)., (Мордкович А. Г. 2009а, б, 2010, 2013). Այդ տարիքի աշակերտները դասարանում կիրառական էքստրեմալ խնդիրներ գրեթե չեն լուծում, իսկ դրանց հետ ծանոթանում են միայն ավագ դպրոցում՝ դիֆերենցիալ հաշվի հիմունքներն ուսումնասիրելիս: ՀՀ-ում ավագ դպրոցներում ածանցյալը ներկայացվում է 11-րդ դասարանում (Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա., 2017): ՌԴ հանրակրթական դպրոցներում նույնպես ածանցյալն անցնում են ավագ դպրոցում (ավարտական դասարաններում): Այսպես, Մորդովկովիչի խմբագրությամբ դասագրքերում (Мордкович А. Г. 2009а, б) ածանցյալը ներկայացվում է 10-րդ դասարանի II կիսամյակում, Նիկոլսկու և այլոց դասագրքում (Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В., 2009) ածանցյալը ներկայացվում է 11-րդ դասարանի I կիսամյակում և այլն: Ցավոք, շատ դեպքերում մինչ ավագ դպրոցին հասնելը մաթեմատիկայի նկատմամբ դպրոցականների մոտիվացիան անվերադարձ կորսվում է:

Ասվածին ավելացնենք, որ ֆիզիկայի 10-րդ դասարանի դասընթացի համակարգված ուսումնասիրությունը սկսվում է մեխանիկայի (հավասարաչափ և անհավասարաչափ մեխանիկական շարժում, Նյուտոնի օրենքները, մարմինների շարժումները տարբեր ուժերի ազդեցության և այլն) ուսումնասիրությամբ (տե՛ս, օրինակ, (Ղազարյան Է., Կիրակոսյան Ա., Մելիքյան Գ., Մամյան Ա., Մախլյան Ս., 2010): Ֆիզիկայի այդ բաժինների խորը հասկացումը, առանց էքստրեմալ խնդիրների լուծման կայուն կարողությունների, գրեթե հնարավոր չէ: Օրինակ, հետևյալ տիպի՝ ինչպիսի՞նն է դեպի վեր նետված մարմնի առավելագույն բարձրությունը, ինչպիսի՞նն է հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված մարմնի թռիչքի առավելագույն հեռավորությունը, ինչպիսի՞նն առավելագույն հեռավորություն կգնա բլրից սահող սահնակը շփման գործակցի տրված արժեքի դեպքում, ինչպիսի՞նն է ճոճանակի տատանման լայնույթը շարժման սկզբնական արագության տրված արժեքի դեպքում և այլն:

Քառակուսային ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը դպրոցում սկսվում է 9-րդ դասարանում: Այսպես, Հ. Ս. Միքայելյանի դասագրքում . սկզբում ուսումնասիրվում է գծային ֆունկցիան (Միքայելյան Հ. Ս., 2008, էջ 216-217), նրա գրաֆիկը և հիմնական հատկությունները: Միայն դրանից հետո է սկսվում $y = x^2$ քառակուսային ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը (Միքայելյան Հ. Ս., 2008, էջ 218) ըստ կետերի նրա գրաֆիկի կառուցմամբ: Այնուհետև հետևում է պարաբոլի և հիմնական հասկացությունների մի քանի երկրաչափական հատկությունների նկարագրությունը:

Ս. Ս. Նիկոլսկու, Մ. Կ. Պոտապովի, Ն. Ն. Ռեշետնիկովի, Ա. Վ. Շելվինի գրքում քառակուսային ֆունկցիայի ուսումնասիրությունը տրվում է 8-րդ դասարանում (Նիկոլսկի Ս. Ս., Պոտապով Մ. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելվին Ա. Վ., 2012), էջ 167-172):

Հիմնական տեսական արդյունքը, որն անհրաժեշտ է քառակուսային ֆունկցիան օգտագործել որպես էքստրեմալ խնդիրների լուծման գործիքի, կարելի է ձևակերպել հետևյալ թեորեմի տեսքով, որի ապացույցը հասանելի է սովորական դպրոցականին:

Թեորեմ: $y(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) քառակուսային եռանդամն ընդունում է իր էքստրեմալ արժեքը $x_0 = -(b/2a)$ կետում: Այդ արժեքը փոքրագույնն է ($y_{\min}$), եթե $a > 0$, և մեծագույնը ($y_{\max}$), եթե $a < 0$:

Ապացույց: Քառակուսային եռանդամում առանձնացնենք լրիվ քառակուսի.

$$y(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \quad (1)$$

Քանի որ փակագծի արտահայտությունը ամենուրեք ոչ բացասական է և հավասար է զրոյի միայն $x_0 = -(b/2a)$ կետում, ապա $a > 0$ դեպքում $y(x)$ ֆունկցիան հասնում է իր

$$y_{\min} = y(x_0) = c - \frac{b^2}{4a} \quad (2)$$

փոքրագույն արժեքին: Հանգումորեն՝ $a < 0$ դեպքում $y(x)$ ֆունկցիան հասնում է իր

$$y_{\min} = y(x_0) = c + \frac{b^2}{4|a|} \quad (3)$$

մեծագույն արժեքին, ինչն էլ պետք էր ապացուցել:

Քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմումի վերաբերյալ բերված թեորեմից բխում է երկու կարևոր հետևանք, որոնք լայնորեն օգտագործվում են էքստրեմալ խնդիրներ լուծելիս:

Հետևանք 1: Դիցուք՝ x և y երկու դրական գումարելիների գումարը սևեռված է (հաստատուն է): Այդ դեպքում, նրանց $x \cdot y$ արտադրյալի արժեքը կլինի առավելագույնը, երբ այդ գումարելիներն իրար հավասար են:

Ապացույց: Արդյունքն անմիջապես բխում է

$$xy = \frac{1}{4} \left[(x+y)^2 - (x-y)^2 \right] \quad (4)$$

ակնհայտ նույնությունից: Ըստ պայմանի $S = x + y$ գումարը սևեռված է: xy արտադրյալը կլինի առավելագույնը $(x-y)^2$ -ու ամենափոքր արժեքի դեպքում, այսինքն՝ $x = y$ դեպքում, որն էլ պահանջվում էր ապացուցել:

Հետևանք 2: Դիցուք՝ երկու արտադրիչների $x \cdot y$ արտադրյալը սևեռված է (հաստատուն է): Այդ դեպքում նրանց $x + y$ գումարը կլինի նվազագույնը, երբ այդ արտադրիչներն իրար հավասար են:

Ապացույց: Աապացույցն ակնհայտ է դառնում, եթե օգտվենք

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy \quad (5)$$

նույնությունից, որից անմիջապես երևում է, որ $(x+y)^2$ -ն, հետևաբար և $x+y$ -ը՝ կլինի նվազագույնը, երբ $x-y=0$, այսինքն՝ $x=y$, ինչն էլ պահանջվում էր ապացուցել:

Մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդով 1 և 2 հետևանքները կարելի է ընդհանրացնել ցանկացած թվով գումարելիների համար:

Դիտողություն: Բերված ապացույցները հասարակ, նրբագեղ են և, անկասկած, օժտված են գեղագիտական գրավչությամբ («մաթեմատիկական գեղեցկությամբ»), որը կարող է ըստ արժանվույն գնահատվել ինչպես բնագիտամաթեմատիկական, այնպես էլ հումանիտար-գեղագիտական հակումներ ունեցող սովորողների կողմից: Կարծում ենք կարևոր է, որպեսզի նմանատիպ մաթեմատիկական արդյունքները լինեն հասանելի, քննվելի և մշտապես կիրառվող տարբեր մակարդակներում մաթեմատիկա ուսուցանելիս:

Ներկայացնենք էքստրեմալ կիրառական խնդիրների օրինակներ, որով ակնառու կերպով ցուցադրվում են հիմնական դպրոցի սովորողների համար հասանելի խնդիրների «անդիֆերենցիալ» լուծման հնարավորությունները:

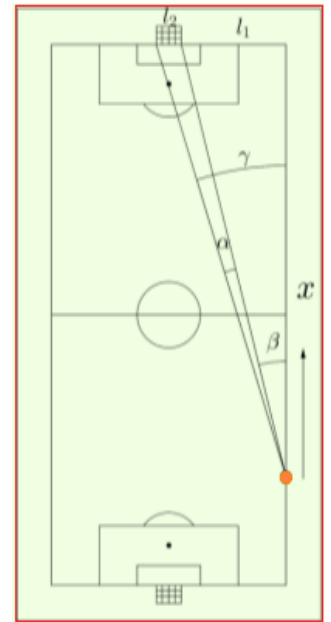
Խնդիր 1: Ֆուտբոլիստը գնդակի հետ վազում է խաղադաշտի եզրով, դարպասային գծին ուղղահայաց (նկ. 1): Դաշտի n -ր կետից նա պետք է հարվածի դարպասի ուղղությամբ, որպեսզի ամենամեծ հավանականությամբ գրավի հակառակորդի դարպասը:

Լուծում: Ակնհայտ է՝ դարպասի գրավման ամենամեծ հավանականությունը համապատասխանում է այն առավելագույն անկյանը, որի տակ հարձակվողին երևում է հակառակորդի դարպասը: Նշանակենք x -ով հարձակվողից ուղղահայաց ուղղությամբ մինչև դարպասային գիծն եղած հեռավորությունը, ℓ_1 -ով եզրային գծից մինչև դարպասն եղած հեռավորությունը, ℓ_2 -ով դարպասի լայնությունը, β -ով եզրային գծով և ֆուտբոլիստի գտնվելու կետը աջ դարպասաձողին միացնող ուղղի միջև ընկած անկյունը, γ -ով՝ եզրային գծի և ֆուտբոլիստի գտնվելու կետը ձախ դարպասաձողին միացնող ուղղի կազմած անկյունը (նկ. 1): Այս նշանակումներից հետո կարող ենք գրել՝

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{x}{\ell_1 + \ell_2} \quad \text{և} \quad \operatorname{ctg} \beta = \frac{x}{\ell_1}: \quad (6)$$

Անկյունը, որի տակ երևում է դարպասը՝ $\alpha = \gamma - \beta$: Գրենք α անկյան կոտանգենտը.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg}(\gamma - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \gamma \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \gamma} = \frac{\frac{x}{\ell_1 + \ell_2} \cdot \frac{x}{\ell_1} + 1}{\frac{x}{\ell_1} - \frac{x}{\ell_1 + \ell_2}} = \frac{x^2 + \ell_1(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_1 \cdot x} = \frac{1}{\ell_1} \left(x + \frac{\ell_1(\ell_1 + \ell_2)}{x} \right): \quad (7)$$



Նկ.

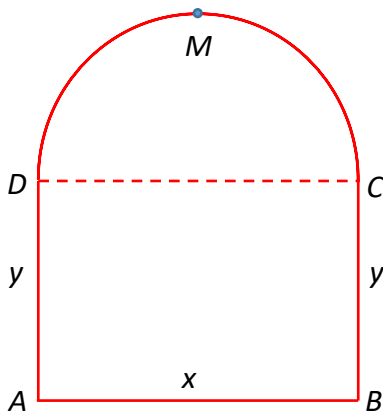
Որպեսզի դարպասը երևա ամենամեծ անկյան տակ α անկյան կոտանգենտը պետք է լինի նվազագույնը: (7)-ում փակագծի ներսի $\ell_1(\ell_1 + \ell_2)$ մեծությունը հաստատուն է, այսինքն՝ կախված չէ x -ից: Ուստի թեորեմի 2-րդ հետևանքից եզրակացնում ենք, որ $\operatorname{ctg} \alpha$ -ն իր նվազագույն արժեքն ընդունում է, երբ փակագծի ներսի գումարելիներն իրար հավասար են, այսինքն՝ երբ

$$x_0 = \sqrt{\ell_1(\ell_1 + \ell_2)} : \quad (8)$$

Փորձենք քանակապես գնահատել ստացված արդյունքը: ՖԻՖԱ-ի կողմից երաշխավորված ֆուտբոլային դաշտի չափերը հետևյալն են. երկարությունը՝ 105 մ, լայնությունը՝ 68 մ, իսկ դարպասի լայնությունը՝ 7,32 մ: Այդ դեպքում, մեր նշանակումներով կունենանք՝ $\ell_1 = 30, 34$ մ, $\ell_2 = 7,32$ մ, որից հետո կստանանք՝

$$x_0 = \sqrt{\ell_1(\ell_1 + \ell_2)} = \sqrt{30,34(30,34 + 7,32)} = 33,8 \text{ մ}: \quad (9)$$

Դիտողություն: Տրված խնդրի ակնհայտ կիրառական բնույթը, որը լիարժեք պետքական է, որպես խաղացողների տեսական պատրաստության տարր, լայնորեն գործարկում է մաթեմատիկայում «ամբարված» ներառարկայական կապերը (տվյալ դեպքում երկրաչափության և եռանկյունաչափության միջև): Այստեղ նույնպես կարևոր տարր է թվային գնահատման հնարավորությունը և խնդրի իրատեսության գնահատականը: Վերջինս, ինչպես վկայում է դասավանդման պրակտիկան, պրոբլեմային է սովորողների համար:



Նկ. 2

Խնդիր 2: Լուսամուտն ունի կիսաշրջանագծով եզրագծված ուղղանկյան տեսք (նկ. 2): Պատկերի պարագիծը՝ $P = 6$ մ: Ինչպիսի՞ն պետք է լինեն լուսամուտի չափերը, որպեսզի այն իրենով բաց թողնի լույսի առավելագույն քանակ:

Լուծում: Լուսամուտը կունենա առավելագույն թափանցման ընդունակություն, եթե տրված պարագծի դեպքում ունենա առավելագույն մակերես: Նշանակենք՝

$$AB = DC = x \text{ և } AD = BC = y: \quad (10)$$

Լուսամուտի պարագիծը՝

$$P = AB + BC + AD + DMC: \quad (11)$$

(10) նշանակումների հաշվառմամբ (11) պարագծի համար կարող ենք գրել.

$$P = x + 2y + \frac{\pi x}{2}: \quad (12)$$

Խնդրի պայմանում տրված P -ի թվային արժեքը տեղադրելով (12)-ի մեջ, պարզ ձևափոխություններից հետո կստանանք՝

$$y = 3 - \frac{x}{2} - \frac{\pi x}{4}: \quad (13)$$

Լուսամուտի մակերեսը՝

$$S = AB \times BC + \frac{\pi(DC)^2}{8}, \quad (14)$$

կամ՝

$$S = xy + \frac{\pi x^2}{8} : \quad (15)$$

y -ի (13) արժեքը տեղադրելով (15)-ի մեջ, պարզ ձևափոխություններից հետո կստանանք լուսամուտի S մակերեսի (14) կախումը x փոփոխականից.

$$S(x) = -\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\right)x^2 + 3x : \quad (16)$$

(16)-ի աջ մասում գրված քառակուսային եռանդամը համեմատելով քառակուսային եռանդամի $ax^2 + bx + c$ ընդհանուր տեսքի հետ, դիտարկվող խնդրի համար կունենանք՝

$$a = -\left(\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\right), \quad b = 3, \quad c = 0 : \quad (17)$$

Հայտնի է, որ $a < 0$ դեպքում քառակուսային եռանդամն ընդունում է իր առավելագույն արժեքը, երբ

$$x = -\frac{b}{2a} : \quad (18)$$

a -ի և b -ի (17)-ում գրված արժեքները (18)-ում տեղադրելով՝ կստանանք.

$$x = \frac{12}{\pi + 4} : \quad (19)$$

x -ի ստացված արժեքը (13)-ի մեջ տեղադրելով y -ի համար կունենանք՝

$$y = \frac{6}{\pi + 4} : \quad (20)$$

π -ի մոտավոր արժեքը տեղադրելով (19)-ում և (20)-ում, լուսամուտի չափերի թվային արժեքների համար վերջնականապես ստանում ենք՝ $x = 1,68$ մ, $y = 0,84$ մ:

Դիտողություն: Դիտարկված խնդիրն իր պարզությամբ հանդերձ, ակնհայտ է, որ ունի կիրառական բնույթ և դրանով իսկ, հանրակրթական դպրոցի սովորողների մեջ կարող է գրավչություն առաջացնել «մաթեմատիկա» առարկայի նկատմամբ և հանդես գալ որպես մոտիվացիայի աղբյուր:

Եզրակացություն

Վերոբերյալ դիտարկումը հստակ ցույց է տալիս օպտիմալացված խնդիրների լուծման համար քառակուսային ֆունկցիայի (պարաբոլի) էքստրեմալ հատկությունների կիրառման հնարավորությունը այն դեպքում, երբ որևէ անհրաժեշտություն չկա օգտվելու ածանցյալի գաղափարից: Քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունները թույլ են տալիս ոչ միայն արդյունավետորեն և ոչ ֆորմալ (ոչ ձևականացված) կերպով լուծելու բավականաչափ

դժվար օպտիմալացված խնդիրներ, այլ նաև՝ էականորեն բարձրացնելու սովորողների, այդ թվում նաև ուսանող-մանկավարժների, մոտիվացիայի մակարդակը մաթեմատիկայի ուսումնասիրման նկատմամբ:

Կարծում ենք մանկավարժ-մաթեմատիկոս բակալավրերին իրենց ապագա մասնագիտական գործունեության մեջ կհետաքրքրեն օպտիմալացված խնդիրների լուծման «անդիֆերենցիալ» մեթոդները: Դրան հասնելու համար ուսանող-մաթեմատիկոսների ուսուցման ժամանակ հարկ է մեծ ուշադրություն դարձնել միջճյուղային՝ երկրաչափական, ֆիզիկական, տնտեսագիտական և այլ բնույթի կիրառական բովանդակությամբ էքստրեմալ խնդիրների լուծմանը:

Գրականություն

- Առաքելյան Կ. Գ., Նավասարդյան Հ. Ս., Սարգսյան Ա. Հ. (2016),** ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ, Խորացված դասընթաց, 8-րդ դասարան, Երևան, « ԳԵՎՈՐԳ-ՀՐԱՅՐ» ՍՊԸ, ԼՈՒՍԱԿԱՆ Հրատարակչություն, 2016, 96 էջ:
- Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա. (2017),** Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 11-րդ դասարանի դասագիրք: Բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար / Գ. Գ. Գևորգյան, Ա. Ա. Սահակյան: Խմբագիր՝ Ա. Ոսկանյան, - Եր.: Տիգրան Մեծ, 2017. 200 էջ:
- Ղազարյան Է., Կիրակոսյան Ա., Մելիքյան Գ., Մամյան Ա., Մաիլյան Ս. (2010),** ՖԻԶԻԿԱ 10, Ավագ դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար / Է. Ղազարյան, Ա. Կիրակոսյան, Գ. Մելիքյան և այլք.- Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2010. 272 էջ:
- Միքայելյան Հ. Ս.(2008),** Հանրահաշիվ 9, Երևան, «Էդիթ Պրինտ», 2008, 304 էջ:
- Նիկոլսկի Ս. Ս., Պոտապով Ս. Կ., Ռեշետնիկով Ն. Ն., Շելկին Ա. Վ. (2012),** Հանրահաշիվ 8-րդ դասարանի դասգիրք, Երևան, «Անտարես», 2012. 280 էջ:
- III. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др.(2012)** Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / - М.: Просвещение, 2012. 255 с.
- Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.; под ред. Г. В. Дорофеева. (2010).** Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / - М.: Просвещение, 2010. - 304 с.
- Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. Л. Теляковского (2009).** Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных учреждений / - М.: Просвещение, 2009. 271 с.
- Бодряков В. Ю., Быкова А. А. (2016).** Методические подходы к обучению студентов направления «Прикладная математика и информатика» основам интеллектуальной обработки Больших Данных // Педагогическое образование в России. 2016. - № 7. - с. 145-152.

- Буслаева И. П. (1995).* Решение экстремальных задач без использования производной // Математика в школе. - 1995. - № 5. с. 67-70.
- Габасов Р. Ф. (1997).* Экстремальные задачи в современной науке и приложениях [Электронный ресурс] // Соросовский образовательный журнал. - 1997. - № 6. с. 115-120.
- Мордкович А. Г. (2013).* Алгебра. 7 класс. Часть 1: учебник. - М.: Мнемозина, 2013. 175 с.
- Мордкович А. Г. (2010).* Алгебра. 8 класс. Часть 1: учебник. - М.: Мнемозина, 2010. - 221 с.
- Мордкович А. Г. (2009а).* Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Часть 1: учебник (базовый уровень). - М.: Мнемозина, 2009. 399 с.
- Мордкович А. Г. (2009б).* Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Часть 2: задачник (базовый уровень). - М.: Мнемозина, 2009. 239 с.
- Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В. (2009).* Алгебра и начала анализа. 11 класс: учебник (базовый и профильный уровень). - М.: Просвещение, 2009. 464 с.
- Прохорова О. М. (1993).* К истории теории экстремальных задач: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. - М., 1993. - 175 с.
- Ударцева Д. А., Бодряков В. Ю. (2018).* «Конструирование» и решение задач оптимизации с использованием экстремальных свойств квадратичной функции как способ развития творческих математических способностей учащихся основной общей школы // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2018. № 1. с. 179-187.

ՔԱՌԱՎՈՒՍԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ ԷՔՍՏՐԵՄԱԼԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

Պետրոսյան Լեոնիկ Նահապետի, Դավաթյան Գուրգեն Վանիկի

Ամփոփում: Շատ դեպքերում ոչ միշտ է, որ դիֆերենցիալ հաշվի հայտնի մեթոդների անմիջական կիրառումը հանդիսանում է էքստրեմալ խնդիրների լուծման լավագույն մեթոդ: Երբեմն էլ պարզվում է, որ այդ մեթոդով խնդրի լուծումը, պարզապես, անհնար է: Ժամանակակից էքստրեմալ խնդիրների տեսության առաջացմանը զուգընթաց մաթեմատիկոսներին հարկ է լինում ավելի ու ավելի հաճախ գործ ունենալ ածանցյալ չունեցող կամ էլ՝ խզվող ֆունկցիաների հետ: Մյուս կողմից, հիմնական դպրոցի մաթեմատիկայի դասագրքերում և խնդրագրքերում ոչ հաճախ են հանդիպում ֆունկցիայի էքստրեմալ արժեքների որոշման բովանդակակից խնդիրներ: Սույն հոդվածում հանրակրթական դպրոցի սովորողին հասկանալի մակադակով ներկայացվում է քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունների կիրառման հնարավորությունը օպտիմալացված (լավարկված) խնդիրների լուծման բնագավառում, առանց ածանցիալի կիրառման: Մանրամասն դիտարկված են որոշ կիրառական խնդիրներ, որոնց լուծմամբ հիմնավորվում է, որ քառակուսային ֆունկցիայի էքստրեմալ հատկությունները ոչ միայն թույլ են տալիս արդյունավետ և ոչ ֆորմալ կերպով

լուծել բավականին դժվար էքստրեմալ խնդիրներ, այլ նաև՝ նկատելիորեն բարձրացնում են սովորողների մոտիվացիայի մակարդակը մաթեմատիկայի ուսումնասիրման նկատմամբ:

Բանալի բառեր: էքստրեմալ խնդիրներ, քառակուսային ֆունկցիա, մոտիվացիա, մաթեմատիկական խնդիրներ, կիրառական խնդիրներ:

ON THE METHOD OF SOLVING OF EXTREME PROBLEMS USING QUADRATIC FUNCTIONS

Petrosyan Lernik Nahapeti¹, Dallakyan Gurgun Vaniki²

¹Kapan branch of ASSU, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,

²State University after Kh. Abovyan, Ph.D., Associate Professor

Summary. In many cases, it is not always the case that the direct application of known methods of differential calculus is the best method for solving extremal problems. Sometimes it turns out that solving the problem with that method is simply impossible. Along with the emergence of the theory of modern extremal problems, mathematicians have to deal more and more often with not differentiable or discontinuous functions. On the other hand, meaningful problems for determining the extremal values of a function are not often found in elementary school mathematics textbooks and problem books. In this article, the possibility of using the extremal properties of the quadratic function in the field of solving optimized (improved) problems, without using the derivative, is presented in a way that is understandable to a student of a general education school. Some applied problems are considered in detail, with the solution of which it is justified that the extremal properties of the quadratic function not only allow to effectively and informally solve quite difficult extremal problems, but also significantly increase the level of students' motivation towards the study of mathematics.

Key words. Extremal problems, quadratic function, motivation, mathematical problems, applied problems.

О МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Петросян Лерник Наапети¹, Даллакян Гурген Ваники²

¹Капанский филиал АГСУ, д.пед.н., профессор ²Государственный университет имени Х.

Абовяна, к.пед.н., доцент

Резюме. Во многих случаях не всегда прямое применение известных методов дифференциального исчисления является наилучшим методом решения экстремальных задач. Иногда оказывается, что решить проблему таким методом просто невозможно. Вместе с появлением теории современных экстремальных задач математикам все чаще приходится иметь дело с недифференцируемыми или разрывными функциями. С другой стороны, содержательные задачи на определение экстремальных значений функции не часто встречаются в учебниках и

задачниках по математике для основной школы. В данной статье представлена возможность использования экстремальных свойств квадратичной функции в области решения оптимизированных (улучшенных) задач без использования производной, способом, понятным учащемуся общеобразовательной школы. Подробно рассмотрены некоторые прикладные задачи, решением которых обосновывается, что экстремальные свойства квадратной функции не только позволяют эффективно и неформально решать достаточно сложные экстремальные задачи, но и значительно повышают уровень мотивации учащихся к изучению математики.

Ключевые слова. Экстремальные задачи, квадратная функция, мотивация, математические задачи, прикладные задачи.

Получено в редакцию – 28.09.2022

Рецензирована – 17.10.2022

Отправлен на сайт – 17.12.2022